



MÉMOIRES

DE

L'INSTITUT NATIONAL DES SCIENCES ET ARTS.

SCIENCES MATHÉMATIQUES ET PHYSIQUES.

MEMOIRES

ET CI

MINSTITUT NATIONAL

STHATH SHOMES BETARTS. \$. 80 4. B. 127.

SOIENCES MATHÉMATIQUES ET PHYSTQUES.

MÉMOIRES

DE

L'INSTITUT NATIONAL

DES SCIENCES ET ARTS.

SCIENCES MATHÉMATIQUES ET PHYSIQUES.

TOME TROISIÈME.



PARIS,

BAUDOUIN, IMPRIMEUR DE L'INSTITUT NATIONAL.

PRAIRIAL AN IX.

April 1801

MEMOIRES

H U

LINSTITUT NATIONAL DES SCIENCES ET ARTS.

sciences mathématiques en physiques.

TOME TROISIAME.



PARIS,

BAUDOUIN, IMPRIMIUR DE L'INSTITUT NAFIONAL.

TRAINIAN AN IN.

TABLE

DES

ARTICLES CONTENUS DANS CE VOLUME.

87 ...

The state of the s
HISTOIRE.
The clares and the control of the co
Analyse. Rapport sur un mémoire présenté à la
classe par le citoyen CALLET, page 1
Rapport sur un mémoire du citoyen Biot, qui a pour
titre, Considérations sur les intégrales des équations aux différences finies,
The state of the s
ARTS MÉCANIQUES. Rapport sur un nouveau télé-
graphe, de l'invention des citoyens Bréguet et
BÉTANCOURT, par les citoyens LAGRANGE, LAPLACE,
Borda, Prony, Coulomb, Charles et Delambre,
3 08.4
PHYSIQUE. Observation sur les marées de Ténériffe,
The real of imposite of the real of the second of the seco
CHIMIE. Rapport sur le mémoire du citoyen Cossi-
GNY, contenant des vues pour extraire du pastel un
véritable indigo, 34
Extrait d'un rapport sur un alliage métallique envoyé

par la commission des finances du Corps légis	slatif,
pour en faire l'examen, pa	ige 43
Extrait d'un rapport sur les couleurs pour la	porce-
laine, du citoyen DIHL,	45
Distribution de prix,	48
Mémoires que la classe a jugés dignes d'être imp	orimés
dans le volume des Savans étrangers,	52
Machines, inventions et préparations approuvée	es par
la classe,	54
Liste des ouvrages imprimés présentés à la classe	, 56
Notice sur la vie et les ouvrages du cit. DAUBE.	NTON,
par le citoyen G. Cuvier,	69
Notice sur la vie et les ouvrages du cit. Lemon	NIER,
par le même,	101
MÉMOIRES.	Berg
RECHERCHES sur les lois de l'affinité, par le c	itoyen
	age 1
Considérations chimiques sur l'usage des oxides	de fer
dans la teinture du coton, par le citoyen CHA	PTAL,
12. Referring our is industry du die die general Corise	97
Mémoire sur le mouvement des orbites des sa	
de Saturne et d'Uranus, par le citoyen LAP	LACE ,

Second mémoi	re sur l'ei	nploi des pr	éparations	mercu-
rielles dans	la petite	vérole, par	le citoyen	Deses-
SARTZ,		นในจากชอย์	in the second of the party of t	age 128

- Troisième mémoire sur l'utilité des préparations mercurielles dans le traitement de la petite vérole naturelle, par le même,
- Détermination théorique et expérimentale des forces qui ramènent différentes aiguilles aimantées à saturation, à leur méridien magnétique, par le citoyen COULOMB,
- Mémoire sur la théorie de la Lune, par le citoyen LAPLACE, mandi cruzi l'approprie de la company 198
- Suite des recherches sur les lois de l'affinité. De l'influence des proportions dans les affinités complexes, par le citoyen Berthollet, 207
- Seconde suite des recherches sur les lois de l'affinité.

 Des dissolutions et des précipités métalliques,
 par le même,
- Expériences destinées à déterminer la cohérence des fluides et les lois de leur résistance dans les mouvemens très-lents, par le citoyen Coulomb, 246
- Mémoire sur l'affinage en grand du plomb, contenant quelques réflexions sur les inconvéniens résultans des coupelles de cendres, suivies d'une nouvelle méthode économique de construire ces coupelles, par le citoyen Duhamel,

5

Essai sur l'analyse et la recomposition des deux alcalis
fixes, et de quelques-unes des terres réputées simples,
par les citoyens Guyton et Désormes, page 321
Mémoire sur les changemens qui arrivent aux organes
de la circulation du fætus, lorsqu'il a commencé à
respirer, par le citoyen Sabatieri, 337
Mémoire sur l'art de tailler les pierres à fusil (SILEX
PYROMAQUE), par le citoyen Dolomieu, 348
'Mémoire sur les mines, par le citoyen Marescor,
Mémoire sur les mines, par le citoyen Marescor, membre associé, 370
Recherches sur la cause de la hernie ombilicale de
naissance, par le citoyen Pierre Lassus, 378
Passage de Mercure sur le Soleil, observé le 18 floréal
an 7, par le citoyen DELAMBRE, 392
Mémoire sur une nouvelle table méthodique de la
classe des oiseaux, par le citoyen Lacépède, 454
Mémoire sur une nouvelle table méthodique des ani-
maux à mamelles, par le même, 469

HISTOIRE

DE LA CLASSE

DES SCIENCES

MATHÉMATIQUES ET PHYSIQUES.

ANALYSE.

RAPPORT

SUR

UN MÉMOIRE PRÉSENTÉ A LA CLASSE,

Par le citoyen CALLET.

La classe nous a chargés, le citoyen Bossut et moi, de lui rendre compte d'un Mémoire du citoyen Callet, qui a pour titre: Considérations sur la sommation de certaines suites périodiques.

Les suites dont il s'agit ici sont nommées périodiques, parce qu'elles sont composées de périodes qui reviennent toujours les mêmes à l'infini; elles tiennent pour ainsi dire le milieu entre les suites convergentes, dont les termes vont en diminuant à l'infini, et les suites divergentes, dont les termes augmentent au contraire à l'infini.

La plus simple de ces suites, et la première qui se soit présentée aux géomètres, est la suite connue 1-1+1-1+1-1, etc. qui résulte de la division de 1 par 1 + 1, ou plutôt de 1 par 1 + x, en faisant ensuite x = 1; d'où il semble naturel de conclure que sa valeur est 1/2, quoiqu'en additionnant les termes deux à deux on n'ait qu'une suite de zéros. On sait qu'un géomètre italien (le P. Grandi), au commencement de ce siècle, prenant ce résultat à la rigueur, a cru y trouver une démonstration de la création; mais les autres géomètres se sont contentés de le regarder comme un paradoxe provenant de la nature de la série infinie, qui, n'étant pas convergente, ne sauroit avoir une valeur déterminée. Cependant un des plus célèbres géomètres de ce siècle, Daniel Bernoulli, a cherché à prouver par un raisonnement métaphysique fondé sur la nature même de la série 1 - 1 + 1 - 1 + 1, etc. que sa valeur doit être en effet 1. Comme la somme de cette série est égale à l'unité ou à zéro, selon que le nombre des termes qu'on ajoute est impair ou pair, et que l'infini n'est ni pair ni impair : il s'ensuit qu'il n'y a pas plus de raison pour que la somme de la série infinie soit 1 ou 0; et qu'ainsi, par les règles connues du calcul des probabilités, elle doit être

 $\frac{1+6}{2} = \frac{1}{2}$. Leibnitz avoit déja employé ce raisonnement pour prouver que la somme de la série 1-1+1-1, etc. est $\frac{1}{2}$. (Voyez, dans les *OEuvres de Leibnitz*, t. III, une lettre adressée à Volf.) Mais Daniel Bernoulli l'étend et l'applique à toutes les séries périodiques dans lesquelles l'addition successive des termes ne fournit qu'un certain nombre de sommes différentes, qui reviennent toujours les mêmes et dans le même ordre à l'infini.

Puisqu'à l'infini il y a un égal nombre de cas pour chacune de ces sommes, par les règles des probabilités, la somme probable sera égale à la somme de toutes ces sommes partielles, divisée par leur nombre; et cette somme, qui n'est à proprement parler que la somme moyenne, est regardée par le géomètre dont nous parlons comme la vraie valeur de la somme de la série continuée à l'infini (voyez le seizième volume des Nouveaux commentaires de Pétersbourg). Il avoue au reste qu'il n'a pas une démonstration rigoureuse du principe qui sert de fondement à cette méthode; mais il croit que l'accord de ses résultats avec ceux que l'on trouve par les règles ordinaires dans les suites dont la sommation est connue, suffit pour l'établir d'une manière certaine.

Le mémoire du citoyen Callet, dont nous rendons compte, a pour objet d'examiner ce point d'analyse, et de montrer, par la génération même de ces sortes de séries, qu'elles ne peuvent jamais représenter que des quantités vagues et indéterminées.

L'auteur observe d'abord que lorsqu'une série résulte d'une fraction par une division continuelle faite d'une certaine manière, et que la somme de quelques-uns des premiers termes est nulle, ces termes reviennent toujours les mêmes et dans le même ordre : car ces termes formant une partie du quotient, et ce quotient devenant nul, le reste sera nécessairement égal au dividende même; ce qui redonnera le même quotient, et ainsi de suite à l'infini. C'est ainsi qu'en divisant 1 par 1 + 1, et faisant la division à la manière algébrique ordinaire, on a d'abord 1 pour quotient et - 1 pour reste; ensuite on a pour second quotient - 1, et 1 pour second reste, où l'on voit que la somme des divers quotiens partiels est o, et que le reste est de nouveau égal au dividende. De sorte qu'en continuant ainsi la division, les mêmes quotiens se trouveront répétés à l'infini, et il en reviendra la série 1-1+1-1+1, etc. qui ne sera que le développement de la fraction 1/2 : d'où il semble qu'on pourroit conclure que la valeur de cette série est effectivement :, comme Daniel Bernoulli le trouve d'après son principe.

Mais l'auteur fait voir ensuite qu'on peut obtenir la même série par le développement de toute autre fraction, pourvu qu'on la mette sous la forme $\frac{1+1+\text{etc.}}{1+1+1+\text{etc.}}$, et qu'on opère comme sur les fractions algébriques. En effet, la fraction $\frac{1+1}{1+1+1}$, ou $\frac{2}{3}$, par exemple, donne pour premier quotient 1, et pour premier reste — 1; ensuite on a pour second quotient — 1, et pour second

reste 1 + 1, c'est-à-dire le dividende même. De sorte que cette fraction, divisée de la sorte, donnera également la série 1 - 1 + 1 - 1 + etc.

En général prenez, dit l'auteur, une fraction quelconque $\frac{m}{n}$ comprise entre 0 et 1; mettez m et n sous
cette forme 1+1+1+etc., et faites, comme à
l'ordinaire, la division de m par n, vous aurez pour
quotient 1-1+1-1+etc. à l'infini. En effet,
le dividende m et le diviseur n étant ainsi ordonnés,
la première division partielle donne au quotient +1,
et pour premier reste -1, écrit autant de fois qu'il
est marqué par n-m; la seconde donne au quotient -1, et pour second reste +1, écrit autant de fois
qu'il est marqué par n-(n-m) ou par m: le second reste est donc égal au dividende; il en sera de
même du 4^m , du 6^m etc. Donc, etc.

D'où il s'ensuit qu'on ne peut pas dire que la somme de la série 1-1+1-1 etc. est plutôt $\frac{1}{2}$ que $\frac{2}{3}$, ou en général $\frac{m}{n}$; ce qui met en défaut le principe avancé par Daniel Bernoulli.

Comme ce résultat paroît attaquer l'exactitude des opérations arithmétiques, nous croyons devoir observer que, dans les opérations inverses de la division et de l'extraction des racines, l'expression du résultat dépend de la quantité suivant les puissances de laquelle l'opération est ordonnée. Cette quantité est toujours, comme l'on sait, \(\frac{1}{10}\) dans les fractions décimales; et comme

d'ailleurs les coefficiens des puissances de 1 sont toujours moindres que 10, on est assuré que toute quantité numérique fractionnaire ou irrationelle, réduite en décimales, ne peut être exprimée que d'une seule manière et par une seule combinaison de chiffres. Il n'en seroit pas de même si on représentoit la même quantité par une formule algébrique qui contiendroit une indéterminée suivant laquelle on ordonneroit la division ou l'extraction, et à laquelle on donneroit ensuite une valeur déterminée. Ainsi, en représentant la fraction par ____, et ordonnant la division suivant les puissances de x, on a le quotient $1 - x + x^2 - x^3 + \text{etc.}$ qui, en faisant x = 1, devient, comme plus haut, 1 - 1 + 1 - 1, etc. En représentant pareillement la fraction $\frac{2}{3}$ par $\frac{1+x}{1+x+x^2}$, et faisant la division suivant les puissances de x, il vient le quotient $1 - x^2$ $+x^{5}-x^{5}+x^{6}-x^{8}$, etc. Donc, faisant x=1, on a $\frac{2}{3}$ = 1 - 1 + 1 - 1 - etc. comme ci-dessus.

Mais on doit remarquer ici que ce dernier quotient, ordonné suivant les puissances de x, doit être représenté ainsi,

$$1 + ox - x^2 + x^3 + ox^4 - x^5 + x^6 + ox^7 - x^8$$
 etc.

de sorte que la série, en faisant x = 1, se trouve composée de périodes de trois termes, 1, 0, -1; d'où résultent ces trois sommes, 1, 1, 0, suivant qu'on additionne un nombre de termes divisibles par 3, avec

le reste 1 ou le reste 2, ou sans reste, lesquelles donnent, suivant la règle de Bernoulli, la somme moyenne $\frac{1+1+0}{3}$, savoir $\frac{2}{3}$.

En général, si on considère la fraction

$$\frac{1 + x + x^2 + \text{etc.} + x^{m-1}}{1 + x + x^2 + \text{etc.} + x^{n-1}}, \text{ ou } n > m,$$

et qu'on fasse la division ordonnée suivant les puissances de x, on trouvera pour quotient la série

$$1 - x^m + x^n - x^{m+n} + x^{2n} - x^{m+2n} + \text{etc.}$$

Quoiqu'on puisse de cette manière justifier la règle de Bernoulli, il faut avouer que le principe d'où elle dépend est trop précaire pour pouvoir servir à l'établir solidement; mais en regardant les séries périodiques dont il s'agit comme des séries récurrentes, on peut démontrer que cette règle donne pour la somme de ces séries le même résultat que la théorie connue des séries récurrentes.

En effet, soient a, b, c etc. : u les n termes qui composent chaque période de la série, et dont la somme est supposée nulle, il est facile de prouver que la série

$$a + bx + cx^{2} + \text{etc.} + ux^{n-1} + ax^{n} + bx^{n+1} + \text{etc.}$$

sera une série récurrente formée par le développement de la fraction

$$\frac{a+bx+cx^3+\text{etc.}+ux^{n-1}}{1-x^n}.$$

Faisant x = 1, le numérateur et le dénominateur de cette fraction deviennent zéro. On prendra donc par la règle connue les différentielles du numérateur et du dénominateur; mais auparavant nous changerons, ce qui est indifférent, x en 1/3: ainsi, en multipliant le haut et le bas de la fraction par zⁿ, elle deviendra

$$\frac{az^{n} + bz^{n-1} + cz^{n-2} + \text{etc.} + uz}{z^{n} - 1}.$$

Maintenant, différentiant le numérateur et le dénominateur, et faisant ensuite z = 1, on aura

$$\frac{n \, a + (n-1) \, b + (n-2) \, c + \text{etc.} + u}{n}$$

pour la valeur de la fraction qui donne naissance à la série périodique

$$a+b+c+$$
 etc. $+u+a+b+$ etc. etc.

Cette valeur peut se mettre sous la forme

et il est visible que dans cet état elle exprime la somme moyenne de toutes les sommes partielles qu'on peut faire en ajoutant ensemble successivement les termes de chaque période : ce qui revient à la méthode de Daniel Bernoulli.

Cette méthode se trouve donc ainsi démontrée analytiquement; mais on n'en peut rien conclure pour la valeur absolue et rigoureuse de la somme de la série : il en résulte seulement que toute série périodique du genre de celle que nous examinons, peut être produite par le développement d'une fraction, et que, dans le cas déterminé où l'on donne à la variable la valeur 1, cette fraction devient égale à la somme moyenne entre toutes les sommes successives de la série. Mais on sait que la série dans laquelle une fraction ou une fonction quelconque d'une variable peut être développée, n'est proprement que représentative de cette fonction: car, pour l'égalité rigoureuse, il faudroit que la série pût être réellement continuée à l'infini, ce qui est impossible; et l'égalité approchée ne peut avoir lieu qu'autant que la série est convergente, et peut approcher d'une quantité donnée aussi près que l'on veut : alors cette quantité devient la limite de la série, et est donnée par la fonction même d'où elle tire son origine. Comme les séries périodiques ne sont point convergentes, l'idée de somme, ni même de limite, ne peut leur convenir, et le théorème de Bernoulli ne peut être regardé que comme une vérité purement analytique et curieuse.

Dans le reste de son mémoire, le citoyen Callet examine les suites formées de sinus et de cosinus d'angles en progression arithmétique, ou de puissances, de ces sinus ou cosinus. Ces séries, lorsque le premier angle est commensurable avec la circonférence, sont toujours périodiques, et rentrent dans la classe de celles que nous venons d'examiner. Le citoyen Callet considère l'expression générale de la somme de ces suites continuées à l'infini ou seulement jusqu'à un terme donné, c'est-à-dire la fonction dont le développement peut les engendrer, et il fait voir la conformité des formules données pour cet objet par Euler, dans le tome XVIII des Nouveaux commentaires de Pétersbourg, avec celles que le citoyen Bossut avoit trouvées auparavant dans les Mémoires de l'Académie des sciences de 1769. Il finit par conclure que ces séries, continuées à l'infini, ne peuvent avoir pour somme qu'un nombre vague et absolument indéterminé, comme toutes les séries du genre des périodiques.

Nous croyons que les géomètres doivent savoir gré au citoyen Callet d'avoir appelé leur attention sur l'espèce de paradoxe que présentent les séries dont il s'agit, et d'avoir cherché à les prémunir contre l'application des raisonnemens métaphysiques aux questions qui, n'étant que de pure analyse, ne peuvent être décidées que par les premiers principes et les règles fondamentales du calcul.

Ce travail n'est pas le premier service que le citoyen Callet ait rendu aux mathématiques : on connoît surtout les belles et importantes éditions qu'il nous a procurées des Tables de logarithmes; et, indépendamment des savantes introductions ajoutées à ces tables, on lui doit les premières tables trigonométriques qui aient paru pour le quart du cercle divisé en décimales.

La classe ne peut qu'applaudir au zèle du citoyen Callet pour le progrès des sciences, et est d'avis que le mémoire dont nous venons de rendre compte peut être imprimé dans le recueil des mémoires présentés à l'Institut.

Ce 11 brumaire an 6.

Signé, Bossut, LAGRANGE, commissaires.

RAPPORT

Sur un mémoire du citoyen Bior, qui a pour titre, Considérations sur les intégrales des équations aux différences finies.

Nous avons été chargés par la classe, le citoyen Laplace et moi (1), de lui rendre compte d'un mémoire du citoyen Biot, qui a pour titre: Considérations sur les intégrales des équations aux différences finies. L'auteur s'est proposé de généraliser quelques méthodes et de résoudre quelques difficultés relatives à la théorie des équations différentielles élevées, et à la multiplicité de leurs intégrales. Avant d'indiquer et de juger les choses nouvelles que contient son travail, il est à propos de donner une idée claire et précise de l'état de la question.

Soit une équation finie entre deux variables x et y, que nous désignerons par équation V, contenant diverses puissances d'un paramètre a; de telle sorte que, pour un cas particulier de valeurs correspondantes de x et y, il y ait un nombre fini de valeurs de a qui satisfassent à l'équation V. Supposons, pour plus de simplicité, que ce nombre est 2, ou que l'équation V, ordonnée par rapport à a, est du second degré; en rapportant x et y, considérés, pour plus de clarté,

⁽¹⁾ Le citoyen Prony.

comme les coordonnées d'une courbe plane à un point initial ou point de départ de position déterminée, les deux valeurs de a, qui pour ce point satisfont également à l'équation V, donneront deux courbes de même espèce se coupant au point initial. Appelons l'une d'elles première courbe nº 1; l'autre, première courbe nº 2; et, à une distance quelconque de l'origine, considérons deux coordonnées de la première courbe nº 1: on aura, en substituant les valeurs de ces coordonnées dans l'équation V, deux valeurs de a, dont l'une convient à la première courbe no 1, et dont l'autre convient à une autre courbe de même espèce, que nous appellerons seconde courbe nº 1, qui coupe la première nº 1 au point dont la position est déterminée par les deux coordonnées sus-mentionnées. A une distance quelconque de ce dernier point, considérons deux coordonnées de la seconde courbe nº 1; calculons les deux valeurs du paramètre a qui s'en déduisent, et nous aurons, comme précédemment, une troisième courbe nº 1, qui coupera la seconde nº 1 au point correspondant aux deux coordonnées d'après lesquelles la valeur de a, qui convient à cette troisième courbe nº 1, a été calculée.

En continuant la même opération, on aura une suite indéfinie de courbes nº 1, dont chacune sera coupée par la précédente, et coupera la suivante en des points dont la position dépend, 1°. de la position arbitraire du point de départ ou point initial pris sur la première courbe nº 1; 2°. de la loi qu'on aura adoptée pour la variation de x.

On obtiendra, par un procédé absolument semblable, une suite de courbes n° 2, c'est-à-dire les première, seconde, troisième, etc. courbes n° 2, sur lesquelles il y aura les mêmes raisonnemens à faire que sur la suite des courbes n° 1, le point initial ou de départ étant commun aux deux suites, ou étant le point d'intersection de la première courbe n° 1 et de la première courbe n° 2.

Maintenant, reprenant la suite des courbes n° 1, on voit que chacune de ces courbes, considérée isolément, est un cas particulier de l'équation V, c'est-à-dire résulte de cette équation, en donnant au paramètre a la valeur convenable, et renferme deux points consécutifs d'intersection, l'un avec la courbe précédente, l'autre avec la courbe suivante. Chaque cas particulier de l'équation V contient donc, parmi la série des valeurs de y qu'elle donne, deux de ces valeurs, qui sont comprises dans la série des valeurs de y correspondantes aux points d'intersection des première, seconde, etc. courbes n° 1; et il ne faut pas perdre de vue que ces points d'intersection correspondent aux divisions de l'axe des x, établies d'après la loi de la variation de x.

Mais ces valeurs de y, correspondantes aux intersections, ne pouvant faire partie d'une des suites données par les cas particuliers à l'équation V, qu'autant qu'on considère deux seulement de ces y consécutifs, il est évident que la totalité des termes de la série des y correspondans aux intersections, est donnée par une équation finie différente de l'équation V, qui ne contient point a, et que nous appellerons équation U.

Ainsi les équations U et V sont liées par cette propriété commune; savoir, que si, dans l'équation U, on prend deux termes consécutifs, y et y', dont la distance Δx résulte d'une loi arbitraire, mais convenue, pour la variation de x, y et y' seront aussi deux termes consécutifs de la série donnée par un cas particulier de l'équation V, en appliquant à cette équation la même loi de variation pour x.

Les équations U et V satisfont donc à la même équation aux différences premières, et s'écartent dans les différences des ordres supérieurs, puisqu'en général elles n'ont de commun que deux termes consécutifs. Pour trouver cette équation aux différences premières, on fera varier x et y dans l'équation V (en assujettissant les variations de x à la loi convenue), et on éliminera le paramètre a entre l'équation variée et l'équation primitive. Le résultat de l'élimination sera une équation élevée aux différences premières, que nous appellerons équation D, qui, ne dépendant plus d'aucune valeur particulière de a, conviendra indistinctement à tous les cas de V, et conviendra aussi à U.

Nous voilà donc parvenus à une équation différentielle du premier ordre D, qui a deux intégrales distinctes, V et U; mais nous n'avons eu égard qu'à la suite des courbes n° 1. Celle des courbes n° 2 nous auroit fourni les mêmes considérations, et conduits à la même équation différentielle D, qui est ainsi satisfaite par quatre équations finies et distinctes. Si l'équation V étoit, par rapport à a, d'un degré plus élevé que le

second, le nombre des intégrales augmenteroit. Il pourroit se faire aussi, dans quelques cas, que les équations ou séries V et U coïncident dans des ordres de différences plus élevées que le premier; mais le nombre des termes consécutifs communs sera en général un nombre fini:

Cette génération d'idées ainsi établie, si on suppose que l'équation différentielle D est donnée seule, la méthode qui se présente naturellement pour trouver ses quatre intégrales, consiste à chercher d'abord, par les règles connues, les deux intégrales V qui conviennent aux courbes no 1 et no 2 prises isolément, et qui se complètent par l'introduction de la constante ou fonction arbitraire a. On fait ensuite, dans l'équation générale V, 1º. varier a et x; 2º. varier x tout seul, et on égale les valeurs de y correspondantes à chacune de ces hypothèses; ce qui donne une équation différentielle entre α et x, où γ ne se trouve pas. On intègre cette équation, on complète l'intégrale par une constante ou fonction arbitraire, ce qui la rend aussi générale que l'équation V elle-même; on en tire une valeur de a, et cette valeur substituée dans l'équation générale V, donne les deux intégrales U, qui renferment la série complète des termes communs aux cas particuliers et successifs des équations V.

Ce procédé réussira dans tous les cas où l'équation V ne sera pas décomposable en facteurs rationels. L'équation différentielle entre a et x aura toujours le facteur Δa , qui, égalé à zéro, ramène à l'équation F,

l'autre facteur fournissant l'équation dont l'intégration conduit à l'équation U; mais si l'équation V est décomposable en deux facteurs rationels du premier degré, on est ramené purement et simplement à l'équation V.

Pour obvier à cet inconvénient et avoir une règle applicable à tous les cas, il faut observer que les équations finies V et U, ayant également D pour équation différentielle du premier ordre, les différentielles des ordres supérieurs de V et de U doivent être données par les différentiations successives de D; mais comme V et U ne coïncident que dans les différences premières, il faut nécessairement que les équations différentielles du second, troisième, etc. ordre, déduites de l'équation commune D, aient des facteurs qui, égalés à zéro, donnent des équations distinctes des mêmes ordres, qui se rapportent aux diverses intégrales de l'équation D.

La règle générale consiste donc à mettre tous ces facteurs en évidence, c'est-à-dire à différencier l'équation D jusqu'à ce qu'elle ait fourni toutes les équations différentielles indépendantes qu'elle est susceptible de donner, et à intégrer ensuite par les règles connues toutes ces équations indépendantes.

Monge, notre confrère, avoit déja appliqué cette règle aux équations de la forme $(\Delta y)^n = constante$. Biot, en la présentant avec des développemens qui n'avoient pas encore été donnés, a fait voir de plus, ou du moins a remarqué, le premier, qu'elle étoit applicable aux équations différentielles du premier ordre qui contiennent plusieurs puissances de Δy .

Ce jeune géomètre ne s'est pas borné à enrichir l'analyse des recherches dont nous venons de parler; une partie de son travail a pour objet d'éclaircir et de résoudre des difficultés relatives à l'analogie qui existe entre la théorie précédemment exposée et celle des solutions particulières des équations différentielles aux différences infiniment petites. Feu Charles, de l'académie des sciences, qui le premier a fait connoître la pluralité d'intégrales dont les équations aux différences finies sont susceptibles, avoit, dans un mémoire imprimé parmi ceux de l'Académie des sciences (année 1788), cru pouvoir en déduire des résultats beaucoup plus généraux que ceux fournis par la théorie ordinaire des solutions particulières des équations aux différences insiniment petites. Pour cela, dans l'équation que nous avons appelée U, qui convient à la série des termes communs aux cas particuliers et successifs de l'équation V, il introduisoit la condition $\Delta x = 0$ (la loi de la variation finie de x étant $\Delta x = constante$), et croyoit obtenir une solution particulière de l'équation D (dans laquelle Δx et Δy seroient changés en dx et dy), beaucoup plus générale que celle qu'on obtient par les procédés ordinaires. Cependant, comme l'équation intégrale à laquelle il parvenoit par ce procédé, ne vérifioit l'équation D dans aucune hypothèse sur les valeurs des variations de x et y, il ajoutoit à cette prétendue intégrale un terme différentiel, sans être arrêté par la considération de l'homogénéité, dont on ne peut s'écarter qu'en détruisant toute la certitude du calcul différentiel. Charles ne se bornoit point à ces paradoxes; et, comme pour donner un exemple de l'enchaînement des erreurs, il déduisoit de sa théorie cette étrange conséquence, que l'inclinaison de la tangente d'une courbe dépend du choix qu'on fait parmi les polygones dont cette courbe est la limite commune.

Ces erreurs sont aisées à réfuter par ce qui précède. Reprenons l'équation V, de laquelle nous sommes d'abord partis, et qui est une équation finie entre x, y et un paramètre a. Si on suppose que a varie par degrés infiniment petits, les intersections successives des courbes qui résulteront de cette variation, se trouveront toutes dans une courbe dont la trace sera entièrement déterminée dès qu'on se sera donné la position d'un de ses points. L'équation de cette courbe, c'est-à-dire la solution ou intégrale particulière, résulte de la substitution dans l'équation V d'une valeur de a en x, donnée par une équation finie, et qui ne se déduit d'aucune intégration. Cette valeur peut, à la vérité, se conclure des considérations relatives aux différences finies, et on l'obtient en prenant l'équation aux différences entre a et x, mentionnée précédemment, que nous nommerons équation B, dont l'intégration conduit à l'équation U, et supposant, dans cette équation B, $\Delta a = 0$ et $\Delta x = 0$: mais dès qu'on suppose à Δx des valeurs assujetties à une loi quelconque, dont celles de \(\Delta \) dépendent, l'équation B ne peut plus donner une valeur immédiate de a; et, pour éliminer ce paramètre dans V, il faut d'abord faire une intégration de B, qui, complétée par une

constante ou fonction arbitraire, fournit entre a et x une équation tout aussi générale que V; généralité qui se transmet à l'équation U. D'après cela, pour transformer cette équation U en celle qui donne la solution ou intégrale particulière, dans le cas des différences infiniment petites, et avoir égard à toutes les conditions d'après lesquelles elle est obtenue, il ne suffit pas, comme Charles l'a cru, de faire $\Delta x = 0$; il faut de plus revenir sur toutes les circonstances résultantes de l'intégration, et qui ont introduit la constante ou fonction arbitraire.

On ne rempliroit nullement ce but en égalant la constante à zéro: car ce seroit tout simplement lui donner une valeur particulière; et cette hypothèse, qui réussit dans quelques cas, ne détruit point en général l'effet de l'intégration. Le seul moyen est donc de faire sur l'équation U l'opération inverse de l'intégration, c'est-à-dire de remonter à l'équation différentielle B, ce qui fera disparoître la constante ou fonction arbitraire, et de faire ensuite, dans cette équation B, la supposition $\Delta x = 0$, qui entraîne celle de $\Delta a = 0$; mais en suivant cette marche on arrivera constamment à la solution ou intégrale particulière donnée par les méthodes ordinaires, qui évidemment ne doit en général coïncider avec aucune des séries déduites de l'équation U, quels que soient les intervalles entre les termes de ces séries.

Le citoyen Biot a composé le mémoire dont nous venons de rendre compte à la fin de l'an 5, et peu de

temps après sa sortie de l'école polytechnique, où il a fait ses études. A cette époque il étoit déja nommé professeur de mathématiques à l'école centrale du département de l'Oise. Le succès avec lequel il s'acquittoit de ses fonctions à un âge où communément on a plus besoin de recevoir des leçons qu'on n'est propre à en donner, et les résultats nouveaux et intéressans auxquels il étoit déja parvenu sur des questions épineuses, ne pouvoient que faire augurer très-favorablement de ses travaux futurs. Il a justifié les espérances qu'on avoit conçues de lui par ses Recherches sur les différences mêlées, présentées à cette assemblée le premier brumaire dernier, et qui, d'après le jugement qu'elle en a porté à sa dernière séance, doivent être imprimées dans ses recueils. Nous pensons que le Mémoire sur les équations élevées aux différences finies mérite aussi le suffrage de la classe, et qu'il sera utile, ou de le publier dans les recueils des savans étrangers, ou de faire imprimer le présent rapport parmi les mémoires de la classe (1).

Fait à l'Institut national, le 6 frimaire an 8 de la République française.

Signé, LAPLACE; PRONY, rapporteur.

ARTS MÉCANIQUES.

RAPPORT

Sur un nouveau télégraphe, de l'invention des citoyens
BRÉGUET et BÉTANCOURT;

Par les citoyens LAGRANGE, LAPLACE, BORDA, PRONY, COULOMB, CHARLES et DELAMBRE.

Le nouveau télégraphe dont nous sommes chargés de rendre compte à la classe est une machine aussi simple qu'ingénieuse. Elle est composée d'un mât ou poutre verticale, au haut de laquelle est une pièce mobile que les auteurs nomment flèche, et qu'on pourroit aussi bien nommer aiguille, puisque ce sont les diverses positions de cette pièce, les différens angles qu'elle forme avec l'horizon, qui expriment tout ce qu'on veut faire dire au télégraphe.

Cette aiguille reçoit son mouvement d'un treuil placé vers le bas de la poutre, et sous la main de l'observateur. Outre la poulie qui communique le mouvement à l'aiguille, le treuil en fait encore mouvoir deux autres dont la destination est de faire passer un mouvement semblable aux tuyaux des oculaires de deux lunettes

dirigées sur les deux stations voisines. Au foyer de ces lunettes est un fil qui en partage diamétralement le champ en deux parties égales. Le fil une fois placé parallèlement à l'aiguille du télégraphe, conserve nécessairement son parallélisme dans toutes les positions qu'on donne à l'aiguille, puisque tous les mouvemens correspondans s'opèrent au moyen de chaînes sans fin qui s'enroulent sur des poulies de diamètre égal. L'aiguille peut décrire une circonférence entière. Les élémens de la correspondance sont les angles depuis zéro jusqu'à 400 grades. Pour distinguer les deux moitiés du cercle, il falloit que la pointe et la queue de l'aiguille fussent de figure différente, et l'on ajoute à la queue une petite traverse qui lui donne la forme d'un T. Il n'étoit pas moins nécessaire de distinguer les deux extrémités du fil; et, dans cette vue, on a placé au foyer, mais excentriquement, un second fil, qui coupe le premier à angles droits, et qui, dans tous les mouvemens qu'on donne à la machine, doit toujours se trouver du même côté que la queue de l'aiguille qu'on observe.

La poulie principale qui est fixée au treuil, a sa circonférence divisée par autant de cannelures qu'on veut former d'angles différens. Un ressort, qui porte à son extrémité une roulette, vient s'appuyer contre la circonférence; et à l'instant où l'observateur interrompt le mouvement, la roulette entrant dans une des cannelures, la machine s'arrête, et l'aiguille reste fixe au point où elle a été amenée. Chaque cannelure porte une lettre et un chiffre, et porteroit également tout autre ou aux chiffres dans la correspondance.

Dans la machine que nous avons examinée, la poulie portoit deux divisions. Dans la première, la circonférence étoit divisée en vingt-quatre parties; dans l'autre, elle étoit partagée en trente-six parties. Ainsi les angles, dans ces deux systèmes, étoient de 11g ½ et 16g ½; ce qui revient à 10 et 15 degrés de la division sexagésimale. Toutes nos expériences ont été faites dans le premier système, qui donne les plus petits angles.

Voyons maintenant l'usage du nouveau télégraphe.

L'observateur qui veut transmettre une dépêche se place au pied de la machine, et prend en main les rayons du treuil, qu'il fait tourner de manière à amener au-dessus de la roulette le caractère qu'il veut écrire; et ensuite il regarde dans la lunette qui est à côté de lui, pour examiner si le télégraphe suivant répète exactement le même signe; et il en est assuré, dès qu'il voit cet autre télégraphe parallèle au fil de la lunette. Alors il donne un second signal, qui se répète et se vérifie de même, et ainsi de suite jusqu'à la fin de la dépêche.

Au second télégraphe, ainsi que dans toutes les stations suivantes, l'observateur, placé de même au pied de la machine, et entre les deux lunettes, tenant aussi en main les rayons du treuil, met l'œil à l'une des lunettes pour voir le signe que lui fait le télégraphe précédent. Dès l'instant qu'il en voit l'aiguille s'ébranler, il tourne son treuil de manière à ce que le fil de sa lunette suive tous les mouvemens qu'il aperçoit. Aussi-

tôt que l'aiguille observée s'arrête, l'observateur fixe son fil dans une situation parallèle, et note, s'il est nécessaire, le caractère qu'il voit immédiatement au-dessus de la roulette; puis il regarde dans l'autre lunette pour voir si le télégraphe suivant répète exactement le même signe.

Cette opération est extrêmement simple; elle n'exige pour ainsi dire aucun apprentissage. Un homme d'une intelligence ordinaire le comprendra et l'exécutera dans le même instant, et l'homme d'une intelligence plus bornée s'en rendroit capable en peu de leçons : il suffit qu'il connoisse les caractères de l'alphabet et les chiffres, ou qu'il apprenne à distinguer les caractères nouveaux qu'on jugeroit à propos d'employer à la place; mais un tel changement seroit plus incommode qu'utile, puisqu'on perdroit l'avantage d'avoir des signes auxquels on est familiarisé dès long-temps, et dont on peut d'ailleurs faire varier à volonté la signification.

. La nouvelle machine nous paroît donc avoir au plus haut degré le mérite de la facilité dans la manœuvre. Sans aucune étude préparatoire, nous avons fait passer des dépêches qu'on nous a rendues ensuite avec la plus grande fidélité, et fait des questions auxquelles on a répondu très-juste. Il n'est pas inutile d'ajouter que l'une des phrases que nous avons transmises étoit en latin, et qu'elle nous est revenue avec la même exactitude que les autres, quoique le correspondant n'eût aucune connoissance de la langue.

Sur le premier aperçu du jeu de la machine, nous

1.

avions craint que les positions de l'aiguille ne pussent pas se distinguer assez surement, et c'est pour lever ce doute que nous nous sommes attachés de préférence à la division qui procède par angles de 118 ½ ou de 10°. L'expérience nous a pleinement rassurés à cet égard; jamais nous n'avons éprouvé la moindre incertitude. L'œil juge avec une précision singulière de l'exactitude du parallélisme, et le moindre mouvement que faisoit le télégraphe pour passer d'un signe à l'autre étoit aperçu; la déviation étoit déja sensible, quoiqu'elle ne fût encore que de deux à trois grades, et on la distingue trèsbien, malgré la brume, ainsi que nous l'avons éprouvé; de sorte qu'on peut observer et correspondre aussitôt que l'air est assez transparent pour laisser voir l'aiguille du télégraphe.

D'après ce qu'on vient de dire, il est clair qu'on pourroit employer à la correspondance les angles de 11 grades, et alors on auroit 36 signes différens; c'est beaucoup plus qu'il ne faut. On pourra donc se contenter de diviser la circonférence en 24 parties égales. Notre alphabet n'a guères que 20 lettres essentiellement différentes et vraiment indispensables. Les quatre signes excédens serviront à indiquer les repos, à séparer les mots, si l'on conserve le système alphabétique, ou les divers assemblages de signes simples dont les combinaisons indiqueroient des mots ou des phrases convenues. Mais la facilité qu'offre le nouveau télégraphe est telle, les signes se succèdent avec une telle promptitude, qu'on pourroit, avec beaucoup de vraisemblance, adop-

ter l'avis des auteurs, qui est que le système alphabétique est préférable à tous les autres pour la célérité, sauf à changer la signification, en certains cas, pour assurer le secret de la correspondance; et nous pensons entièrement comme eux, que dans une multitude de circonstances, comme lorsqu'il s'agira d'avis particuliers que les observateurs auront à se communiquer réciproquement pour les instans et le mode du service, on fera bien de conserver le système alphabétique, quand même on en adopteroit un autre pour la correspondance réelle.

Quoi qu'il en soit, toute espèce de notation pouvant s'adapter à cette machine, il nous paroît superflu d'entrer pour le présent dans cette discussion, et l'on pourroit même renvoyer à l'expérience pour le choix entre différens systèmes. Ce qui a fixé particulièrement notre attention, ce sont les qualités du nouveau télégraphe.

Nous avons déja dit qu'il offroit facilité et sureté dans l'usage, et ce sont là les deux points principaux. La célérité n'est pas tout-à-fait de la même importance. C'est pourtant un avantage qui n'est pas à dédaigner. Pour savoir à quel point il se rencontre dans le nouveau télégraphe, nous avons, dans presque toutes nos expériences, consulté une montre à secondes. La durée moyenne de chaque signe a toujours été d'environ 8", jamais de plus de 10"; sur quoi il importe de remarquer que, dans la crainte de ne point assez bien distinguer des angles si petits, on avoit, dans ce premier essai, forcé toutes les dimensions de l'aiguille, qui étoit trop longue et sur-tout trop massive, ce qui nuisoit à la célérité. Quand on aura réduit la machine aux dimensions suffisantes, on peut espérer avec beaucoup de vraisemblance que 6" seront la durée moyenne de chaque signe. Il sera donc assez rare qu'une dépêche exige plus d'une demi-heure de travail dans le premier poste; et si l'on considère que les mouvemens du télégraphe qui parle et du télégraphe qui répète sont presque simultanés, on se convaincra que la dépêche, à peine achevée dans la première station, sera déja transmise entièrement au poste le plus éloigné.

Nos expériences ont été faites au télégraphe placé sur l'observatoire national. Le plus éloigné des deux que nous observions étoit placé sur le Mont-Valérien, c'est-à-dire, à plus de 10,000 mètres de distance. On pourroit, sans inconvénient, porter cette distance à 12,000 mètres, et peut-être davantage, toutes les sois au moins que le télégraphe se projetteroit dans le ciel, c'est-à-dire qu'il paroîtroit plus élevé que tous les objets terrestres qui se trouveroient plus loin dans le même alignement. Mais s'il se projetoit en terre, il faudroit le placer de manière à ce qu'il se projetât sur un objet éloigné de préférence à un objet plus voisin; et si l'on ne pouvoit éviter les objets voisins, il seroit essentiel alors de faire trancher le plus qu'il seroit possible la couleur du télégraphe avec celle du fond sur lequel il seroit vu.

Pour les observations nocturnes, on a placé des lanternes aux deux extrémités de l'aiguille; et pour distinguer la queue d'avec la pointe, on a mis à la queue une lanterne de plus. Peut-être eût-il mieux valu mettre la double lanterne à la pointe, pour ne point surcharger une extrémité où se trouve déja une traverse de plus qu'à la pointe. Ces lanternes restent invariablement dans une situation verticale, au moyen de poulies d'égal diamètre, autour desquelles s'enroulent des chaînes sans fin. Nous n'avons pas fait l'essai de ces lanternes, et nous ignorons si le parallélisme se jugeroit avec la même précision, quand on ne verroit ainsi que les deux extrémités de la ligne. Au reste, il seroit aisé de remédier à cet inconvénient, en ajoutant quelques lanternes de plus, si l'expérience en démontroit la nécessité.

L'exactitude du nouveau télégraphe dépend de cette condition, que les fils des lunettes seront toujours parallèles à l'aiguille. Il peut arriver que le parallélisme s'altère à la longue, et il sera bon de le vérifier chaque fois qu'on voudra correspondre. Le moyen est bien simple; on tournera le treuil de manière à ce que la roulette indique le caractère qui annonce la position verticale. Dans cet état, on examinera si l'aiguille est bien parallèle au mât qui lui sert de support, et les fils bien parallèles aux mâts des stations voisines. Dans ce cas, l'instrument est en bon état; mais si l'on voyoit une divergence, soit dans l'aiguille, soit dans les fils, on la corrigeroit en tournant convenablement les vis des boucles qui unissent les bouts des chaînes.

La machine, en général, nous a paru d'une construction facile et peu dispendieuse. A la réserve des lunettes et des chaînes qui les font tourner, toutes les pièces peuvent se faire ou se réparer par-tout; mais il sera bon d'avoir dans chaque station quelques chaînes de rechange en cas d'accident.

Il nous reste à examiner une objection qu'on a faite à l'idée fondamentale de la nouvelle machine. Il est impossible d'établir toutes les stations sur une même ligne droite. Le mouvement de l'aiguille se fera donc le plus souvent dans un plan oblique au rayon visuel, et incliné par rapport au plan dans lequel se meut le fil de la lunette. Ainsi, pour que le fil paroisse exactement parallèle à l'aiguille du télégraphe voisin, il ne faut pas lui donner un mouvement égal à celui de l'aiguille; ainsi, en divisant toutes les poulies en parties égales, on n'obtiendroit pas de parallélisme.

On pourroit répondre d'abord que, pour une inclinaison de 24 grades, la différence entre l'angle vrai et l'angle apparent n'est pas de 2 grades, lorsqu'elle est la plus grande, c'est - à - dire, quand l'angle est de 50 grades; et qu'ainsi le parallélisme, s'il n'est pas tout-à-fait exact, sera toujours du moins assez approché pour qu'on n'ait à craindre aucune erreur. Cette réponse auroit pu paroître suffisante, mais les auteurs du nouveau télégraphe en ont trouvé une beaucoup plus satisfaisante; c'est de corriger cette erreur, quelque légère qu'elle paroisse. Leur moyen est simple et ingénieux.

D'abord chaque télégraphe est placé de manière à être vu des deux stations voisines sous la même inclinaison. Par ce moyen, l'inclinaison n'est que moitié de ce qu'elle seroit si elle portoit toute d'un même côté, et la correc-

tion n'est que le quart, parce qu'elle est sensiblement proportionnelle au carré de la tangente de la demi-inclinaison réelle. Ensuite, au lieu de diviser en parties égales la circonférence de la poulie attachée au treuil, ils la divisent de manière à ce que, vue sous une certaine obliquité, l'aiguille paroisse avoir des mouvemens égaux : et comme l'axe du treuil fait, avec les axes des lunettes, un angle qui diffère de 100 grades, de la même quantité précisément que l'angle du rayon visuel sur le plan dans lequel se meut l'aiguille observée, il s'ensuit que le treuil, en tournant inégalement, ne communique pourtant aux lunettes que des mouvemens égaux, et que le parallélisme paroît aussi exact que s'il n'y avoit nulle inclinaison. Pour cet effet, il a fallu briser le prolongement de l'axe du treuil, et les auteurs l'ont fait par un moyen connu depuis long-temps, et qu'on voit dans ces cless ou espèces de bras qui portent le nom de Hook. leur inventeur, et qui servent à donner aux lunettes astronomiques tous les mouvemens nécessaires. Mais quoique ce mécanisme ne soit pas nouveau, l'application qu'on vient d'en faire nous paroît nouvelle autant qu'heureuse.

Ce seroit ici le lieu de comparer le nouveau télégraphe aux télégraphes déja existans; mais nous n'avons pas été à portée de faire les expériences nécessaires pour établir cette comparaison. Tout ce que nous pouvons dire, c'est que le télégraphe des citoyens Bréguet et Bétancourt diffère essentiellement de toutes les autres machines de ce genre dont nous avons quelque connois-

32 HISTOIRE DE LA CLASSE DES SCIENCES

sance; que ce télégraphe réunit, à un degré qu'il paroît difficile de surpasser et même d'atteindre, toutes les qualités qui peuvent assurer facilité, promptitude et précision dans la correspondance, économie dans l'établissement et la réparation des machines; enfin, multiplicité de signes jointe à une telle simplicité, qu'il n'exige aucune étude particulière dans les personnes auxquelles on en confiera le service : avantage d'autant plus précieux, qu'il permet de n'avoir habituellement que le nombre strictement nécessaire d'employés, puisqu'ils peuvent être remplacés à l'instant par tout homme qui saura lire. En conséquence, nous pensons que le nouveau télégraphe mérite l'attention du Gouvernement, et qu'on verra avec plaisir, dans le recueil de l'Institut, le mémoire dans lequel les citoyens Bréguet et Bétancourt ont exposé la construction de leur machine, et leurs idées sur le langage télégraphique.

21 germinal an 6.

Signé, LAGRANGE, LAPLACE, PRONY, COULOMB, CHARLES, et DELAMBRE, rapporteur.

PHYSIQUE.

OBSERVATION

SUR

LES MARÉES DE TÉNÉRIFFE.

LE citoyen Baussard, lieutenant de vaisseau, a trouvé l'établissement du port à Sainte-Croix de Ténériffe à midi: Robertson, dans ses Élémens de navigation, le met à trois heures, ainsi que le citoyen Fleurieu; mais le citoyen Lalande, dans son Traité du flux et du reflux de la mer (page 341), avertit que, suivant les habitans, la marée est à midi. Dans cette diversité d'opinions, l'on a jugé qu'il étoit utile de faire mention de l'observation du citoyen Baussard, qui a passé neuf mois à Ténériffe, et qui avertit d'ailleurs que les marées y sont pleines d'irrégularités.

CHIMIE.

RAPPORT

Sur le mémoire du citoyen Cossigny, contenant des vues pour extraire du pastel un véritable indigo.

Le mémoire du citoyen Cossigny, envoyé à l'Institut par le ministre de l'intérieur, et dont vous nous avez chargés, le citoyen Fourcroy et moi (1), de vous rendre compte, a pour objet de déterminer le Gouvernement à prendre en paiement d'un terrain national des lettres-de-change de l'île de France, en considération de ce qu'il s'engageroit à y cultiver le pastel, la scabieuse et d'autres plantes indigofères; à faire à ses frais les expériences qui seroient nécessaires, et à publier leurs résultats.

De tous les motifs qui peuvent faire accueillir ou rejeter cette proposition, nous n'avons dû examiner et soumettre à votre décision que ceux qui ont un rapport direct aux progrès de l'art, qui fondent de justes espérances de voir créer une nouvelle branche d'industrie, qui présentent enfin des probabilités de succès des essais

⁽¹⁾ Le citoyen Guyton.

proposés pour donner une plus grande valeur aux productions du sol de la République.

Il est bien certain que ce seroit une découverte précieuse que celle qui nous apprendroit à retirer du pastel une matière colorante qui pourroit remplacer l'indigo, et nous dispenser de le tirer de l'étranger, sur-tout dans les circonstances actuelles, où, comme le remarque l'auteur du mémoire, les troubles survenus dans les colonies ne peuvent manquer de le rendre encore longtemps très-cher en Europe.

Ce n'est pas la première fois que le citoyen Cossigny s'occupe des moyens de perfectionner la préparation de cette fécule, dont on fait un si grand usage dans la teinture. Il fit imprimer en 1779, à l'île de France, un Essai sur la fabrique de l'indigo, que nous ne connoissons que par les rapports qui en furent faits par des commissaires nommés par les chefs de la colonie, le 18 août de la même année; et en 1781, à la ci-devant Académie des sciences, par Macquer et Lemonnier.

Il résulte de ces rapports, que le citoyen Cossigny a joints à son mémoire, qu'il a suivi en observateur éclairé toutes les opérations de cette fabrication; que la description qu'il en donne ne laisse rien à desirer pour la plus parfaite instruction sur toutes les manipulations; qu'il a fait lui-même en grand beaucoup d'expériences importantes, simplifié la main-d'œuvre du battage par de nouvelles machines, perfectionné la dessiccation, indiqué de nouveaux moyens d'avivage ou purification de l'indigo, et donné enfin d'utiles conseils

pour son encaissement, sa conservation et même son emploi dans la teinture.

Il est à remarquer que les commissaires de l'Académie, en lui proposant d'adopter cet ouvrage, ne furent point arrêtés par la circonstance qu'elle venoit de publier l'Art de l'indigoterie par M. Beauvais Bazeau, et qu'ils se décidèrent, parce que l'ouvrage du citoyen Cossigny, rédigé avec toute la précision qu'on pouvoit desirer, étoit beaucoup plus étendu et plus détaillé.

Il n'est pas possible, sans doute, de se présenter avec des titres plus faits pour inspirer une favorable prévention, et même pour décider la confiance du Gouvernement; mais vous attendez de vos commissaires l'examen des principes et des procédés sur lesquels le citoyen Cossigny fonde les probabilités du succès de sa nouvelle entreprise.

Suivant lui, le pastel ou vouède, isatis sativa, glastrum (1), au lieu d'être simplement broyé dans des moulins pour en former une pâte, et avec cette pâte des gâteaux que l'on met dans le commerce, devroit être traité par les mêmes procédés que ceux employés par les Indiens et par les colons d'Amérique pour extraire la fécule bleue de l'anil ou indigofère. Il lui paroît d'autant plus étonnant que l'on ne se soit pas encore avisé en France de séparer ainsi cette matière colorante du pastel, qu'elle existe dans beaucoup d'espèces de plantes, ou, pour mieux dire, dans presque toutes.

⁽¹⁾ Isatis tinctoria. L.

Il regarde la couleur verte, qui est si générale, comme résultant de l'action des alcalis qu'elles contiennent sur leurs atomes bleus, ou du mélange de ces derniers avec le jaune, qui est la couleur la plus ordinaire des sucs extractifs.

Après avoir indiqué plusieurs plantes dont on peut extraire la fécule colorante, telles que la dentelaire, la chélidoine, la robinia, le galéga, etc., il s'arrête au pastel et à la scabieuse, comme celles sur lesquelles il convient de préférence de faire des essais.

Il rappelle, par rapport au premier, ce que Pallas a écrit dans ses voyages d'un établissement dans le district de Penza, où l'on traite le pastel de la même manière que l'on fabrique l'indigo dans les colonies. Il convient que la fécule que l'on en retire est de mauvaise qualité; mais c'est, dit-il, de l'indigo; et en rectifiant ce que la pratique des Russes a de vicieux, il paroît certain qu'on en fabriqueroit de bonne qualité.

Ce n'est pas que l'auteur du mémoire veuille approprier absolument au pastel la méthode des indigotiers des colonies. Les feuilles du pastel étant plus larges et plus épaisses que celles de l'anil, et sans branches ligneuses, il croit que la fermentation s'y établiroit difficilement; qu'il seroit avantageux de les broyer sous les meules, comme pour faire les pains de pastel, ou même de les réduire en poudre après les avoir fait sécher, soit au soleil, soit à l'étuve. Il assure que c'est beaucoup trop que trois jours de fermentation, comme le pratiquent les Russes; que c'est encore un procédé vicieux de la fabrique de Penza de mêler l'eau de chaux à l'extrait avant de le battre; que ce précipitant n'exerce son action que sur les parties colorantes réunies en grains; que l'eau de chaux pure ne peut qu'altérer la couleur des atomes bleus, qu'il faut la phlogistiquer; ce qui ne détruit pas sa vertu précipitante.

A l'égard de la succise ou scabieuse à fleurs bleues, il rapporte ce que dit Lepileur d'Apligny, de l'usage que les Suédois font de ses feuilles pour donner aux étoffes de laine une belle couleur verte, après les avoir préparées de la même manière que l'on prépare celles de l'isatis ou du pastel. Voilà donc, dit-il, un nouvel art à introduire, et peut-être pourroit-on extraire de cette plante une fécule verte qui manque à la teinture.

Telles sont les vues présentées dans le mémoire du citoyen Cossigny. Il n'y a, comme l'on voit, aucune méthode déterminée, aucun plan d'opérations ni même d'expériences arrêté; ce ne sont que des recherches indiquées, et, nous devons le dire, les points de théorie d'où elles dérivent ne sont rien moins que démontrés, et l'auteur paroît n'avoir pas connu les observations qui pouvoient servir le plus utilement à les diriger.

Depuis les travaux de Lewis, de Bergman, de notre collégue Berthollet (1), la préexistence des molécules bleues rendues vertes par le mélange de jaune ou même par l'action des alcalis, est placée au nombre des opinions généralisées sans fondement par l'abus trop ordi-

⁽¹⁾ Elémens de l'art de la teinture, t. II, p. 63 et 75.

naire des analogies. Elle est ici démentie par les faits, puisque les acides ne font pas reparoître le bleu de l'indigo en saturant l'alcali, et que leur excès ne le fait pas passer au rouge. Elle est en contradiction avec ce que l'auteur lui-même reconnoît sur la nécessité du contact de l'air pour établir la fermentation qui sépare la matière colorante, et sur-tout lorsqu'il recommande de n'ajouter la chaux que quand les parties colorantes sont réunies en grains. Il suffit enfin, pour achever d'en démontrer l'erreur, d'observer qu'une étoffe qui sort verte de la cuve d'indigo, devient bleue à l'air ou par l'action de l'acide muriatique oxigéné étendu d'eau (1).

Nous avons vainement cherché sur quel principe le citoyen Cossigny fondoit le conseil qu'il donne de phlogistiquer la chaux pour qu'elle précipitât le bleu sans l'altérer. S'il a entendu qu'elle fût mise à l'état de prussiate, il abandonne donc ici son premier système sur la préexistence des molécules bleues, et il revient à l'hypothèse que le fer est la base de cette couleur; mais elle n'est pas plus soutenable depuis que des analyses exactes nous ont fait connoître la très-petite quantité de fer qui se trouve dans cette fécule, et la quantité de carbone qu'elle recèle, tellement disproportionnée avec les produits des autres plantes, que l'on peut le regarder comme un caractère de l'indigo et des autres végétaux susceptibles de donner une semblable fécule.

Nous disons, en second lieu, que le citoyen Cossigny

⁽¹⁾ Berthollet, t. II, p. 88.

paroît n'avoir pas eu connoissance des ouvrages les plus instructifs sur le sujet qu'il traite, et nous mettons dans cette classe, indépendamment de ceux que nous avons déja cités, les dissertations d'Eibel et de Buchner, De Indo germano, sive colore cæruleo solido è glastro (1); celle de Kulenkamp, couronnée par la Société royale de Gottingue, sur la manière de tirer du pastel une couleur semblable à celle de l'indigo (2); les écrits de Vogler, de Gren, de Danbournay, qui se sont spécialement occupés des moyens de retirer du pastel un véritable indigo; enfin la notice publiée en 1791 par ordre de l'Académie de Turin, relativement à la question qu'elle avoit proposée en ces termes : « Indiquer » le moyen le plus facile et le plus économique de retirer » du pastel ou de toute autre plante indigène, une » fécule bleue que l'on puisse substituer avec avantage » à l'indigo dans la teinture » : notice dans laquelle le comte Saint-Martin et l'abbé Vasco indiquent toutes les tentatives qui ont été faites en ce genre depuis l'établissement de Morina à Naples, dont l'indigo fut trouvé d'aussi bonne qualité que celui tiré de l'anil; où ils rapportent et comparent les procédés et les résultats des essais; où ils rapprochent les diverses analyses de l'indigo et du pastel, par Bergman, Quatremère et Ribaucourt, et y joignent souvent leurs propres expériences.

⁽¹⁾ Hall. 1768.

⁽²⁾ Voyez Description des arts et métiers, t. VIII, p. 112.

C'est-là, sans doute, que l'on peut espérer de trouver des instructions utiles, et de précieuses observations pour éclairer la méthode et pour abréger la route des tâtonnemens, bien plus que dans la description succincte que Pallas donne de la fabrique de Kerselisman dans le district de Penza, dont les travaux, lors de son passage, étoient suspendus depuis un an, dont il assure que le pastel, que l'on vouloit préparer suivant la méthode des indigotiers, étoit de si mauvaise qualité qu'on ne pouvoit en trouver le débit; description enfin dans laquelle ce voyageur philosophe paroît borner ses espérances à une meilleure fabrication de la couleur ordinaire de la vouède ou du pastel (waidfaibe), ce qui est bien différent de l'extraction d'un véritable indigo (1).

D'après ces considérations, nous conclurons que les recherches pour parvenir à tirer du pastel un véritable indigo, méritent, par l'importance de leur objet, toute l'attention et les encouragemens du Gouvernement; que le zèle et la sagacité avec lesquels le citoyen Cossigny s'est appliqué à perfectionner la préparation de l'indigo dans nos colonies, doivent faire présumer avantageusement des nouvelles expériences auxquelles il paroît disposé à se livrer; mais que le mémoire communiqué à la classe ne présente, ni dans les principes ni_dans

⁽¹⁾ Voyages de Pallas, t. I, p. 76 de l'édition de Pétersbourg, et 117 de la traduction française.

т. 3. 1.

42 HISTOIRE DE LA CLASSE DES SCIENCES les procédés, des bases suffisantes pour asseoir son jugement sur la probabilité du succès de l'entreprise proposée.

Fait à l'Institut national le 16 frimaire an 6.

Signé, Fourcroy, L. B. Guyton.

EXTRAIT

D'UN RAPPORT

Sur un alliage métallique envoyé par la commission des finances du Corps législatif, pour en faire l'examen.

La commission voulant savoir, 1°. de quoi cet alliage étoit composé, 2°. s'il étoit facile à contrefaire, en envoya un lingot à l'Institut, qui chargea Bayen, Pelletier, Vauquelin, Chaussier et Lelièvre de l'examiner.

Ce lingot, marqué du poinçon de l'essayeur des monnoies, étoit annoncé à 5 deniers 21 grains.

Sa couleur extérieure étoit blanche, et sa cassure tiroit au jaune aussi bien que sa limaille, et sa pesanteur spécifique étoit 9.4776.

L'opération du recuit a fait connoître qu'il contenoit en petite quantité un métal évaporable, et qu'il perdoit son éclat argentin; et en le travaillant à froid au laminoir, on a vu qu'il s'écrouissoit aisément.

44 HISTOIRE DE LA CLASSE DES SCIENCES

La coupelle et les réactifs de la chimie ont donné, pour la composition de 100 parties de cet alliage,

Argent										. 50.
Cuivre:		٠			٠					. 45.7344
Or			•			4		٠	•	. 0.2656
Arsenic				•	•		٠		•	4.
T	тс	ΑL								. 100, parties.

Enfin les commissaires de l'Institut ont recomposé un alliage semblable à celui du culot, en réunissant ces métaux dans les proportions que l'analyse leur avoit données.

EXTRAIT

D'UN RAPPORT

Sur les couleurs pour la porcelaine, du citoyen Dinl.

L'ART de peindre sur la porcelaine a les plus grands rapports avec la peinture en émail : dans l'un comme dans l'autre, les couleurs sont appliquées sur un fond blanc déja vitrifié, qui sert à former les clairs et à nuancer les ombres.

Dans l'un et dans l'autre, les matières colorantes ne peuvent être prises que dans les fossiles. On les emploie dans deux états, ou sous la forme terreuse d'oxides métalliques, ou sous celle de verres. L'état terreux permet aux couleurs minérales ou métalliques de s'unir bien avec les huiles, de former une pâte liée avec elles, de couler uniformément du bout du pinceau. Cet avantage ne se rencontre pas dans les couleurs vitrifiées : quelque bien broyées qu'elles soient, elles s'allient mal à l'huile; elles se séparent, coulent et tombent du pinceau comme feroit un sable mêlé à l'eau. C'est un inconvénient grave pour la peinture.

Cependant un grand avantage des verres colorés seroit de prendre, après avoir été employés et parfondus,

comme on le dit dans l'Art de l'émailleur, à très-peu de chose près, la même couleur qu'ils auroient avant d'être pulvérisés; car la pulvérisation éclaircit le ton et diminue l'intensité de la couleur. Les terres, au contraire, ou les oxides métalliques non vitrifiés, ont l'avantage de se bien délayer dans l'huile, de tenir au pinceau, et en outre de donner aux verres avec lesquels on les mêle la propriété de s'empâter et de bien couler avec l'huile; mais, d'un autre côté, ils ont l'inconvénient de varier beaucoup de ton et de nuance par la vitrification; ce qui fait que le peintre est obligé de travailler d'après une palette idéale. Il est forcé de passer souvent certaines couleurs au feu, de n'appliquer que successivement les tons forts ou foibles, clairs ou obscurs, parce que ce n'est que par un long exercice qu'il apprend à juger la nuance que le feu donnera à ses couleurs.

Dans cet état de choses, c'eût été un grand pas vers la perfection que de parvenir à préparer des couleurs qui pussent donner, avant leur vitrification, les mêmes nuances qu'après.

Le citoyen Dilh s'est occupé de la solution de cet intéressant problème, et a soumis au jugement de la classe des sciences mathématiques et physiques les résultats de ses recherches.

Cette classe a jugé, 1°. que l'art de préparer des couleurs métalliques d'un ton égal avant et après la vitrification n'existoit, avant le travail du citoyen Dihl, que dans quelques préparations, et n'avoit point été décrit; 2°. que quelques procédés qui peuvent s'y rapporter n'étoient encore que soupçonnés, isolés dans quelques manufactures, et n'avoient pas été publiés; 3°. que le citoyen Dihl a beaucoup étendu et beaucoup perfectionné cet art; 4°. que les couleurs préparées par cet artiste ont véritablement atteint le but si long-temps desiré, d'être inaltérables et fixes par un grand feu; de conserver, après la vitrification, le ton qu'elles ont avant de l'éprouver; 5°. que les mêmes couleurs promettent, pour la peinture à l'huile sur toile et sur d'autres corps, une inaltérabilité et une durabilité qui seront d'un prix infini pour la conservation des tableaux, si les peintres sont d'ailleurs satisfaits de leur emploi; 6°. enfin, que ces nouveaux produits de l'art chimique, appliqués à la peinture des porcelaines, méritoient l'approbation de la classe.

Au palais national des sciences et arts, ce 26 brumaire an 6 de la République française.

Signé, FOURCROY, DARCET, GUYTON.

DISTRIBUTION DE PRIX,

Séance publique du 15 germinal an 8.

L'Institut national avoit, en l'an 6, proposé pour prix de mathématiques, le sujet suivant:

Déterminer par un grand nombre d'observations, les meilleures et les plus modernes qu'on pourra se procurer, les époques de la longitude moyenne de l'apogée et du nœud ascendant de la Lune.

Deux pièces seulement ont été envoyées au concours: mais la question y est traitée d'une manière si complète et si satisfaisante; les auteurs, non contens de remplir les questions du programme, se sont livrés, sur les mouvemens de la Lune, à des recherches si pénibles et si intéressantes, que l'Institut, considérant d'ailleurs l'importance du sujet pour l'astronomie et la navigation, a cru devoir doubler le prix annoncé, et le partager également entre deux pièces enregistrées sous les nos 1 et 2, portant pour épigraphe; savoir,

N° 1. C'est une chose admirable que l'accord des observations avec la théorie de la pesanteur universelle.

No 2. Et si... mea fama in obscuro sit; nobilitate

ac magnitudine eorum qui nomini officient meo, mo consoler. (Livius, in Proemio.)

L'auteur de la première est le citoyen Bouvard, astronome adjoint du bureau des longitudes.

L'auteur de la seconde est M. Jean-Tobie Burg, astronome adjoint de l'observatoire de l'Université de Vienne.

L'Institut national avoit aussi proposé en l'an 6, pour sujet d'un des prix qu'il devoit décerner en l'an 7, la question suivante:

Indiquer les substances terreuses et les procédés propres à fabriquer une poterie résistante aux passages subits du chaud au froid, et qui soit à la portée de tous les citoyens.

N'ayant pas reçu de mémoires pour le concours, cette question a été proposée une seconde fois, avec un prix double de la valeur de deux kilogrammes d'or, et cette autre question pour sujet de l'un des prix qu'il devoit décerner en l'an 8:

Rechercher, par des expériences exactes, quelle est l'influence de l'air atmosphérique, de la lumière, de l'eau et de la terre, dans la végétation.

Quoiqu'il n'ait été envoyé au concours aucun mémoire sur cette question intéressante, l'Institut a cru devoir la proposer de nouveau. Séance publique du 15 nivose an 9.

L'Institut national avoit proposé en l'an 7, pour prix de mathématiques, des recherches sur l'orbite de la première comète de 1770.

Deux pièces seulement ont été envoyées au concours. L'une en latin, marquée du n° 1, porte pour épigraphe ces vers de Manilius:

> Juvat ire per ipsum Aera, et immenso spatiantem vivere cœlo, Signaque et adversos stellarum noscere cursus.

L'autre en français, marquée du n° 2, avec cette épigraphe:

Jam patet horrificis quae sit via flexa cometis.
... Miramur barbati phaenomena astri.

L'auteur de la première, n'ayant pas vu le programme du prix, n'a pu deviner les conditions qui y étoient exprimées, et il n'en a réellement rempli aucune. Sa pièce renferme beaucoup de calculs analytiques et numériques qui ont tous pour objet le problème général, qui consiste à déterminer l'orbite d'une comète d'après les observations. Aucun de ces calculs n'avoit de rapport direct à la question proposée.

Cette question est au contraire pleinement résolue dans la pièce n° 2. L'auteur a discuté avec les plus grands soins toutes les observations; il a établi avec plus de précision les lieux observés de la comète. Par des calculs immenses, il a fait voir qu'aucune section conique, excepté l'ellipse, ne pouvoit satisfaire aux observations. Il a déterminé, sur la totalité de ces observations, les élémens de cette ellipse, qui diffère très-peu de celle de Lexell.

Il paroît donc que c'est dans les perturbations planétaires qu'il faut chercher la cause qui nous a empêchés de voir plus souvent la comète. Ce n'est même qu'en tenant compte des variations dues à l'action de la Terre, que l'auteur a pu représenter également bien, tant les observations qui ont précédé, que celles qui ont suivi le temps de la plus grande proximité de la comète et de la Terre.

L'Institut national, en décernant le prix à cette pièce n° 2, qui prouve des connoissances fort étendues jointes à une constance infatigable dans le travail, invite l'auteur à continuer les recherches intéressantes qu'il annonce à la fin de son mémoire.

L'auteur est le citoyen Jean-Charles BURCKHARDT, astronome adjoint du bureau des longitudes.

MÉMOIRES

Que la classe a jugés dignes d'être imprimés dans le volume des Savans étrangers.

Considérations sur la sommation de certaines suites périodiques, par le citoyen Callet.

Sur l'amélioration et la conduite des troupeaux de bêtes à laine, par le citoyen Chanorier, depuis associé.

Observations météorologiques faites à Cayenne en 1788 et 1789, par le citoyen Simon Mentelle.

Sur l'acide acétique, par le citoyen Adet.

Sur une hydropisie de l'ovaire avec concrétion osseuse dans l'uterus, par le citoyen L. Odier de Genève.

Sur un météore lumineux observé à Genève en l'an 6, par le citoyen Prévot.

Recherches sur l'étain, par le citoyen Prousr.

Sur les prussiates de potasse, par le même.

Sur les intégrales des équations aux différences finies, par le citoyen Biot, depuis associé.

Sur l'intégration des équations aux différences partielles linéaires du second ordre, par le citoyen Parceval. Sur les séries et sur l'intégration complète d'une équation aux différences partielles linéaires du second ordre à coefficiens constans, par le même.

Sur l'absorption de l'oxigène par les terres simples, par M. Humboldt.

Sur les formules de développement, de retour et d'intégration, par M. BURMANN.

Sur l'intégrale complète et finie de l'équation des vibrations des lames élastiques, par le citoyen PARCEVAL.

MACHINES,

INVENTIONS ET PRÉPARATIONS

APPROUVÉES PAR LA CLASSE.

- 1°. MANIÈRE nouvelle de teindre en rose sans le secours du jus de citron, avec un procédé pour l'écarlate sur soie, par la citoyenne veuve Pallouy.
- 2°. Sur l'art de peindre la porcelaine, par le citoyen Dint.
- 3°. Nouvelle machine dont l'objet principal est de corriger les défauts du balancier ordinaire, par le citoyen Montu.
- 4°. Instrument nommé cachet typographique, par le citoyen Hanin.
- 5°. Instrument pour perfectionner le timbre à papier, par le citoyen Dupeyrat.
- 6°. Nouveau télégraphe inventé par les citoyens Bréguet et Bétancourt.
- 7°. Trois machines relatives aux phénomènes résultans du mouvement des planètes autour du Soleil, par le citoyen Canebier.

MATHÉMATIQUES ET PHYSIQUES.

- 8°. Bélier hydraulique, inventé par les citoyens Mongolfier frères et Argand.
 - 9°. Lampe inventée par le citoyen Laborde.
- 10°. Tête en cire représentant les nerfs de la face, exécutée par M. Susini, anatomiste et dessinateur du Muséum de Florence.
- 11°. Machine propre à élever les eaux sans pompes, par le citoyen Détrouville.
- 12°. Machine vigigraphique relative aux signaux des côtes, par les citoyens Moncabrié et Laval.
- 13°. Carte trigonométrique destinée à vérifier les calculs en mer par des moyens graphiques, imaginée par le citoyen Maingon, lieutenant de vaisseau.
- 14°. Toiles imprimées dans la manufacture des citoyens Gremond et Barré, établie à Bercy.

LISTE

DES OUVRAGES IMPRIMÉS PRÉSENTÉS A LA CLASSE.

HISTOIRE abrégée de la lithotomie, par le citoyen SAUCEROTTE, membre associé de l'Institut. 1790. in-8°.

Bulletin des scienses par la société philomathique de Paris. An 6 et suiv. in-4°.

Annales de chimie. Paris, an 8. in-8°.

Memoria matematica, sobre el calculo de la opinion en las elecciones, por J. I. Morales. Madrid, 1797. in-4°.

Lettres sur l'agriculture du district de la Rochelle et des districts voisins, par le citoyen Chassiron. An 3, 1 vol. in-12.

Memoir concerning the fascinating faculty which has been ascribed to the Rattle-Snake and other american serpents, by Benjamin SMITH BARTON. M. D. Philadelphie, 1796. in-8°.

Liste des principaux objets de sciences et d'arts recueillis en Italie par les commissaires du gouvernement français. An 5. in-fol.

Annales, mémoires et observations de la société d'agriculture et économie rurale de Meillant, département du Cher. An 5, nº 1. At our la mariner or golfroil sell

L'art défensif supérieur à l'offensif, ou la fortification perpendiculaire, par le citoyen Montalembert. Paris, 1793, 10 vol. in-4°.

L'ami de l'art défensif, ou observations sur le Journal polytechnique de l'École centrale des travaux publics, par le général Montalembert. Paris, an 4. 1 vol. in-4°.

Affûts de canons pour l'artillerie des vaisseaux, ou affûts marins à aiguille, par le même. Paris, an 6, in-40.

Dictionnaire encyclopédique et militaire, faisant suite aux dix volumes de l'art défensif, par Julienne Belair, général divisionnaire. Paris, 1782. in-40.

· Essai sur l'horlogerie, par FERDINAND BERTHOUD, membre de l'Institut. Paris, 1786. 2 vol. in-4°. avec figures. . ionimalibitiv ectors and exclusively suitable told

Éclaircissemens sur l'invention, la théorie, la construction et les épreuves des nouvelles machines proposées en France pour la détermination des longitudes en mer par la mesure du temps, par le même. Paris, 1773. in-4°.

4°. Traité des horloges marines, par le même. Paris, 1773. in-4°.

т. 3. 1.

Les longitudes par la mesure du temps, ou méthode pour déterminer les longitudes en mer avec le secours des horloges marines, par le même. Paris, 1775. in-4°.

La mesure du temps appliquée à la navigation, ou principes des horloges à longitudes, par le même. Paris, 1782. in-4°.

De la mesure du temps, ou supplément au traité des horloges marines et à l'essai sur l'horlogerie, par le même. Paris, 1787. in-4°.

Traité des montres à longitudes, contenant la construction, la description et tous les détails de maind'œuvre de ces machines, leurs dimensions, la manière de les éprouver, etc., par le même. Paris, 1792. in-4°.

Suite du traité des montres à longitudes, par le même. Paris, an 5 (1797). in-4°.

Instruction sur la péripneumonie, ou affection gangreneuse du poumon dans les bêtes à cornes, par Philibert Chabert, directeur des écoles vétérinaires. *Paris*, an 2. in-4°.

Détails de la distribution des prix faite aux élèves de l'école vétérinaire d'Alfort le jour de la fête de la jeunesse, au canton de Charenton Sainte-Maurice. in-8°.

Éloge du général Marceau, adressé à la classe par la société philotechnique. in-8°.

Essai sur les moyens de faire participer l'universalité

des spectateurs à tout ce qui se pratique dans les fêtes nationales, par le citoyen Revellière-Lépeaux, membre de l'Institut. Paris, an 6. in-8°.

Instruction sur le procédé à suivre pour l'épreuve des salpêtres, etc. envoyée par l'administration des poudres et salpêtres. An 5. in-4°.

Essai sur l'électricité de l'eau, par Joseph Bressy, médecin. 1797. in-8°.

Rapports imprimés sur les travaux de la Société d'émulation de Rouen pendant l'an 6, par le citoyen Auber, secrétaire.

Recueil périodique de la Société de médecine de Paris, in-80.

Éloge historique de Vicq d'Azyr, par le citoyen Moreau. in-80. the instance of the

Analyse raisonnée du système de John Brown, concernant une méthode simplifiée et nouvelle de traiter les maladies en général, appuyée de différentes observations, par Rodolphe-Abram Schifferli. Paris, an 6. in-80.

Mémoire contenant la description d'une machine à incendie, par le citoyen Mathieu. in-4°.

Journal of natural philosophy, chemistry and the arts, etc. - By WILLIAM NICHOLSON. London. 1799. in-4º.

60 HISTOIRE DE LA CLASSE DES SCIENCES

Tableau élémentaire de l'histoire naturelle des animaux, par le citoyen Cuvier, membre de l'Institut. Paris, an 6. in-8°.

Description d'un moyen pour appliquer le siphon à l'élévation de l'eau, par le citoyen Jumelin.

Journal de la Société des pharmaciens de Paris. in-40.

Traité des bandages, par le citoyen TILLET. in-8°.

Historique de l'opération du sarcocèle, publié par le citoyen Imbert Delonne. in-8°.

Tablette de minéralogie, par M. le baron de Hursch.

Traité de la destruction des fourmis, par le même.

Relation du fameux cabinet et de la bibliothèque de madame Hupsch. in-12.

Attestation authentique sur la distribution gratuite des remèdes, etc. et sur les guérisons opérées par madame Hupsch. in-12.

Tables synoptiques et systématiques de tout le cabinet d'histoire naturelle de M. de Hupsch, première partie. Règne minéral, en allemand.

Nouvelle découverte d'une méthode peu coûteuse de traiter tous les hommes décédés, afin de rappeler à la vie ceux qui ne sont morts qu'en apparence, par le marquis de Hupsch. in-12.

Exposition d'un système plus simple de médecine, ou éclaircissemens et confirmation de la nouvelle doctrine médicale de Brown, traduction du citoyen Léveillé. in-80.

Essai sur l'histoire des fourmis de la France, par le citoyen LATREILLE, associé de l'Institut national. An 6. in-12.

Traduction d'un traité anglais de Goodwin, sur la connexion de la vie avec la respiration, par le citoyen HALLÉ, membre de l'Institut. An 6. in-80.

New views on the origin of the tribes and nations of America, by BENJAMIN SMITH BARTON. Philadelphia, 1797. in-8°.

Mémoire sur la nouvelle théorie des équations du deuxième degré, par le citoyen LAURENT. in-8°.

Nouvelle théorie des équations du deuxième degré, par le même. An 5. in-8°.

Introduction aux équations du troisième degré, par le même. An 5. in-80.

Pinacothèque, ou collection de tables d'une utilité générale pour multiplier et diviser, par Jean-Philippe GRUSON. Berlin, 1798.

Discours sur les sciences naturelles et mathématiques, par Louis Costaz. An 6. in-8°.

Liste des membres de la Société royale de Londres, année 17.97 เกรีย เป็น เกลี เกลร แกล เกราะสั

Description et figure gravée d'un nouveau chariot de l'invention du citoyen Mathieu.

Discours sur les inhumations précipitées, par le citoyen Desessartz, membre de l'Institut national. in-8°.

Traité sur les symptômes, les effets, la nature et le traitement des maladies syphilitiques, par le citoyen Swediaur. 2 vol. *Paris*, an 6.

Nouveaux principes de géologie, par le citoyen Ber-TRAND. Paris, an 6. in-8°.

Du degré de certitude de la médecine, par le citoyen CABANIS, membre de l'Institut. Paris, an 6. in-8°.

Discours sur les avantages qui résultent de l'étude de l'histoire naturelle, par le citoyen LACOSTE. Toulouse, an 5. in-12.

Essai sur les sièvres intermittentes, par le citoyen Bouffey. Paris, an 6. in-8°.

Dissertation sur les dégradations du Panthéon français, par le citoyen GAUTHEY. in-4°.

Pièces relatives à l'administration du Musée central des arts. Paris. in-4°.

Transactions of the american philosophical society. Philadelphia, 1789. 3 vol. in-4°.

Tableau portatif imprimé, de l'équation de temps, par le citoyen Lalande, membre de l'Institut.

Recherches physiologiques et expériences sur la vitalité, par le citoyen Sue. Paris, an 6.

Mémoire sur l'astronomie nautique, par le citoyen Rochon, membre de l'Institut. Paris, in-4°.

Recherches sur les moyens d'exécuter sous l'eau toutes sortes de travaux hydrauliques, sans employer aucun épuisement, par le citoyen Coulomb, membre de l'Institut, seconde édition. Paris, an 5, in-8°.

Traité complet sur les abeilles, par M. DELLA ROCA. Paris, 1790. 3 vol. in-80.

Observaciones sobre la historia natural, geografia, agricultura del regno de Valencia, por don Antonio Josef CAVANILLES. Madrid, 1795. 2 vol. in-fol.

Historia systematis salivalis, auctore J. B. Sie-BOLD. Ienæ, 1797. in-4°.

Tables portatives de logarithmes, édition stéréotype, par le citoyen Callet. An 3 (1795). in-4°.

De structura nervorum, auctore Reil. in-fol. fig.

Traité de calcul différentiel et de calcul intégral, par le citoyen Bossur, membre de l'Institut national. Paris, an 6. 2 vol. in-80. with at more a mile I a will I would

Fait historique sur l'île de Cette, par le citoyen GRANGENT. Montpellier, 1791. in-80.

Nouveau Barême, ou nouveaux comptes faits, par le citoyen Blavier. Paris, an 6. in-12.

64 HISTOIRE DE LA CLASSE DES SCIENCES

Dissertation en forme de pétition, par le citoyen Buchoz. in-fol.

Exposition d'un moyen d'élever les eaux et d'en disposer d'une manière utile pour l'agriculture, les arts, les travaux publics, etc. par le citoyen Riboud. Paris, an 6. in-4°.

Le nouveau titre des matières d'or et d'argent, comparé à l'ancien, par le citoyen Pouchet. Rouen, an 6 (1798). in-8°.

Réflexions sur la doctrine du phlogistique et de la décomposition de l'eau, traduit de l'anglais de Priestley, par le citoyen Adet, avec une réponse de ce dernier. Paris, an 6. in-80.

Essai d'un système chimique de la science de l'homme, par le citoyen Baumes, médecin. Nismes, 1798, in-8°.

Dissertation en forme de compte rendu des travaux du citoyen Buchoz, par lui-même, in-fol.

Actes de la Société de médecine de Bruxelles, tome premier, in-8°. Bruxelles, 1797.

Mémoire sur un écoulement spermatique involontaire observé dans le cheval, par le citoyen Huzard, membre de l'Institut. in-8°.

Floræ fribergensis specimen, plantas cryptogamicas præsertim subterraneas exhibens, auctore F. A. Hum-Boldt. Berolini, 1792. in-4°. Instruction sur les moyens les plus propres à assurer la propagation des bêtes à laine de race d'Espagne, par le citoyen Gilbert, membre de l'Institut. in-4°.

Observations sur le rapport du citoyen Guyton, relatif à la question de savoir en quel état les salpêtres doivent être livrés dans les magasins de la République, et sur le mode d'en juger le titre, par le citoyen BAUMÉ, associé de l'Institut. in-8°.

Mémoires et observations de chimic du citoyen Pel-LETIER. Paris, an 6. 2 vol. in-8°.

Philosophical transactions of London. 1798. in-40.

Réponse au citoyen François Ehrmann, député du département de Calais, par le citoyen Noel, directeur de l'École de médecine de Strasbourg. in-8°.

Rapport général des travaux de la Société philomathique de Paris, par le citoyen Sylvestre.

Antiquitatum botanicarum specimem primum: auct. C. Sprengel. Lipsiæ, 1798. in-49.

Opuscules chimiques, par le citoyen BAUMÉ. Paris, an 6. in-8°.

Topografia fisica della Campania, di Scipione BREISLAK. Firenze, 1798. 1 vol. in-8°.

Essai sur la théorie des nombres, par le citoyen Legendre, membre de l'Institut. Paris, an 6, in-4°.

Mémoires de la Société libre d'institution de Paris.

1. 3. 1

Cours d'histoire naturelle, publié par cahiers, par le citoyen Deputte. Bruxelles, an 6. in-80.

Dissertation sur l'origine du monde, par le citoyen GRADIS sils. Bordeaux, an 6 in-8°.

Mémoire sur la tonte du troupeau national de Rambouillet, la vente de ses laines et de ses productions disponibles, par le citoyen Gilbert, membre de l'Institut. An 6. in-4°.

Opuscules chimiques de BAYEN. Paris, an 6. 2 vol. in-8°.

Procès-verbal de la seconde séance publique du Lycée des arts de Poitiers, in-8°.

Rapport de la Société de Genève sur la préparation du laiton ductile, par les citoyens Senesier, Picter professeurs, Clavel, Necker, Roux, Desaussure fils. Genève. in-4°.

Discours d'ouverture et de clôture du cours d'histoire naturelle des animaux vertébrés à sang rouge, prononcé dans le Muséum d'histoire naturelle, par le citoyen Lacépède. in-4°.

Compte rendu à la classe des sciences physiques et mathématiques de l'Institut national, des premières expériences faites en floréal et prairial de l'an 5, par la commission nommée pour examiner et vérifier les phénomènes du galvanisme, par le citoyen Hallé. in-4°.

Journal de l'École polytechnique, premier et second cahiers. in-4°.

Traité d'arithmétique selon les nouvelles mesures, par le citoyen Simonin. Paris, an 6. in-8°.

Nosographie philosophique ou la méthode de l'analyse, appliquée à la médecine, par le citoyen Pinel, médecin de l'hospice national de la Salpêtrière. Paris, an 6. 2 vol. in-8°.

Extrait d'un traité élémentaire de minéralogie, rédigé par le citoyen HAUY. Paris, an 6. in-8°.

Informes à S. M. y Real Junta de commercio sobre alcunas producciones naturales des cubiertas en estos cominios de Espána, de Domingo-Garcias Fernan-DEZ. Madrid, 1798. in-8°.

Rapport de la Société d'émulation de Rouen sur ses travaux pendant les mois de germinal et de prairial an 6. in-8°.

Dissertation sur l'ortie grièche, par le citoyen Buchoz. in-fol.

De la résolution des équations numériques de tous les degrés, par le citoyen LAGRANGE, membre de l'Institut. Paris, an 6. in-4°.

Traité de calcul différentiel et intégral, par le citoyen LACROIX, membre de l'Institut. Paris, an 6. 2 vol. in-4°.

Mémoires de la Société de médecine, tome X. Paris, an 6. in-4°.

Recueil de mémoires couronnés par l'Académie de chirurgie de Paris, tome V. Paris, an 6. in-4°.

Discours sur les avantages de l'étude de l'histoire naturelle, par le citoyen Lacoste de Toulouse. Clermond-Ferrand. in-12.

Semanario de agricultura y artes. Madrid, 1797. 3 vol. in-8°.

Deux tableaux, l'un comparatif des mesures de toutes les nations, et l'autre exposant le système des nouvelles mesures de la République française, par le citoyen Aubry.

Aphorismes sur la curation des fièvres, par Stoll, traduits du latin, par le citoyen Convisant. Paris, an 5. in-8°.

Sur les affûts marins à aiguilles, par le citoyen Montalambert. Paris, an 6. in-4°.

Traduction de l'introduction à l'analyse infinitésimale d'Euler, par le citoyen LABEY. 2 vol. in-4°.

Exposé des moyens de mettre en valeur la Guiane, par le citoyen Lescallier. *Paris*, an 6. Nouvelle édition, in-8°.

Traité pratique sur le grément des vaisseaux, par le citoyen Lescallier. Paris, 1791. 2 vol. in-4°.

Manuel des abeilles, par madame Augustine CHAM-BON. Paris, an 6. in-8°.

NOTICE

SUR LA VIE ET LES OUVRAGES

DU CEN DAUBENTON,

Par le citoyen G. Cuyler.

Lu à la seance publique du 15 germinal an 8.

Louis-Jean-Marie Daubenton, membre du Sénat conservateur de la République, et de l'Institut national, professeur au Muséum d'histoire naturelle et au Collége de France, des Académies et sociétés savantes de Berlin, de Pétersbourg, de Londres, de Florence, de Lausanne, de Philadelphie, de la Société des naturalistes de Paris, de la Société philomathique, de celle des pharmaciens, du Lycée d'Angers, auparavant pensionnaire anatomiste de l'Académie des sciences, et garde et démonstrateur du Cabinet d'histoire naturelle, naquit à Montbar, département de la Côte-d'Or, le 29 mai 1716, de Jean Daubenton, notaire en ce lieu, et de Marie Pichenot.

Il se distingua dès son enfance par la douceur de ses mœurs et par son ardeur pour le travail, et il obtint aux Jésuites de Dijon, où il fit ses premières études, toutes ces petites distinctions qui sont si flatteuses pour la jeunesse, sans être toujours les avantcoureurs de succès plus durables. Il se les rappeloit encore avec plaisir à la sin de sa vie, et il en conserva

toujours les témoignages écrits.

Ayant fait ce qu'on nommoit alors la philosophie aux Dominicains de la même ville, son père, qui le destinoit à l'état ecclésiastique, dont il lui avoit fait prendre l'habit dès l'âge de douze ans, l'envoya à Paris pour y étudier la théologie; mais, inspiré par un pressentiment de ce qu'il devoit être un jour, il s'y livra en secret à l'étude de la médecine. Il suivit aux écoles de la Faculté les leçons de Baron, de Martinenq et de Col de Villars, et, dans ce même Jardin des plantes qu'il devoit taut illustrer par la suite, celles de Winslow, d'Hunauld et d'Antoine de Jussieu. La mort de son père, qui arriva en 1736, lui ayant laissé la liberté de suivre ouvertement son penchant, il prit ses degrés à Reims en 1740 et 1741, et retourna dans sa patrie, où il auroit sans doute borné son ambition à l'exercice de la médecine, si un hasard heureux ne l'eût amené sur un théâtre plus brillant.

La petite ville qui l'avoit vu naître, avoit aussi produit un homme qu'une fortune indépendante, une santé robuste, les agrémens du corps et de l'esprit, un goût violent pour les plaisirs, sembloient destiner à toute autre carrière qu'à celle des sciences, et qui s'y trouvoit cependant sans cesse ramené par la force irrésistible

de son génie.

Buffon (c'étoit cet homme), long-temps incertain de l'objet auquel il appliqueroit ses forces, essaya tour à tour de la géométrie, de la physique, de l'agriculture. Enfin Dufay son ami, qui venoit, pendant sa courte administration, de relever le Jardin des plantes de l'état de délabrement où l'avoit laissé l'incurie des premiers médecins qui en étoient alors surintendans nés, lui ayant fait avoir la survivance de sa charge, et étant mort peu de temps après, le choix de Buffon se fixa pour toujours sur l'histoire naturelle, et il vit s'ouvrir devant lui cette immense carrière qu'il a parcourue avec tant de gloire.

Il en mesura d'abord toute l'étendue : il vit d'un coup d'œil ce qu'il y avoit à faire, ce qu'il étoit en son pouvoir de faire, et ce qui exigeoit des secours étrangers.

Surchargée dès sa naissance par l'indigeste érudition des Aldrovande, des Gessner, des Jonston, l'histoire naturelle s'étoit ensuite desséchée, pour ainsi dire, sous le ciseau des nomenclateurs; les Ray, les Klein, Linneus même alors, n'offroient plus que des catalogues décharnés, écrits dans une langue barbare, et qui, avec leur apparente précision, avec le soin que leurs auteurs paroissoient avoir mis à n'y placer que ce qui pouvoit être à chaque instant vérifié par l'observation, n'en recéloient pas moins une multitude d'erreurs, et dans les détails, et dans les caractères distinctifs, et dans les distributions méthodiques.

Rendre la vie et le mouvement à ce corps froid et

inanimé; peindre la nature telle qu'elle est, toujours jeune, toujours en action; esquisser à grands traits l'accord admirable de toutes ses parties, les lois qui les tiennent enchaînées en un système unique; faire passer dans ce tableau toute la fraîcheur, tout l'éclat de l'original: telle étoit la tâche la plus difficile de l'écrivain qui voudroit rendre à cette belle science le lustre qu'elle avoit perdu; telle étoit celle où l'imagination ardente de Buffon, son génie élevé, son sentiment profond des beautés de la nature, devoient immanquablement le faire réussir:

Mais si la vérité n'avoit pas fait la base de son travail, s'il avoit prodigué les brillantes couleurs de sa palette à des dessins incorrects ou infidèles, s'il n'avoit combiné que des faits imaginaires, il auroit bien pu être un écrivain élégant, un poète ingénieux; mais il n'auroit jamais été un naturaliste, il n'auroit jamais pu aspirer au rôle qu'il ambitionnoit de réformateur de la science.

Il falloit donc tout revoir, tout recueillir, tout observer; il falloit comparer les formes, les dimensions des êtres; il falloit porter le scalpel dans leur intérieur, et dévoiler les parties les plus cachées de leur organisation. Buffon sentit que jamais son esprit impatient ne lui permettroit ces travaux pénibles et obscurs, et que la foiblesse même de sa vue lui interdiroit l'espoir de s'y livrer avec succès. Il chercha un homme qui joignît à la justesse d'esprit et à la finesse du tact nécessaire pour ce genre de recherches, assez de modestie, assez

de dévouement, pour se contenter d'un rôle secondaire en apparence, pour n'être en quelque sorte que son œil et sa main; et cet homme, il le trouva dans le compagnon des jeux de son enfance, dans Daubenton.

Mais il trouva en lui plus qu'il n'avoit cherché, plus même qu'il ne croyoit lui être nécessaire; et ce n'est pas dans la partie où il demandoit ses secours, que Daubenton lui fut le plus utile. En effet, on peut dire que jamais association ne fut mieux assortie. Il existoit au physique et au moral, entre les deux amis, ce contraste parfait qu'un de nos plus aimables écrivains assure être nécessaire pour rendre une union durable, et chacun d'eux sembloit avoir reçu précisément les qualités propres à tempérer celles de l'autre par leur opposition.

Buffon, d'une taille vigoureuse, d'un aspect imposant, d'un naturel impérieux et porté aux passions, avide d'une jouissance prompte dans les recherches de l'esprit comme dans les plaisirs, sembloit vouloir deviner la vérité, et non l'observer. Son imagination venoit à chaque instant se placer entre la nature et lui, et son éloquence sembloit s'exercer contre sa raison avant de s'employer à entraîner celle des autres.

Daubenton, d'un tempérament foible, d'un regard doux, d'une modération qu'il devoit à la nature plus encore qu'à la sagesse, portoit dans toutes ses recherches la circonspection la plus scrupuleuse; il ne croyoit, il n'affirmoit que ce qu'il avoit vu et touché; bien éloigné de vouloir persuader par d'autres moyens que

par l'évidence même, il écartoit avec soin de ses discours et de ses écrits toute image, toute expression, propre à séduire; d'une patience inaltérable, jamais il ne souffroit d'un retard; il recommençoit le même travail jusqu'à ce qu'il eût réussi à son gré, et, par une méthode trop rare peut-être parmi les hommes occupés de sciences réelles, toutes les ressources de son esprit sembloient s'unir pour anéantir son imagination.

Buffon croyoit n'avoir pris qu'un aide laborieux qui lui applaniroit les inégalités de la route, et il avoit trouvé un guide fidèle qui lui en indiquoit les écarts et les précipices. Cent fois le sourire piquant qui échappoit à son ami lorsqu'il concevoit du doute, le fit revenir de ses premières idées; cent fois un de ces mots que cet ami savoit si bien placer, l'arrêta dans sa marche précipitée, et la sagesse de l'un s'alliant ainsi à la force de l'autre, parvint enfin à donner à l'histoire des quadrupèdes, la seule qui soit commune aux deux auteurs, cette perfection qui en fait, sinon la meilleure de celles qui entrent dans la grande histoire naturelle de Buffon, du moins celle qui est le plus exempte d'erreurs, et qui restera le plus long-temps classique pour les naturalistes.

C'est donc moins encore par ce qu'il fit pour lui, que par ce qu'il l'empêcha de faire, que Daubenton fut utile à Buffon, et que celui-ci dut se féliciter de se l'être attaché.

Ce fut vers l'année 1742 qu'il l'attira à Paris. La place de garde et démonstrateur du Cabinet d'histoire naturelle étoit presque sans fonctions, et le titulaire,

nommé Noguez, étant absent depuis long-temps, elle étoit remplie de temps à autre par quelqu'une des personnes attachées au jardin. Buffon la fit revivre pour Daubenton, et elle lui fut conférée par brevet en 1745. Ses appointemens, qui n'étoient d'abord que de 500 fr. furent augmentés par degrés jusqu'à 4000 fr. Lorsqu'il n'étoit qu'adjoint à l'Académie des sciences, Buffon, qui en étoit le trésorier, lui fit avoir quelques gratifications. Dès son arrivée à Paris il lui avoit donné un logement. En un mot, il ne négligea rien pour lui assurer l'aisance nécessaire à tout homme de lettres et à tout savant qui ne veut s'occuper que de la science.

Daubenton, de son côté, se livra sans interruption aux travaux nécessaires pour seconder les vues de son bienfaiteur, et il érigea par ces travaux mêmes les deux

principaux monumens de sa propre gloire.

L'un de ces monumens, pour n'être pas un livre imprimé, n'en est pas moins un livre très-beau et trèsinstructif, puisque c'est presque celui de la nature. Je veux parler du Cabinet d'histoire naturelle du Jardin des plantes. Avant Daubenton ce n'étoit qu'un simple droguier, où l'on recueilloit les produits des cours publics de chimie, pour les distribuer aux pauvres qui pouvoient en avoir besoin dans leurs maladies. Il ne contenoit, en histoire naturelle proprement dite, que des coquilles rassemblées par Tournefort, qui avoient servi depuis à amuser l'enfance de Louis XV, et dont plusieurs portoient l'empreinte des caprices de l'enfant royal.

En bien peu d'années il changea totalement de face:

les minéraux, les fruits, les bois, les coquillages, furent rassemblés de toute part et exposés dans le plus bel ordre. On s'occupa de découvrir ou de perfectionner les moyens par lesquels on conserve les diverses parties des corps organisés; les dépouilles inanimées des quadrupèdes et des oiseaux reprirent les apparences de la vie, et présentèrent à l'observateur les moindres détails de leurs caractères, en même temps qu'ils firent l'étonnement des curieux par la variété de leurs formes et l'éclat de leurs couleurs.

Auparavant, quelques riches ornoient bien leurs cabinets de productions naturelles; mais ils en écartoient celles qui pouvoient en gâter la symétrie et leur ôter l'apparence de décoration : quelques savans recueil-loient les objets qui pouvoient aider leurs recherches ou appuyer leurs opinions; mais, bornés dans leur fortune, ils étoient obligés de travailler long-temps avant de compléter même une branche isolée : quelques curieux rassembloient des suites qui satisfaisoient leurs goûts; mais ils s'arrêtoient ordinairement aux choses les plus futiles, à celles qui étoient plus propres à flatter la vue qu'à éclairer l'esprit : les coquillages les plus brillans, les agathes les plus variées, les gemmes les mieux taillées, les plus éclatantes, faisoient ordinairement l'objet de leurs collections.

Daubenton, appuyé par Buffon, et profitant des moyens que le crédit de son ami lui obtint du gouvernement, conçut et exécuta un plan plus vaste : il pensa qu'aucune des productions de la nature ne devoit

être écartée de son temple; il sentit que celles de ces productions que nous regardons comme les plus importantes, ne peuvent être bien connues qu'autant qu'on les compare avec toutes les autres; qu'il n'en est même aucune qui, par ses nombreux rapports, ne soit liée plus ou moins directement avec le reste de la nature. Il n'en exclut donc aucune, et fit les plus grands efforts pour les recueillir toutes; il sit sur-tout exécuter ce grand nombre de préparations anatomiques qui distinguèrent long-temps le Cabinet de Paris, et qui, pour être moins agréables à l'œil du vulgaire, n'en sont que plus utiles à l'homme qui ne veut pas arrêter ses recherches à l'écorce des êtres créés, et qui tâche de rendre l'histoire naturelle une science philosophique, en lui faisant expliquer aussi les phénomènes qu'elle décrit.

L'étude et l'arrangement de ces trésors étoient devenus pour lui une véritable passion, la seule peut-être qu'on ait jamais remarquée en lui. Il s'enfermoit pendant des journées entières dans le Cabinet; il y retournoit de mille manières les objets qu'il y avoit rassemblés; il en examinoit scrupuleusement toutes les parties; il essayoit tous les ordres possibles, jusqu'à ce qu'il eût rencontré celui qui ne choquoit ni l'œil ni les rapports naturels.

Ce goût pour l'arrangement d'un cabinet se réveilla avec force dans ses dernières années, lorsque des victoires apportèrent au Muséum d'histoire naturelle une nouvelle masse de richesses, et que les circonstances permirent de donner à l'ensemble un plus grand développement. A quatre-vingt-quatre ans, la tête courbée sur la poitrine, les pieds et les mains déformés par la goutte, ne pouvant marcher que soutenu de deux personnes, il se faisoit conduire chaque matin au Cabinet, pour y présider à la disposition des minéraux, la seule partie qui lui étoit restée dans la nouvelle organisation de l'établissement.

Ainsi c'est principalement à Daubenton que la Franco est redevable de ce temple si digne de la déesse à laquelle il est consacré, et où l'on ne sait ce que l'on doit admirer le plus, de l'étonnante fécondité de la nature, qui a produit tant d'êtres divers, ou de l'opiniâtre patience de l'homme qui a su recueillir tous ces êtres, les nommer, les classer, en assigner les rapports, en décrire les parties, en expliquer les propriétés.

Le second monument qu'a laissé Daubenton, devoit être, d'après son plan primitif, le résultat et la description complète de ce Cabinet; mais des circonstances que nous indiquerons bientôt, l'empêchèrent de pousser cette description plus loin que les quadrupèdes.

Ce n'est pas ici le lieu d'analyser la partie descriptive de l'Histoire Naturelle, cet ouvrage aussi immense par ses détails qu'étonnant par la hardiesse de son plan, ni de développer tout ce qu'il contient de neuf et d'important pour les naturalistes. Il suffira, pour en donner une idée, de dire qu'il comprend la description, tant extérieure qu'intérieure, de cent quatre-vingt-deux espèces de quadrupèdes, dont cinquante-huit n'avoient jamais été disséquées, et dont treize n'étoient pas même

décrites extérieurement. Il contient de plus la description extérieure seulement de vingt-six espèces, dont cinq n'étoient pas connues. Le nombre des espèces entièrement nouvelles est donc de dix-huit; mais les faits nouveaux relatifs à celles dont on avoit déja une connoissance plus ou moins superficielle, sont innombrables. Cependant le plus grand mérite de l'ouvrage est encore l'ordre et l'esprit dans lequel sont rédigées ces descriptions, et qui est le même pour toutes les espèces. L'auteur se plaisoit à répéter qu'il étoit le premier qui eût établi une véritable anatomie comparée, et cela étoit vrai dans ce sens, que toutes ses observations étant disposées sur le même plan, et que leur nombre étant le même pour le plus petit animal comme pour le plus grand, il est extrêmement facile d'en saisir tous les rapports; que, ne s'étant jamais astreint à aucun système, il a porté une attention égale sur toutes les parties, et qu'il n'a jamais dû être tenté de négliger ou de masquer ce qui n'auroit pas été conforme aux règles qu'il auroit établies.

Quelque naturelle que cette marche doive paroître aux personnes qui n'en jugent que par le simple bon sens, il faut bien qu'elle ne soit pas très-facile à suivre, puisqu'elle est si rare dans les ouvrages des autres naturalistes, et qu'il y en a si peu, par exemple, qui aient pris la peine de nous donner les moyens de placer les êtres qu'ils décrivent, autrement qu'ils ne le sont dans leurs systèmes.

Aussi cet ouvrage de Daubenton peut-il être considéré comme une mine riche où tous ceux qui s'occupent des quadrupèdes sont obligés de fouiller, et d'où plusieurs ont tiré des choses très-précieuses, sans s'en être vantés. Il suffit quelquefois de faire un tableau de ses observations, de les placer sous certaines colonnes, pour obtenir les résultats les plus piquans; et c'est ainsi qu'on doit entendre ce mot de Camper, que Daubenton ne savoit pas toutes les découvertes dont il étoit l'auteur.

On lui a reproché de n'avoir pas tracé lui-même le tableau de ces résultats. C'étoit avec une pleine connoissance de cause qu'il s'étoit refusé à un travail qui auroit flatté son amour-propre, mais qui auroit pu le conduire à des erreurs. La nature lui avoit montré trop d'exceptions, pour qu'il se crût permis d'établir une règle, et sa prudence a été justifiée, non seulement par le mauvais succès de ceux qui ont voulu être plus hardis que lui, mais encore par son propre exemple : la seule règle qu'il ait osé tracer, celle du nombre des vertèbres cervicales dans les quadrupèdes, s'étant trouvée démentie sur la fin de ses jours.

Un autre reproche fut celui d'avoir trop resserré ses anatomies, en les bornant à la description du squelette et à celle des viscères, sans traiter des muscles, des vaisseaux, des nerfs ni des organes extérieurs des sens; mais on ne prouvera qu'il lui étoit possible d'éviter ce reproche, que lorsqu'on aura fait mieux que lui, dans

le même temps et avec les mêmes moyens. Il est certain du moins qu'un de ses élèves qui a voulu étendre son cadre, ne l'a presque rempli qu'avec des compilations la plupart insignifiantes.

Aussi Daubenton ne tarda-t-il pas, sitôt que son ouvrage eut paru, d'obtenir les récompenses ordinaires de toutes les grandes entreprises, de la gloire et des honneurs, des critiques et des tracasseries; car. dans la carrière des sciences, il est moins difficile peut-être d'arriver à la gloire et même à la fortune, que de conserver sa tranquillité lorsqu'on y est parvenu.

Réaumur tenoit alors le sceptre de l'histoire naturelle : jamais personne n'avoit porté plus loin la sagacité dans l'observation; jamais personne n'avoit rendu la nature plus intéressante, par la sagesse et l'espèce de prévoyance de détail, dont il avoit trouvé des preuves dans l'histoire des plus petits animaux. Ses mémoires sur les insectes, quoique diffus, étoient clairs, élégans, et pleins de cet intérêt qui vient de la curiosité, sans cesse piquée par des détails nouveaux et singuliers; ils avoient commencé à répandre parmi les gens du monde le goût de l'étude de la nature.

Ce ne fut pas sans quelque chagrin que Réaumur se vit éclipsé par un rival dont les vues hardies et le style magnifique excitoient l'enthousiasme du public et lui inspiroient une sorte de mépris pour des recherches en apparence aussi minutieuses que celles dont les insectes sont l'objet. Il témoigna sa mauvaise humeur d'une

manière un peu vive (1); on le soupçonna même d'avoir contribué à la publication de quelques lettres critiques (2) où l'on vouloit opposer à l'éloquence du peintre de la nature les discussions d'une obscure métaphysique, et où Daubenton, dans lequel Réaumur croyoit voir le seul appui solide de ce qu'il appeloit les prestiges de son rival, n'étoit pas épargné. L'Académie fut quelquefois témoin de querelles plus directes, dont le souvenir ne nous est point entièrement parvenu, mais qui furent si fortes, que Buffon fut

L'auteur, ex-oratorien, natif de Poitiers, se nommoit l'abbé Delignac: il étoit très-lié avec Réaumur. On a encore de lui, Mémoires pour l'histoire des araignées aquatiques, etc.

⁽¹⁾ Voyez, dans les Mémoires de l'Académie pour 1746, p. 483, un mémoire de Réaumur sur la manière d'empêcher l'évaporation des liqueurs spiritueuses dans lesquelles on veut conserver des objets d'histoire naturelle. Il s'y plaint violemment de ce que Daubenton avoit publié, dans le tome III de l'Histoire naturelle, un extrait de ce mémoire avant qu'il sût imprimé.

⁽²⁾ Lettres à un Américain, sur l'Histoire naturelle générale et particulière de M. de Buffon, première partie, Hambourg (Paris), 1751; seconde,
troisième parties, ibid. eod. ann. C'est dans la neuvième lettre de cette
troisième partie qu'on montre le plus l'intention de défendre Réaumur contre
Buffon. — Lettres, etc. sur l'Histoire naturelle de M. de B. et sur les
observations microscopiques de M. Needham, quatrième partie, ibid. eod. ann.
C'est dans la dixième lettre que l'on critique Daubenton sur l'arrangement du
Cabinet du roi, et qu'on lui oppose celui de M. de Réaumur. Cinquième partie,
même titre et même année. Puis, Suite des lettres, etc. sur les quatrième
et cinquième vol. de l'Hist. nat. de M. de Buffon, et sur le Traité des
animaux de M. l'abbé de Condillac, sixième partie, Hambourg, 1756. Le
titre et la date restent les mêmes pour la septième, la huitième et la neuvième partie, qui est la dernière.

obligé d'employer son crédit auprès de la favorite d'alors pour soutenir son ami, et pour le faire arriver aux degrés supérieurs qui étoient dus à ses travaux.

Il n'est point d'hommes célèbres qui n'aient éprouvé de ces sortes de désagrémens; car, dans tous les régimes possibles, il n'y a jamais d'homme de mérite sans quelques adversaires; et ceux qui veulent nuire ne manquent jamais de quelques protecteurs.

Le mérite fut d'autant plus heureux de ne point succomber dans cette occasion, qu'il n'étoit pas de nature à frapper la foule. Un observateur modeste et scrupuleux ne pouvoit captiver ni le vulgaire, ni même les savans étrangers à l'histoire naturelle; car les savans jugent toujours comme le vulgaire les ouvrages qui ne sont pas de leur genre, et le nombre des naturalistes étoit alors très-petit. Si le travail de Daubenton avoit paru seul, il seroit resté dans le cercle des anatomistes et des naturalistes, qui l'auroient apprécié à sa juste valeur, et leur suffrage déterminant celui de la multitude, celle-ci auroit respecté l'auteur sur parole, comme ces dieux inconnus d'autant plus révérés que leur sanctuaire est plus impénétrable : mais, marchant à côté de l'ouvrage de son brillant émule, celui de Daubenton fut entraîné sur la toilette des femmes et dans le cabinet des littérateurs. La comparaison de son style mesuré et de sa marche circonspecte avec la poésie vive et les écarts hardis de son rival, ne pouvoit être à son avantage; et les détails minutieux de mesures et de descriptions dans lesquels il entroit, ne pouvoient racheter

84 HISTOIRE DE LA CLASSE DES SCIENCES auprès de pareils juges l'ennui dont ils étoient nécessairement accompagnés.

Ainsi, lorsque tous les naturalistes de l'Europe recevoient avec une reconnoissance mêlée d'admiration les résultats des immenses travaux de Daubenton, lorsqu'ils donnoient à l'ouvrage qui les contenoit, et par cela seulement qu'il les contenoit, les noms d'ouvrage d'or, d'ouvrage vraiment classique (1), on chansonnoit l'auteur à Paris; et quelques-uns de ces flatteurs qui rampent devant la renommée comme devant la puissance, parce que la renommée est aussi une puissance, parvinrent à faire croire à Buffon qu'il gagneroit à se débarrasser de ce collaborateur importun. On a même entendu depuis le secrétaire d'une illustre académie assurer que les naturalistes seuls purent regretter qu'il eût suivi ce conseil.

Buffon fit donc faire une édition de l'Histoire naturelle en treize volumes in-12, dont on retrancha non seulement la partie anatomique, mais encore les descriptions de l'extérieur des animaux, que Daubenton avoit rédigées pour la grande édition; et comme on n'y substitua rien, il en est résulté que cet ouvrage ne donne plus aucune idée de la forme, ni des couleurs, ni des caractères distinctifs des animaux: en sorte que si cette petite édition venoit à résister seule à la faux du temps, comme la multitude de contrefaçons qu'on en publie aujourd'hui peut le faire craindre, on n'y

⁽¹⁾ Voyez Pallas.

trouveroit pas plus de moyens de reconnoître les animaux dont l'auteur a voulu parler, qu'il ne s'en trouve dans Pline et dans Aristote, qui ont aussi négligé le détail des descriptions.

Buffon se détermina encore à paroître seul dans ce qu'il publia depuis, tant sur les oiseaux que sur les minéraux. Outre l'affront, Daubenton essuyoit par là une perte de 12,000 francs par an. Il auroit pu plaider; mais pour cela il auroit fallu se brouiller avec l'intendant du Jardin du roi, il auroit fallu quitter ce cabinet qu'il avoit créé, et auquel il tenoit comme à la vie : il oublia l'affront et la perte, et il continua à travailler.

Les regrets que témoignèrent tous les naturalistes, lorsqu'ils virent paroître le commencement de l'Histoire des oiseaux sans être accompagnée de ces descriptions exactes, de ces anatomies soignées qu'ils estimoient tant, durent contribuer à le consoler.

Il auroit eu encore plus de sujets de l'être, si son attachement pour le grand homme qui le négligeoit, ne l'eût emporté sur son amour-propre, lorsqu'il vit ces premiers volumes, auxquels Gueneau de Montbéliard ne contribua point, remplis d'inexactitudes et dépourvus de tous ces détails auxquels il étoit physiquement et moralement impossible à Buffon de se livrer.

Ces imperfections furent encore plus marquées dans les supplémens, ouvrages de la vieillesse de Buffon. et où il poussa l'injustice jusqu'à charger un simple dessinateur de la partie que Daubenton avoit si bien exécutée dans les premiers volumes.

Aussi plusieurs naturalistes cherchèrent-ils à remplir ce vide; et le célèbre Pallas, entre autres, prit absolument Daubenton pour modèle dans ses mélanges et dans ses glanures zoologiques, ainsi que dans son Histoire des rongeurs, livres qui doivent être considérés comme les véritables supplémens de Buffon, et comme ce qui a paru de mieux sur les quadrupèdes, après son grand ouvrage.

Tout le monde sait avec quel succès l'illustre continuateur de Buffon, pour la partie des poissons et des reptiles, qui fut aussi l'ami et le collégue de Daubenton, et qui le pleure encore avec nous, a réuni dans ses écrits le double avantage d'un style fleuri et plein d'images, et d'une exactitude scrupuleuse dans les détails, et comment il a su remplacer également bien ses deux prédécesseurs.

Au reste Daubenton oublia tellement les petites injustices de Buffon, qu'il contribua depuis à plusieurs parties de l'Histoire naturelle, quoique son nom n'y fût plus attaché, et nous avons la preuve que Buffon a pris connoissance de tout le manuscrit de ses leçons au Collége de France, lorsqu'il a écrit son Histoire des minéraux. Leur intimité se rétablit même entièrement et se conserva jusqu'à la mort de Buffon.

Pendant les dix-huit ans que les quinze volumes in-4° de l'Histoire des quadrupèdes mirent à paroître, Daubenton ne put donner à l'Académie des sciences qu'un petit nombre de mémoires; mais il la dédommagea par la suite, et il en existe de lui, tant dans la

collection de l'Académie que dans celle des Sociétés de médecine et d'agriculture, et de l'Institut national, un assez grand nombre qui contiennent tous, ainsi que les ouvrages qu'il a publiés à part, quelques faits intéressans ou quelques vues nouvelles.

Leur seule nomenclature seroit trop longue pour les bornes d'un éloge; contentons-nous d'indiquer sommairement les principales découvertes dont ils ont enrichi certaines branches des connoissances humaines.

En zoologie il a découvert cinq espèces de chauvesouris (1) et une de musaraigne (2), qui avoient échappé avant lui aux naturalistes, quoique toutes assez communes en France.

Il a donné une description complète de l'espèce de chevrotain qui produit le musc, et il a fait des remarques curieuses sur son organisation (3).

Il a décrit une conformation singulière dans les organes de la voix de quelques oiseaux étrangers (4).

Il est le premier qui ait appliqué la connoissance de l'anatomie comparée à la détermination des espèces de quadrupèdes dont on trouve les dépouilles fossiles; et quoiqu'il n'ait pas toujours été heureux dans ses conjectures, il nous a néanmoins ouvert une carrière importante pour l'histoire des révolutions du globe : il a

⁽¹⁾ Mémoires de l'Académie des sciences pour 1754, p. 237.

⁽²⁾ Ibid. pour 1756, p. 203.

⁽³⁾ Ibid. pour 1772, seconde partie, p. 215.

⁽⁴⁾ Ibid. pour 1781, p. 369.

détruit pour jamais ces idées ridicules de géans, qui se renouveloient chaque fois qu'on déterroit les ossemens de quelque grand animal (1).

Son tour de force le plus remarquable en ce genre fut la détermination d'un os que l'on conservoit au Gardemeuble comme l'os de la jambe d'un géant. Il reconnut, par le moyen de l'anatomie comparée, que ce devoit être l'os du rayon d'une giraffe, quoiqu'il n'eût jamais vu cet animal et qu'il n'existât point de figure de son squelette. Il a eu le plaisir de vérifier lui-même sa conjecture lorsque, trente ans après, le Muséum a pu se procurer le squelette de giraffe qui s'y trouve aujourd'hui.

On n'avoit avant lui que des idées vagues sur les différences de l'homme et de l'orang-outang; quelques-uns regardoient celui-ci comme un homme sauvage; d'autres alloient jusqu'à prétendre que c'étoit l'homme qui avoit dégénéré, et que sa nature étoit d'aller à quatre pattes. Daubenton prouva, par une observation ingénieuse et décisive sur l'articulation de la tête, que l'homme ne pouvoit marcher autrement que sur deux pieds, ni l'orang-outang autrement que sur quatre (2).

En physiologie végétale, il est le premier qui ait publié la remarque, que tous les arbres ne croissent pas par des couches extérieures et concentriques. Un tronc de palmier, qu'il examina, ne lui montra aucune de ces couches; éveillé par cette observation, il s'aper-

⁽¹⁾ Mémoires de l'Académie des sciences pour 1762, p. 206,

⁽²⁾ Ibid. pour 1764, p. 568.

çut que l'accroissement de cet arbre se fait par le prolongement des fibres du centre qui se développent en feuilles. Il expliqua par là pourquoi le tronc du palmier ne grossit point en vieillissant, et pourquoi il est d'une même venue dans toute sa longueur (1); mais il ne poussa pas cette recherche plus loin. Le citoyen Desfontaines, qui avoit observé la même chose longtemps auparavant, a épuisé, pour ainsi dire, cette matière en prouvant que ces deux manières de croître distinguent les arbres dont les semences sont à deux cotylédons et ceux qui n'en ont qu'un, et en établissant sur cette importante découverte une division qui sera désormais fondamentale en botanique (2).

Daubenton est aussi le premier qui ait reconnu dans l'écorce, des trachées, c'est-à-dire ces vaisseaux brillans, élastiques et remplis d'air, que d'autres avoient découverts dans le bois.

La minéralogie a fait tant de progrès dans ces dernières années, que les travaux de Daubenton dans cette partie sont presque éclipsés aujourd'hui, et qu'il ne lui restera peut-être que la gloire d'avoir donné à la science celui qui l'a portée le plus loin : c'est lui qui a été le maître du citoyen Haüy. Il a publié cependant des idées ingénieuses sur la formation des albâtres et des stalactites (3), sur les causes des herbo-

⁽¹⁾ Leçons de l'École normale.

⁽²⁾ Mémoires de l'Institut national, classe de physique, t. I.

⁽³⁾ Mémoires de l'Académie pour 1754, p. 237.

risations dans les pierres (1), sur les marbres figurés, et des descriptions de minéraux peu connus aux époques où il les publia (2). Il est vrai que sa distribution des pierres précieuses n'est point conforme à leur véritable nature; mais elle donne du moins quelque précision à la nomenclature de leurs couleurs.

On retrouve plus ou moins, dans tous ces travaux de Daubenton sur la physique, le genre de talent qui lui étoit propre, cette patience qui ne veut point deviner la nature, parce qu'elle ne désespère pas de la forcer à s'expliquer elle-même en répétant ses interrogations, et cette sagacité habile à saisir jusqu'aux moindres signes qui peuvent indiquer une réponse. On reconnoît dans ses travaux sur l'agriculture une qualité de plus, le dévouement à l'utilité publique. Ce qu'il a fait pour l'amélioration de nos laines, lui méritera à jamais la reconnoissance de l'État, auquel il a donné une nouvelle source de prospérité. Il commença ses expériences sur ce sujet en 1766, et les continua jusqu'à sa mort. Favorisé d'abord par Trudaine, il recut des encouragemens de tous les administrateurs qui succédèrent à cet homme éclairé et patriote, et il y répondit d'une manière digne de lui.

Mettre dans tout son jour l'utilité du parcage continuel; démontrer les suites pernicieuses de l'usage de renfermer les moutons dans des étables pendant l'hiver;

⁽¹⁾ Mémoires de l'Académie pour 1782, p. 667.

⁽²⁾ Ibid. pour 1781.

essayer les divers moyens d'en améliorer la race; trouver ceux de déterminer avec précision le degré de finesse de la laine; reconnoître le mécanisme de la rumination, en déduire des conclusions utiles sur le tempérament des bêtes à laine, et sur la manière de les nourrir et de les traiter; disséminer les produits de sa bergerie dans toutes les provinces; distribuer ses béliers à tous les propriétaires de troupeaux; faire fabriquer des draps avec ses laines, pour en démontrer aux plus prévenus la supériorité; former des bergers instruits, pour propager la pratique de sa méthode; rédiger des instructions à la portée de toutes les classes d'agriculteurs : tel est l'exposé rapide des travaux de Daubenton sur cet important sujet. Presque à chaque séance publique de l'Académie il rendoit compte de ses recherches, et il obtenoit souvent plus d'applaudissemens de la reconnoissance des assistans, que ses confrères n'en recevoient de leur admiration pour des découvertes plus difficiles, mais dont l'utilité étoit moins évidente. Ses succès ont été surpassés depuis : les troupeaux entiers que le Gouvernement a fait venir d'Espagne, sur la demande de Tessier; ceux que Gilbert est allé chercher nouvellement, ont répandu et répandront la belle race avec plus de rapidité que Daubenton ne put le faire avec des béliers seulement: mais il n'en a pas moins donné l'éveil, et fait tout ce que ses moyens rendoient possible.

Il avoit acquis par ces travaux une espèce de réputation populaire qui lui fut très-utile dans une circonstance dangereuse. En l'an 2, à cette époque déja bien 92 HISTOIRE DE LA CLASSE DES SCIENCES

éloignée de nous, où, par un renversement d'idées qui sera long-temps mémorable dans l'histoire, la portion la plus ignorante du peuple cut à prononcer sur le sort de la plus instruite et de la plus généreuse, l'octogénaire Daubenton eut besoin, pour conserver la place qu'il honoroit depuis cinquante-deux ans par ses talens et par ses vertus, de demander à une assemblée qui se nommoit la section des Sans-Culottes, un papier dont le nom tout aussi extraordinaire étoit certificat de civisme. Un professeur, un académicien, auroit eu peine à l'obtenir : quelques gens sensés, qui se mêloient aux furieux dans l'espoir de les contenir, le présentèrent sous le titre de berger, et ce fut le berger Daubenton qui obtint le certificat nécessaire (1) pour le directeur du Muséum national d'histoire naturelle. Cette pièce existe: elle sera un document utile, moins encore pour la vie de Daubenton que pour l'histoire de cette époque funeste.

Ces nombreux travaux auroient sufsi pour fatiguer une activité brûlante; ils ne suffirent point à l'amour

SECTION DES SANS CULOTTE.

Copie de L'Extrait des délibérations de L'assemblée Générale de la Séance du cinq de la première décade du troisième mois de la seconde année de la République françoise une et indivisible.

· Appert que d'après le Rapport faite de la société fraternelle de la section des sans culotte sur le bon Civisme et faits d'humanité qu'a toujour témoignés

⁽¹⁾ Copie figurée du certificat de civisme de Daubenton.

paisible d'une occupation constante, qui faisoit une partie du caractère de Daubenton.

Depuis long-temps on se plaignoit qu'il n'y cût point en France de leçons publiques d'histoire naturelle : il obtint, en 1773, qu'une des chaires de médecine-pratique du collége de France seroit changée en une chaire d'histoire naturelle, et il se chargea en 1775 de la remplir. L'intendant de Paris, Berthier, l'engagea, en 1783, à faire des leçons d'économie rurale à l'école vétérinaire d'Alfort, dans le même temps où Vic d'Azyr yen donnoit d'anatomie comparée, et le citoyen Fourcroy de chimie.

Il demanda aussi à faire des leçons dans le Cabinet de Paris, où les objets même auroient parlé avec plus de clarté encore que le professeur, et, n'ayant pu y parvenir sous l'ancien régime, il se joignit aux autres employés du Jardin des plantes, pour obtenir de la Convention la conversion de cet établissement en école spéciale d'histoire naturelle.

Daubenton y fut nommé professeur de minéralogie, et il a rempli les fonctions de cette charge jusqu'à sa

Signé R. G. DARDEL, president.

Pour extrait conforme.

Signe DOMONT, Stair

Le Berger Daubenton L'assemblée Generale arrete unanimement qu'il lui sera accordé, un certificat de Civisme, et le president suivie de plusieurs membre de la dite assemblée lui done làcolade avec toutes les acclamation dues a un vraie modèle d'humanité ce qui a été témoigné par plusieures reprise.

mort, avec la même exactitude qu'il mettoit à tous ses devoirs.

C'étoit véritablement un spectacle touchant de voir ce vieillard entouré de ses disciples qui recueilloient avec une attention religieuse ses paroles dont leur vénération sembloit faire autant d'oracles, d'entendre sa voix foible et tremblante se ranimer, reprendre de la force et de l'énergie lorsqu'il s'agissoit de leur inculquer quelques-uns de ces grands principes qui sont le résultat des méditations du génie, ou seulement de leur développer quelques vérités utiles.

Il ne mettoit pas moins de plaisir à leur parler qu'ils en avoient à l'entendre : on voyoit, à sa gaîté aimable, à la facilité avec laquelle il se prêtoit à toutes les questions, que c'étoit pour lui une vraie jouissance. Il oublioit ses années et sa foiblesse lorsqu'il s'agissoit d'être utile aux jeunes gens et de remplir ses devoirs.

Un de ses collègues lui ayant offert, lorsqu'il fut nommé sénateur, de le soulager dans son enseignement, Mon ami, lui répondit-il, je ne puis être mieux remplacé que par vous; lorsque l'âge me forcera à renoncer à mes fonctions, soyez certain que je vous en chargerai. Il avoit quatre-vingt-trois ans.

Rien ne prouve mieux son zèle pour les élèves que les peines qu'il prenoit pour se tenir au courant de la science, et pour ne point imiter ces professeurs qui, une fois en place, n'enseignent chaque année que les mêmes choses. A quatre-vingts ans, on l'a vu se faire expliquer les découvertes d'un de ses anciens élèves, le citoyen Haüy; s'efforcer de les saisir pour les rendre lui-même aux jeunes gens qu'il instruisoit. Cet exemple est si rare parmi les sayans, qu'on doit peut-être le considérer comme un des plus beaux traits de l'éloge de Daubenton.

Lors de l'existence éphémère de l'École normale, il y fit quelques leçons : le plus vif enthousiasme l'accueilloit chaque fois qu'il paroissoit, chaque fois qu'on retrouvoit dans ses expressions les sentimens dont ce nombreux auditoire étoit animé, et qu'il étoit sier de voir partager par ce vénérable vieillard.

C'est ici le lieu de parler de quelques-uns de ses ouvrages, qui sont moins destinés à exposer des découvertes, qu'à enseigner systématiquement quelque corps de doctrine : tels sont ses articles pour les deux Encyclopédies, sur-tout pour l'Encyclopédie Méthodique, où il a fait les quadrupèdes, les reptiles et les poissons; son tableau minéralogique, ses leçons à l'École normale. Il a laissé le manuscrit complet de celles de l'École vétérinaire, du collége de France et du Muséum : on doit espérer que le public n'en sera pas privé.

Ces écrits didactiques sont remarquables par une grande clarté, par des principes sains, et par une attention scrupuleuse à écarter tout ce qui est douteux : on a seulement été étonné de voir que le même homme qui s'étoit expliqué avec tant de force contre toute espèce de méthode en histoire naturelle, ait fini par en adopter qui ne sont ni meilleures, ni peut-être aussi bonnes que celles qu'il avoit blâmées.

Enfin, outre ces ouvrages, outre toutes ces leçons, Daubenton avoit encore été chargé de contribuer à la rédaction du Journal des Savans; et dans ses dernières années, sur la demande du comité d'instruction publique, il avoit entrepris de composer des élémens d'histoire naturelle à l'usage des Écoles primaires : ces élémens n'ont point été achevés:

On se demande comment, avec un tempérament foible et tant d'occupations pénibles, il a pu arriver sans infirmités douloureuses à une vieillesse si avancée: il l'a dû à une étude ingénieuse de lui-même, à une attention calculée d'éviter également les excès du corps, de l'ame et de l'esprit. Son régime, sans être austère, étoit très-uniforme : ayant toujours été dans une honnête aisance, n'estimant la fortune et la grandeur que ce qu'elles valent, il les desira peu. Il eut sur-tout le bon esprit d'éviter l'écueil de presque tous les gens de lettres, cette passion désordonnée d'une réputation précoce; ses recherches furent pour lui un amusement plutôt qu'un travail. Une partie de son temps étoit employée à lire avec son épouse des romans, des contes, et d'autres ouvrages légers; les plus frivoles productions de nos jours ont été lues par lui : il appelloit cela mettre son esprit à la diète.

Sans doute que cette égalité de régime, cette constance de santé contribuoient beaucoup à cette aménité qui rendoit sa société si aimable: mais un autre trait de son caractère qui n'y contribuoit pas moins, et qui frappoit tous ceux qui approchoient de lui, c'est la

bonne opinion qu'il paroissoit avoir des hommes; elle sembloit naturellement venir de ce qu'il les avoit peu vus, de ce qu'uniquement occupé de la contemplation de la nature, il n'avoit jamais pris de part aux mouvemens de la partie active de la société. Mais elle alloit quelquefois à un point étonnant. Cet homme, d'un tact si délicat pour distinguer l'erreur, n'avoit jamais l'air de concevoir le mensonge; il éprouvoit toujours une nouvelle surprise lorsqu'on lui dévoiloit l'intrigue ou l'intérêt caché sous de beaux dehors. Que cette ignorance fût naturelle en lui, ou qu'il ait renoncé volontairement à connoître les hommes pour s'épargner les peines qui affectent ceux qui les connoissent trop, cette disposition n'en répandoit pas moins sur sa conversation un ton de bonhommie d'autant plus aimable; qu'il contrastoit davantage avec l'esprit et la finesse qu'il portoit dans tout ce qui n'étoit que raisonnement. Aussi suffisoit-il de l'approcher pour l'aimer; et jamais homme n'a reçu de témoignages plus nombreux de l'affection ou du respect des autres, à toutes les époques de sa vie et sous les gouvernemens qui se sont succédés.

On lui a reproché d'avoir souffert des hommages indignes de lui et odieux par les noms seuls de ceux qui les lui rendoient; mais c'étoit une suite du système qu'il s'étoit fait de juger même les hommes d'État par leurs propres discours, et de ne leur supposer jamais d'autres motifs que ceux qu'ils exprimoient eux-mêmes : méthode dangereuse, sans doute, mais que nous avons un peu trop abandonnée aujourd'hui.

Une autre disposition de son esprit, qui a encore contribué à ces odicuses imputations de pusillanimité ou d'égoïsme qu'on lui a faites même dans des ouvrages imprimés, et qui ne les prouve cependant pas davantage, c'étoit son obéissance entière à la loi, non pas comme juste, mais simplement comme loi. Cette soumission pour les lois humaines étoit absolument du même genre que celle qu'il avoit pour les lois de la nature; et il ne se permettoit pas plus de murmurer contre celles qui le privoient de sa fortune, ou même de l'usage raisonnable de sa liberté, que contre celles qui lui faisoient déformer les membres par la goutte. Quelqu'un a dit de lui qu'il observoit les nodus de ses doigts avec le même sang-froid qu'il auroit pu faire ceux d'un arbre, et cela étoit vrai à la lettre.

D'ailleurs quand le maintien de sa tranquillité auroit été le motif de quelques-unes de ses actions, l'usage qu'il a fait de cette tranquillité ne l'absoudroit-il pas? Et l'homme qui a su arracher tant de secrets à la nature, qui a posé les bases d'une science presque nouvelle, qui a donné à son pays une branche entière d'industrie, qui a créé l'un des plus importans monumens des sciences, qui a formé tant d'élèves instruits, parmi lesquels plusieurs sont déja assis dans les premiers rangs des savans, un tel homme auroit-il besoin aujour-d'hui que je le justifiasse de s'être ménagé les moyens de faire tout ce bien à sa patrie et à l'humanité?

Les acclamations universelles de ses concitoyens répondent pour moi à ses accusateurs : les dernières et les plus solemnelles marques de leur estime ont terminé de la manière la plus glorieuse la carrière la plus utile; peut-être avons nous à regretter qu'elles en aient abrégé le cours.

Nommé membre du sénat conservateur, Daubenton voulut remplir ses nouveaux devoirs comme il avoit rempli ceux de toute sa vie; il fut obligé de faire quelque changement à son régime ; la saison étoit très-rigoureuse ; la première fois qu'il assista aux séances du corps qui venoit de l'élire, il fut frappé d'apoplexie, et tomba sans connoissance entre les bras de ses collégues effrayés; les secours les plus prompts ne purent lui rendre le sentiment que pour quelques instans, pendant lesquels il se montra tel qu'il avoit toujours été. Observateur tranquille de la nature, il tâtoit avec les doigts qui étoient restés sensibles les diverses parties de son corps, et il indiquoit aux assistans les progrès de la paralysie. Il mourut le 11 nivose, sans avoir souffert, de manière que l'on peut dire qu'il a atteint au bonheur, sinon le plus éclatant, du moins le plus parfait et le moins mélangé qu'il ait été permis à l'homme d'espérer.

Ses funérailles ont été telles que le méritoit un de nos premiers magistrats, un de nos plus illustres savans, un de nos concitoyens les plus respectables à tous égards. Les citoyens de tous les âges, de tous les rangs se sont fait un honneur de rendre à sa cendre le témoignage de leur vénération : ses restes ont été déposés dans ce jardin que ses soins embellirent, que ses vertus honorèrent pendant soixante années, et

100 HISTOIRE DE LA CLASSE DES SCIENCES

dont son tombeau, selon l'expression d'un homme qui honore également les sciences et le sénat, va faire un élysée, en ajoutant aux beautés de la nature les charmes du sentiment. Deux de ses collégues ont été les interprètes éloquens des regrets de tous ceux qui l'avoient connu. Pardonnez, si ces sentimens douloureux m'affectent encore aujourd'hui, que je ne devrois plus être que l'interprète de la reconnoissance publique, et s'ils m'écartent du ton ordinaire d'un éloge académique; pardonnez-le, dis-je, à celui qu'il honora de sa bienveillance, et dont il fût le maître et le bienfaiteur.

NOTIFE

SUR LA VIE ET LES OUVRAGES

DU CEN LEMONNIER.

Par le citoyen G. CUVIER.

Lu à la séance publique du 15 vendémiaire an 9.

S_I l'Institut national ne publie point ordinairement de notice sur la vie de ses associés, ce n'est pas pour établir entre eux et ses membres résidens une différence que n'admet point la loi; mais c'est que n'ayant point le bonheur de vivre avec eux, nous ne les connoissons, comme le public, que par leurs ouvrages, et que nous ne pourrions rendre compte des détails de leur vie privée, ni peindre leur caractère moral.

En effet, qu'est-ce qui nous fait lire avec tant d'intérêt ces éloges que les Fontenelle et les Condorcet nous ont laissés des savans leurs contemporains?

Ce ne sont pas les extraits presque toujours insuffisans des ouvrages, si connus d'ailleurs, de ces hommes célèbres; ce ne sont point les indications presque toujours incomplètes de leurs découvertes : mais c'est la connoissance intime de leur individu; c'est le plaisir d'être

admis, pour ainsi dire, dans leur société; de contempler de près leurs qualités, leurs vertus, leurs défauts même, dans des tableaux tracés par le talent. Ce qui sur-tout fait de ces éloges une des lectures les plus attachantes et les plus utiles, c'est ce sentiment, dont on y est pénétré à chaque page, du bonheur vrai, de la sérénité que répand sur la vie la culture des sciences; c'est cette longue suite de septuagénaires, d'octogénaires, parvenus à la gloire en éclairant le monde, et la comparaison de leur sort avec celui des hommes qui ont cherché cette gloire en le dévastant.

Quoique le séjour de Lemonnier à Versailles, dans ses dernières années, l'ait empêché d'être placé sur la liste des membres résidens de l'Institut, la plupart de ceux qui composent la classe dont il étoit associé ayant joui de son amitié, ayant pu apprécier ses vertus, pendant les quarante-neuf ans qu'il a appartenu à l'Académie des sciences, il a été facile de recueillir les traits de son histoire : heureux si les événemens qui l'éloignèrent de notre sein, ne nous avoient aussi enlevé l'homme qui savoit donner tant d'intérêt à ces sortes de récits!

Louis-Guillaume Lemonnier naquit à Paris, le 27 juin 1717. Il étoit originaire des environs de Vire. Son père, professeur de physique au collége d'Harcourt, et membre de l'Académie des sciences, est auteur d'un cours de philosophie qui servoit autrefois de livre élémentaire dans les colléges.

Son frère aîné, mort peu de temps avant lui, membre

de l'Institut, et l'un de nos plus célèbres astronomes, avoit été, pendant cinquante-deux ans, de cette même Académie. Le père et les deux fils y siégèrent ensemble pendant quatorze ans.

Cette espèce d'illustration, dont si peu de familles ont joui, est du nombre de celles qu'on peut citer dans l'éloge d'un homme de lettres: on peut y avouer une noblesse qui ne passe aux enfans qu'autant qu'ils la méritent par les mêmes travaux que leurs pères.

Fils d'un physicien, le jeune Lemonnier devoit naturellement se livrer à la physique, et il le fit d'abord avec succès. Il trouva une manière ingénieuse de comparer le degré de fluidité des divers liquides. Il montra que la commotion électrique peut se communiquer instantanément à plus d'une lieue, sans s'affoiblir; que l'eau est un des meilleurs conducteurs de l'électricité; que l'air contient souvent une assez forte quantité de cette matière, même lorsqu'il n'y a pas la moindre apparence d'orage. Il est le premier qui ait fait voir que les conducteurs se chargent d'électricité, en raison, non pas de leur masse, comme on devoit être tenté de le croire, mais de leur surface, et sur-tout de leur longueur. Ces faits, aujourd'hui vulgaires, étoient alors des découvertes réelles et même brillantes.

Il rédigea pour l'Encyclopédie les articles Aimant et Aiguille aimantée, remarquables par leur clarté et leur précision. Lorsque Cassini de Thury et Lacaille allèrent, en 1739, dans le midi de la France, pour y prolonger la méridienne de l'Observatoire, Lemonnier, âgé alors

104 HISTOIRE DE LA CLASSE DES SCIENCES

de vingt-deux ans, fut envoyé avec eux pour recueillir les observations de physique qui se présenteroient sur leur route. Il décrivit les mines d'ocre, de houille, de fer, d'antimoine et d'améthyste de l'Auvergne, et les eaux minérales du Mont-d'Or. Ces premiers travaux en annonçoient de plus heureux, s'ils eussent été suivis : aussi leur auteur regretta-t-il toujours que des raisons particulières l'eussent obligé d'abandonner la physique, quoique cet abandon ait été par la suite une des causes de sa fortune.

S'étant retiré à Saint-Germain-en-Laie pour y exercer la place de médecin de l'hôpital, il chercha quelque occupation qui pût lui faire oublier la capitale et les travaux abstraits qu'il avoit chéris jusqu'alors.

Un jardinier fleuriste, nommé Richard, avoit rassemblé par goût et par spéculation un assez grand nombre de plantes étrangères, et montroit beaucoup de talent pour leur culture; Lemonnier s'amusa à disposer ces plantes suivant le système de Linné.

Le duc d'Ayen, depuis dernier maréchal de Noailles, si célèbre par sa hardiesse à dire la vérité à la cour, et par l'art piquant de se faire une source de faveur de ce qui auroit perdu un courtisan moins habile, visitoit quelquefois le jardin de Richard; il y rencontra Lemonnier: les entretiens du jeune botaniste inspirèrent bientôt le goût des plantes au grand seigneur; le parc de celui-ci devint un champ plus vaste pour les travaux et les expériences du premier, et ne tarda pas à recevoir ces beaux arbres que l'on y admire encore aujourd'hui.

Louis XV, que son favori entretenoit souvent de ses amusemens, voulut les connoître par lui-même; il se fit montrer ses plantations; il entendit avec intérêt l'histoire, les propriétés de chaque végétal; étonné de trouver que les plaisirs qui instruisent valent au moins les plaisirs qui ne font que fatiguer, il voulut aussi avoir un jardin de botanique, et desira connoître l'homme qui avoit si bien arrangé celui du duc. Celui-ci, saisissant avec empressement l'occasion de servir son ami, court le chercher, et, sans l'avoir prévenu, le conduit devant le monarque. Le jeune homme surpris, s'intimide, pâlit, se trouve mal. Les rois eux-mêmes ne sont pas insensibles à la petite vanité de paroître imposans; dès ce moment, Louis XV donna à Lemonnier des marques d'une affection qui se changea en véritable faveur, lorsqu'il put mieux le connoître.

Lemonnier avoit en effet le genre de mérite propre à frapper les grands; il savoit rendre des idées nettes par des expressions élégantes: aussi le roi se l'étant attaché comme botaniste, goûta-t-il toujours de plus en plus son entretien; et, lorsque les plaisirs et les affaires l'avoient également lassé, il venoit souvent dans son jardin de Trianon, passer auprès de lui des instans que les courtisans envioient, mais que Lemonnier n'employa jamais que pour l'avantage de la science aimable qui les lui procuroit.

Nous avons vu, dans ce siècle, des souverains, des gens du monde, des gens de lettres, chercher, dans l'étude des plantes, quelque relâche à cette représen-

tation qui les fatigue tous chacun à sa manière; un homme de génie a voulu reposer sur elles l'imagination qui l'avoit rendu si malheureux, oublier avec elles les injustices et les travers de la société. On se demande comment d'autres parties de l'histoire naturelle, les animaux, par exemple, qui présentent un spectacle plus piquant et plus varié, qui conduisent à des idées plus prosondes, n'ont point attiré l'attention de ces divers amateurs? La raison en paroît fort simple : l'étude des animaux a des difficultés qu'un grand zèle peut seul faire surmonter; il faut les livrer aux tourmens, pour apprécier leurs facultés physiques; leurs ressorts sont intérieurs, et ce n'est que le scalpel à la main, ce n'est qu'en vivant parmi les cadavres, qu'on peut les reconnoître. D'ailleurs nous retrouvons parmi eux le même spectacle que dans le monde : quoi qu'en aient dit nos moralistes, ils ne sont guères moins méchans ni guères moins malheureux que nous : l'arrogance des forts, la bassesse des foibles, la vile rapacité, de courts plaisirs achetés par de grands efforts, la mort amenée par de longues douleurs, voilà ce qui règne chez les animaux comme parmi les hommes.

Dans les plantes, l'existence n'est point entourée par la peine; aucune image triste ne ternit à nos yeux leur éclat; rien ne nous y rappelle nos passions, nos chagrins, nos malheurs; l'amour y est sans jalousie, la beauté sans vanité, la force sans tyrannie, la mort sans angoisses; rien n'y ressemble à l'espèce humaine.

Aussi a-t-on remarqué que ceux qui se sont livrés à

la botanique, ont été assez généralement des hommes religieux; c'est qu'ils ne voyoient dans les objets de leurs études que l'ordre, la symétrie, la convenance, et qu'ils n'avoient pas d'occasion d'être frappés de ces distributions bizarres de biens et de maux qui semblent si souvent accuser la providence.

Lemonnier fut aussi fort religieux; mais sa foi ne fut pour lui qu'un motif de plus d'être bienfaisant et juste. Également éloigné de l'orgueilleuse humilité de tant de dévots, et du froid égoïsme de tant de philosophes, il fit ce que dévots et philosophes auroient eu souvent peine à faire; il produisit à la cour, ou il favorisa, même les hommes dont il pouvoit craindre la rivalité.

Ce fut lui qui présenta à Louis XV, pour avoir soin du jardin de Trianon, pendant son absence, le célèbre Bernard de Jussieu, auquel il fournit par là l'occasion de développer cette méthode qui, portée depuis à la perfection par son illustre neveu, a replacé la France au rang que la Suède lui avoit enlevé en botanique.

Nommé professeur au jardin des plantes, il choisit pour son suppléant ce même neveu, qui annonçoit dèslors ce qu'il seroit un jour, et il céda depuis sa place au célèbre professeur qui l'occupe aujourd'hui, et qui ne s'est pas moins honoré par la reconnoissance qu'il lui a toujours témoignée, que par les grands progrès qu'il a fait faire à la science.

Lemonnier profita du goût de Louis XV, et ensuite de son propre crédit, soit à la cour, soit à l'Académie, pour faire envoyer, dans toutes les parties du monde,

108 HISTOIRE DE LA CLASSE DES SCIENCES

des voyageurs éclairés, chargés d'en rapporter les plantes. Simon et Michaux allèrent en Perse, Antoine Richard parcourut les îles et les côtes de la Méditerranée; Piraut se rendit sur les bords de l'Euphrate; Aublet et ensuite Richard fils à Cayenne; Poivre aux Indes et à la Chine, d'où les missionnaires faisoient d'ailleurs de fréquens envois; Desfontaines visita l'Atlas, La Billardière le Liban.

Lemonnier lui-même voyagea dans l'intérieur de la France; il fit, en 1745, l'herborisation de la forêt de Fontainebleau avec Linneus, Antoine et Bernard de Jussieu: ce seroit déja pour tout autre un assez grand honneur que d'avoir été même pour quelques jours sculement le compagnon de trois pareils hommes. En 1753, il visita l'Auvergne, et fit imprimer le catalogue des plantes qu'il y avoit trouvées. En 1775, il fit quelques herborisations avec J. J. Rousseau; il avoit été dans sa jeunesse, aux îles d'Hières, à la Grande-Chartreuse et dans les Pyrénées.

Ceux de ces voyages qui eurent lieu sous Louis XV enrichirent d'abord le jardin de Trianon; mais, lorsqu'après sa mort ce jardin fut abandonné, celui de Paris en reçut les premiers produits. Au reste, ni le prince, ni son botaniste n'avoient voulu s'en réserver la jouissance exclusive; des échanges, des distributions gratuites aux botanistes célèbres, les répandirent dans toute l'Europe. Souvent Linneus reçut des graines recueillies de la main même de Louis XV, et il en témoigna sa gratitude en donnant le nom du roi, celui du duc d'Ayen et celui de Lemonnier à autant de genres de plantes.

Avec tant de secours, Lemonnier auroit pu se placer aisément au rang de nos plus célèbres botanistes; mais, comme son ami Bernard de Jussieu, il n'écrivit point. Lorsqu'on l'en pressoit, il avoit coutume de répondre que le temps employé à instruire les autres, est perdu pour s'instruire soi-même; il avoit cependant une autre raison qu'il ne dissimuloit point à ses amis ; c'étoient les critiques injustes que ses premiers mémoires avoient essuyées. Timide comme il fut toujours, il s'effrayoit de la moindre contradiction, et son silence n'a pu être balancé en faveur de sa réputation par tous les autres services qu'il a rendus à la botanique et à l'agriculture: tant les hommes sont injustes dans la distribution de la gloire. En effet la première place dans leur mémoire est accordée à ceux qui ont détruit des hommes, la seconde à ceux qui les ont amusés; à peine en reste-t-il une pour ceux qui les ont servis.

Et pour ne point sortir de l'objet favori des soins de Lemonnier, tandis que, dans ce même pays où nos ancêtres se nourrissoient de glands et de châtaignes, les tables, même des gens de fortune médiocre, se couvrent aujourd'hui de fruits succulens, de vins délicieux; que leurs jardins se remplissent de fleurs éclatantes ou suaves, d'arbustes piquans par leur variété: rarement ceux qui jouissent de ces dons savent-ils les noms de ceux qui les leur ont procurés. Cependant, la cerise, la pêche, l'abricot, la vigne nous ont été apportés des pays lointains par des agriculteurs ou par des hommes d'Etat; ce n'est en tout genre qu'en forçant la nature

que l'on a embelli la société. Les productions qui enrichissent nos colonies n'en sont point originaires; l'indigo y fut apporté des Indes; le sucre, de Sicile, où il étoit aussi venu des Indes; le café, venu d'Arabie au Jardin des Plantes, et porté à la Martinique, a fait la fortune de milliers de propriétaires et de négocians qui ignorent que c'est à Antoine de Jussieu qu'ils le doivent; et, si Poivre et Sonnerat n'avoient laissé des témoignages écrits de leurs travaux, Cayenne et l'Isle de France oublieroient bientôt qu'ils hasardèrent leur vie pour donner à ces îles le girofle et la muscade.

Lemonnier et quelques-uns de ses amis ont puissamment contribué à faire naître et à encourager en France ce goût pour naturaliser les végétaux utiles. Lemonnier sur-tout se livra sans interruption à cet objet pendant plus de cinquante années. Les jardins de Saint-Germain, de Trianon, de Bellevue furent remplis par lui des arbres étrangers les plus rares. Un terrain qu'il avoit acquis de madame de Marsan son amie, devint une espèce de dépôt, où des graines et des plants arrivoient de toutes les parties du monde, et d'où il en distribuoit les rejetons à tous les amateurs. Il fit plus, il tenta d'en enrichir nos forêts. Des cèdres du Liban furent plantés dans le Roussillon, des pins du lord Weymouth dans différens endroits de la forêt de Fontainebleau; plusieurs lieux incultes des environs de Rouen furent convertis en superbes forêts de pins maritimes et de sapins du nord; de pareilles forêts furent créées aux environs du Mans et en divers endroits des côtes. Avec le temps,

notre marine auroit profité de ces travaux, si l'incurie des administrateurs ne les avoit laissé détruire depuis quelques années. Il proposa aussi plusieurs fois au ministère de faire planter en France le pin de Riga si nécessaire pour la mâture, que nous allons chercher à grands frais, et dont nous manquons toujours en temps de guerre; mais des gens intéressés à faire venir cet arbre de loin, entravèrent constamment ses projets. Lemonnier réussit mieux pour les fleurs et les arbres d'ornement. On lui doit la belle-de-nuit à longues fleurs, le faux acacia à fleurs couleur de rose, l'amandier à feuilles satinées; il a multiplié prodigieusement les kalmias, les rhododendrons et les autres beaux arbustes de l'Amérique septentrionale. C'est lui qui a introduit l'usage du terreau de Bruyère, si utile pour la culture des plantes du Cap et de l'Amérique.

Mais c'est assez le considérer comme agriculteur et comme botaniste, voyons-le un moment sur un autre théâtre.

La faveur de Louis XV, et la confiance qu'il avoit obtenue chez les grands comme médecin, devoient l'engager à tourner ses vues du côté de la cour; il y fut tout-à-fait déterminé par une dame à qui son art avoit sauvé la vie, la comtesse de Marsan. Elle se lia avec lui d'une amitié assez rare alors entre personnes d'un rang si différent, le logea chez elle, lui fournit toutes les facilités pour allier son amour pour la botanique avec l'assiduité nécessaire à la cour; enfin elle le fit placer auprès des enfans de France, dont elle étoit gouvernante.

Malgré tous ces moyens d'avancement, malgré les services qu'il avoit rendus comme médecin en chef de l'armée d'Hanovre, pendant la guerre de 1756, Lemonnier (et c'est une preuve de sa modération) fut borné bien long-temps à la place de premier médecin ordinaire, qu'il acheta à son retour d'Allemagne de l'économiste. Quénai. A la mort de Senac, Louis XV eut le dessein de lui donner celle de premier médecin, mais madame du Barry la demandoit impérieusement pour Bordeu; et le foible roi ne put échapper aux persécutions de sa favorite qu'en supprimant le titre de premier médecin, dont il donna les fonctions et les honneurs à Lemonnier.

Cependant Louis XVI étant monté sur le trône, conserva auprès de sa personne Lieutaud qui avoit été son médecin pendant qu'il étoit dauphin; Lassone succéda à Lieutaud, par la protection de la reine, et ce ne fut qu'en 1788 que Lemonnier parvint à la première place qui lui avoit été destinée près de vingt ans auparavant.

Sa pratique de la médecine tenoit plus de la prudence que de la hardiesse; il prenoit rarement un parti décisif, et cherchoit à observer la nature plutôt qu'à la maîtriser; il ordonnoit peu de remèdes: mais ce qui valoit mieux que des remèdes, c'étoit l'intérêt qu'il prenoit à ses malades, l'attention qu'il portoit à les consoler, et sur-tout l'art qu'il avoit de pénétrer les causes morales de leurs souffrances; art d'autant plus précieux dans le pays qu'il habitoit, que la plupart des maux des gens de cour ont leur source dans les affections de l'ame.

Sa conduite privée fut plus remarquable encore que

sa manière d'exercer son art; non seulement il partagea avec plusieurs de ses devanciers le mérite, qui n'est peut-être pas bien grand pour un savant et pour un philosophe, de demeurer parfaitement étranger aux intrigues qui l'environnoient; il eut de plus celui si rare dans les cours, et même ailleurs, de montrer du courage et de la constance dans l'amitié. Lorsque le cardinal, neveu de sa protectrice, fut arrêté, il ne cessa jamais de le voir dans sa prison, et de braver la haine de la femme toute-puissante qui le persécutoit.

Mais, ce qui le distingua le plus, ce fut son noble désintéressement et son extrême charité; car il faut bien employer encore ce mot qui n'a point de synonyme. Dès l'instant où il habita la cour, il n'accepta aucun honoraire pour les soins qu'il donnoit aux particuliers, et cependant il ne refusa jamais ces soins à personne: chaque fois que sa voiture paroissoit, elle étoit entourée de pauvres qui venoient lui demander des conseils; il les suivoit souvent jusque dans les asyles de la misère, et y répandoit ses bienfaits, ses consolations, plus encore que les secours de la médecine. Ce n'étoit qu'après avoir parcouru ainsi tous les lieux où il pouvoit trouver du bien à faire, qu'il se retiroit dans son jardin, où il passoit le reste du jour avec ses plantes et ses livres chéris, ou dans les pratiques d'une dévotion d'autant plus sincère, qu'elle étoit plus cachée.

Cette conduite le faisoit estimer de toutes les classes, et adorer des indigens; l'air de bonté affectueuse qui se mêloit sur sa physionomie avec la candeur et la dignité modeste, inspiroit le respect même à ceux qui ne le connoissoient point.

· Ce fut à cet extérieur imposant qu'il dut la vie dans la journée du 10 août 1792. Il se trouvoit au château, et ne s'y borna point à remplir les fonctions de sa place: malgré son âge et son état, il crut de son devoir de concourir à la défense de ceux qu'il servoit, et ce ne fut que lorsque la famille royale se fut rendue à l'Assemblée nationale, qu'il se retira dans une pièce qui lui étoit accordée dans le pavillon de Flore. Il ne tarda pas à entendre les cris de la fureur et ceux du désespoir; sa porte est bientôt forcée, la multitude se précipite dans sa chambre, l'entoure, le menace; il se croit déja leur victime, il se prépare à la mort, lorsqu'un inconnu sans armes l'apostrophe d'une voix dure, et le prenant par le bras, lui ordonne de le suivre. Mais le combat dure encore, s'écria-t-il! — Ce n'est pas le moment de craindre les balles, est tout ce qu'on lui répond, et il est entraîné avec rapidité au travers des tas de morts, de mourans et du feu des deux partis. A son grand étonnement, son conducteur et lui n'éprouvent aucun obstacle dans leur marche, et ils parviennent sains et saufs de l'autre côté de la rivière. Là, cet homme, après avoir résléchi un instant, dit: la bataille est gagnée, je n'y suis plus nécessaire, je vais vous accompagner jusqu'à votre demeure, et il l'accompagna en effet jusqu'au Luxembourg, où Lemonnier avoit son logement. Pendant ce chemin, il lui apprit qu'il étoit un ancien militaire, engagé par ses opinions politiques à diriger une partie de l'attaque,

et qui, frappé de son air vénérable, avoit conçu pour lui un intérêt subit, et s'étoit déterminé à lui sauver la vie.

La plupart des événemens tragiques de la révolution présentent des traits pareils de générosité, qu'il vaudroit peut-être mieux conserver à la mémoire que tant de scènes d'horreur dont on se plaît à nous reproduire si souvent les affligeans récits.

Lemonnier montra un autre genre de courage dans la manière dont il soutint les pertes et les malheurs qu'il eut bientôt à essuyer. order onglastly brettern.

. Je ne parle pas de celle de sa fortune : il étoit trop sage pour attacher quelque mérite, même à ne pas se plaindre de cette perte-là. Cependant, quoique sa place de premier médecin lui procurât un très-grand revenu, sa bienfaisance et ses dépenses pour la botanique ne lui avoient jamais permis de faire d'économies. Il auroit bien trouvé quelques ressources dans la vente de son jardin et de sa bibliothèque; mais comment renoncer à ce qui lui étoit plus cher que la vie? Pour éviter ce douloureux sacrifice, il redemanda le nécessaire à l'art qui l'avoit autrefois conduit à l'opulence : on vit ce vénérable vieillard établir une petite boutique d'herboriste, et y recevoir gaiement un modique salaire des mêmes hommes auxquels il avoit si souvent prodigué son or avec ses conseils; et on ne savoit ce qui les touchoit le plus, du souvenir de ses bienfaits d'autrefois, ou du besoin où il étoit aujourd'hui de leur reconnoissance.

Mais qu'étoit la fortune auprès des autres coups qui frappoient Lemonnier, lorsqu'il voyoit ses protecteurs, ses amis les plus chers, tomber successivement sous la hache des bourreaux; lorsque ces beaux jardins qu'il avoit plantés, dévastés par des barbares, ne lui présentoient plus que des idées lugubres; lorsqu'il ne pouvoit même parcourir le sien sans croire y rencontrer les ombres sanglantes des hommes illustres ou vertueux qu'il y avoit autrefois reçus?

Ne dissimulons pas cependant une circonstance qui, si elle diminue quelque chose du mérite de sa résignation, fait le plus bel éloge de son cœur et est honorable pour l'humanité. Il ne fut abandonné par aucun des amis que la mort ne lui enleva pas.

Jusqu'à ses derniers jours il fut entouré d'un cercle aimable qu'attiroit sa conversation toujours douce et gaie, toujours nourrie d'une quantité d'anecdotes piquantes et placées à propos. Deux de ses nièces faisoient tour à tour le charme de cette société, et dissipoient les moindres nuages qui auroient pu altérer la tranquillité du bon vieillard. Aussi répéta-t-il souvent : Mes dernières années ont été les plus heureuses.

Comment peindre sur-tout le dévouement de la plus jeune, la seule restée libre? Dans toute la fraîcheur de la jeunesse, dans tout l'éclat de la beauté, elle veut être son épouse. L'épouse d'un octogénaire devenu pauvre! C'est qu'une épouse seule pouvoit avec décence prendre les soins dont son cœur lui annonçoit la prochaine nécessité. Dès lors elle ne le quitte plus:

pendant dix mois d'une maladie douloureuse, elle n'a qu'un lit avec lui, elle le veille la nuit, elle le distrait le jour; les alimens, les remèdes, elle lui prépare tout, elle lui donne tout de ses mains; elle semble tenir sa vie suspendue par ce courage héroïque, par ce dévouement ignoré de tous les jours, de tous les instans, si supérieur à celui de l'homme qui affronte un moment la mort, parce qu'il n'a que le choix de la gloire ou de l'infamie.

Enfin arrive l'instant que sa piété n'a pu éloigner davantage : elle tombe de douleur, une partie de ses membres perdent le mouvement; à peine les secours de l'art peuvent-ils le rappeler après plusieurs mois; à peine les secours de la religion peuvent-ils rendre le calme à ce cœur si aimant et si abattu.

Je sens que je blesse la modestie de celle dont je parle; mais n'est-ce pas le plus beau trait de l'éloge de son époux, et auroit-elle voulu qu'on ignorât jusqu'à quel point il sut inspirer l'enthousiasme à ceux qui purent connoître son ame?

FIN DE L'HISTOIRE.



MÉMOIRES

DE LA CLASSE

me dat de qui france donte da pair an co DESSCIENCES

MATHÉMATIQUES ET PHYSIQUES. pico ac fontpi qui a est centili de la minima

liorginan cet, are bolle et a et al. in in RECHERCHES

and it's dimily it so seems as the concerns as the property. LES LOIS DE L'AFFINITÉ,

Par le citoyen BERTHOLLET. . Catherine state of the property of the party of the par

ung control to Magica garrett a sulto ARTICLE, PREMILERING

Objet de ce mémoire (1)

1. Si la théorie des affinités peut s'établir sur des fondemens solides et servir elle-même de base à toutes les explications chimiques, elle doit réunir tous les principes qui peuvent assigner, dans les différentes

⁽¹⁾ La lecture de ce mémoire a été commencée dans les séances de l'Institut du Caire en messidor fin 7 vontigere bis mor , onois fin sont !!

2. On ne peut se flatter qu'un tel ouvrage ait pu être porté à un certain degré de perfection dans le court espace de temps qui s'est écoulé depuis que la chimie a pris une marche régulière et philosophique.

Bergman est, de tous ceux qui se sont occupés de ce sujet, celui qui l'a fait avec le plus de succès : son ouvrage sur les affinités électives est recommandable non seulement par les vues qu'il renferme sur la nature des affinités chimiques, sur le concours et l'opposition de leurs forces, et sur les circonstances qui peuvent modifier ou déguiser leur action, mais encore par le grand nombre de faits particuliers qu'il contient; et quoique depuis ce grand chimiste on ait multiplié les observations, et qu'il ait même paru de savans traités sur l'affinité, on peut dire que sa doctrine est généralement adoptée : c'est ce qui m'a déterminé à choisir principalement son ouvrage pour le soumettre aux discussions dans lesquelles je vais entrer.

3. Qu'on suppose, dit Bergman, une substance A complétement saturée d'une autre substance C, on appellera cette combinaison AC; qu'on ajoute une autre substance B, si celle-ci chasse C et en prend la place, on aura la combinaison AB au lieu de la combinaison AC. Il prescrit donc, pour déterminer l'affinité élective de

deux substances relativement à une autre, d'examiner si l'une de ces substances déplace l'autre de sa combinaison avec la troisième; il recommande de faire l'épreuve contraire, c'est-à-dire, d'examiner si la seconde substance peut chasser la première de sa combinaison avec la troisième. Il suppose que les deux épreuves peuvent donner un résultat uniforme, et il conclut qu'alors la première a une affinité élective plus grande que la seconde : il avertit, à la vérité, que quelquefois le décomposant doit être employé en quantité six fois plus grande qu'il n'en faudroit pour saturer immédiatement la substance avec laquelle il tend à se combiner.

- 4. Toute la doctrine de Bergman est fondée sur la supposition que l'affinité élective est une force constante; de sorte qu'une substance qui en chasse une autre de sa combinaison, ne peut plus être déplacée de cette nouvelle combinaison par celle qu'elle a éliminée. On a tellement regardé l'affinité élective comme une force constante, que de célèbres chimistes ont cherché à exprimer les affinités des différentes substances par des nombres qui, comparés entre eux, devoient représenter leurs forces, indépendamment des proportions dans lesquelles elles se trouvoient.
- 5. Je me propose, dans ce mémoire, de prouver que les affinités électives n'agissent pas comme des forces absolues par lesquelles une substance seroit déplacée par une autre dans une combinaison; mais que, dans toutes les compositions et les décompositions qui sont dues à l'affinité élective, il se fait un partage de l'objet

Si j'établis que la quantité d'une substance peut suppléer à la force de son affinité, il en résulte que son action est proportionnelle à la quantité qui est nécessaire pour produire un degré déterminé de saturation. J'appelle masse cette quantité, qui est la mesure de la capacité de saturation des différentes substances.

Lors donc que je comparerai les affinités des substances, je porterai mon attention sur la quantité pondérale, qui doit être égale dans cette comparaison; mais lorsque je comparerai leur action, qui se compose et de leur affinité et de leur proportion, c'est leur masse que je dois considérer.

- 6. En reprenant la supposition du nº 3, je dois prouver qu'en opposant A à BC, la combinaison AC ne pourra jamais avoir lieu, à moins qu'il n'y ait le concours d'une autre force; mais que C se partagera entre A et B, en raison de leur affinité et de leur quantité, ou en raison de leur masse.
- 7. Je me servirai principalement, dans les discussions suivantes, des acides et des alcalis, parmi lesquels je comprends les terres qui agissent comme eux, parce qu'ils exercent de grandes forces qui font disparoître l'influence des petites causes, qu'ils produisent souvent

des degrés de saturation comparables, et qu'ils donnent des résultats faciles à reconnoître. Mais les conséquences que je tirerai de leurs propriétés, doivent s'appliquer à toutes les combinaisons; plusieurs exemples que je donnerai prouveront que le principe que j'établis s'étend à toute l'action chimique des corps.

Après avoir prouvé, par des expériences directes, que l'action chimique des corps dont les forces sont opposées, ne dépend pas seulement de leur affinité, mais aussi de leur quantité, je choisirai des observations sur différens genres de combinaisons, qui confirmeront ce principe, et qui en prouveront l'étendue; j'examinerai ensuite les circonstances qui le modifient, ou les affections des corps qui favorisent ou qui diminuent leur action chimique et qui font varier les proportions dans les combinaisons qu'ils peuvent former : j'appliquerai ces considérations aux affinités complexes et à celles des corps composés; je tâcherai enfin de fixer la base sur laquelle doivent s'établir les théories générales et particulières des phénomènes chimiques.

ARTICLE II.

Expériences qui prouvent que, dans les affinités électives, les substances opposées se partagent celle qui est le sujet de la combinaison.

1. J'AI tenu en ébullition dans une petite quantité d'eau, poids égal de potasse et de sulfate de barite. La

6

potasse avoit été préparée par l'alcool, et ne contenoit point d'acide carbonique : c'est la même qui a servi aux expériences qui suivent. L'opération s'est faite dans une cornue, et par conséquent sans le contact de l'air; elle a été poussée jusqu'à la dessiccation du mélange : le résidu a été traité avec l'alcool qui a dissous la potasse, et après cela avec l'eau; celle-ci a opéré une dissolution qui présentoit encore des propriétés alcalines. On en a saturé l'alcali avec l'acide acéteux, et après cela il s'est formé par l'évaporation une quantité assez considérable de petits cristaux, qui avoient tous les caractères du sulfate de potasse; de sorte que le sulfate de barite a été décomposé en partie par la potasse, et que l'acide sulfurique s'est partagé entre les deux bases.

2. Le sulfate de potasse ayant été soumis à la même épreuve avec poids égal de chaux, l'alcool, mis en digestion sur le résidu desséché, a dissous de la potasse; après cela, l'eau a séparé du résidu et donné par l'évaporation une quantité petite à la vérité de sulfate de chaux avec le sulfate de potasse.

3. Une partie d'oxalate de chaux et deux parties de potasse ayant été tenues en ébullition dans une petite quantité d'eau jusqu'à dessiccation, la potasse libre a été enlevée par l'alcool; le résidu a été traité avec l'eau, qui, par l'évaporation, a donné des cristaux dont tous les caractères étoient ceux de l'oxalate de potasse.

4. Une partie d'oxalate de chaux a été tenue en ébullition avec deux parties d'acide nitrique, jusqu'à ce que le mélange ait été réduit à siccité : l'alcool a dissous une partie de ce résidu, et a donné après cela un précipité abondant avec l'acide oxalique; ce qui prouve qu'il s'étoit formé du nitrate de chaux, que l'alcool a dissous.

- 5. Une partie de phosphate de chaux et deux parties de potasse ont été tenues en ébullition dans un peu d'eau jusqu'à dessiccation. Le résidu a été traité avec l'alcool pour en séparer la partie alcaline, après cela avec l'eau; celle-ci a donné, par l'évaporation, des cristaux de phosphate de potasse. Le liquide qui restoit après cette cristallisation, contenoit encore de l'alcali en excès : on l'a saturé par l'acide nitrique; après cela, il a donné un précipité abondant avec de l'eau de chaux et de l'eau de barite; ce qui prouve qu'il contenoit encore une quantité considérable de phosphate de potasse, par le moyen duquel il s'est formé du phosphate de chaux et du phosphate de barite.
- 6. Poids égaux de potasse et de carbonate de chaux réduit en poudre subtile ayant été tenus en ébullition dans une quantité d'eau, le liquide filtré et bien transparent a fait une effervescence assez vive avec les acides; et le résidu de l'évaporation ayant été traité par l'alcool pour en séparer l'excès d'alçali, il est resté une substance qui avoit tous les caractères du carbonate de potasse.
- 7. Ayant tenu en ébullition jusqu'à dessiccation parties égales de soude et de sulfate de potasse avec une certaine quantité d'eau, le résidu a été traité avec l'alcool, puis avec l'eau; l'alcali séparé par l'alcool a été saturé avec l'acide sulfurique, et il a donné, par l'éva-

poration, du sulfate de soude et une certaine quantité de sulfate de potasse; la dissolution du résidu par l'eau a donné par l'évaporation, non seulement des cristaux de sulfate de potasse, mais une quantité considérable de cristaux de sulfate de soude.

8. Dans les expériences précédentes, on voit les bases qui passent pour former avec les acides les combinaisons les plus fortes et les plus stables, en être éliminées en partie par une base à laquelle on attribue une affinité plus foible, de sorte que l'acide se partage entre les deux bases. On voit également des acides éliminés en partie de leur base par d'autres dont l'affinité est regardée comme inférieure, de sorte que la base se partage entre deux acides.

Si l'on n'emploie qu'une petite quantité de substance décomposante, l'effet n'est pas sensible; mais si j'avois, par exemple, traité successivement le sulfate de barite avec de nouvelles quantités de potasse, en enlevant chaque fois par des lotions la barite dégagée et la potasse saturée, je serois bientôt parvenu à le décomposer presque entièrement. L'effet est donc d'autant plus grand qu'on oppose une plus grande quantité de substance à celle qui est en combinaison.

De là vient que, si, comme le dit Bergman, on emploie six parties de substance décomposante au lieu d'une qui seroit nécessaire pour saturer l'acide ou la base, on produit une décomposition qu'on peut facilement regarder comme totale, parce que la substance opposée ne retient alors qu'une petite partie de celle avec laquelle elle étoit combinée, de sorte qu'il est facile que la petite quantité de cette combinaison échappe à l'observateur: mais si Bergman eût fait avec soin l'épreuve contraire qu'il recommande, il auroit vu qu'on opéroit aussi par-là une décomposition, comme les expériences qu'on vient de rapporter le prouvent.

Dans l'expérience no 4, l'acide nitrique a enlevé une partie de la chaux à l'acide oxalique, qui a retenu l'autre : mais, après avoir séparé les deux nouvelles combinaisons, on a ajouté à celle qui étoit formée par l'acide nitrique et la chaux, de l'acide oxalique dont l'énergie n'étoit point diminuée par la saturation, et il s'est fait un précipité : la chaux s'est encore partagée entre les deux acides.

Dans l'expérience n° 5, l'acide phosphorique s'étoit partagé entre la chaux et la potasse : l'excès de potasse a été enlevé au phosphate de potasse; alors la chaux et la barite, ajoutées en petite quantité, ont fait un nouveau partage de l'acide phosphorique.

9. Il résulte donc des expériences précédentes, dont j'examinerai dans la suite plusieurs circonstances, que lorsqu'une substance agit sur une combinaison, celle qui est le sujet de la combinaison, se divise entre les deux autres substances, non seulement selon l'énergie respective de leur affinité, mais aussi selon leur quantité. Il faut regarder les deux substances qui agissent sur la combinaison, comme deux forces opposées, qui, pendant qu'elles restent en présence, se partagent le sujet de la combinaison en raison de leur intensité; et celle-ci

dépend non seulement de l'énergie de l'afsinité, mais aussi de la quantité, de sorte que si l'on fait varier la quantité, on produit un autre effet. On a vu (art. I, n° 5) que c'est ce résultat composé de l'affinité et de la proportion des substances, que je désigne par la masse.

- 10. C'est une conséquence des observations précédentes, que l'action d'une substance qu'on oppose à une combinaison, décroît à mesure qu'elle approche de la saturation: car on peut alors considérer cette substance comme composée d'une partie qui est parvenue à la saturation, et d'une autre qui est encore libre. La première peut être regardée comme étrangère à celle qui continue d'agir sur le reste de la combinaison, et dont la quantité diminue à mesure que la saturation s'opère: au contraire, l'action de celle qui est éliminée, s'accroît à mesure que la quantité éliminée augmente, et que par conséquent la quantité de la partie qui agit devient plus grande; l'effet continue jusqu'à ce que les forces opposées soient parvenues à un état d'équilibre.
- 11. Une autre conséquence, c'est que lorsqu'une substance se sépare en se précipitant, le précipité qu'elle forme doit retenir une portion de la substance avec laquelle il étoit combiné, parce que chaque portion du précipité a cédé à l'action d'une partie du précipitant, et que, dans le moment où la décomposition s'est faite, le sujet de la combinaison a dû se partager en raison des masses qui ont agi.

ARTICLE III.

Observations qui confirment le principe de l'action chimique en raison de la masse.

1. Je vais parcourir des observations sur différens genres de combinaisons exposées à une affinité élective, et éprouver si le principe de l'action chimique, en raison de la masse, ne s'applique pas exactement à leur explication.

Si l'on traite le carbonate de potasse avec la chaux, on ne peut enlever tout l'acide carbonique à la potasse, même en faisant des opérations successives avec la chaux nouvelle; et si l'on fait évaporer le liquide, le résidu fait encore effervescence lorsqu'on le sature avec les acides, parce que la potasse qui est restée en présence de la chaux, s'est opposée à son action; et plus la chaux a enlevé d'acide carbonique, plus l'action de la potasse est devenue puissante pour défendre sa combinaison avec l'acide carbonique (art. II, nº 10).

Lorsque l'équilibre s'est établi entre l'action de la chaux et la résistance de la potasse, si l'on filtre et l'on évapore le liquide, on peut enlever, par une foible affinité, la partie de l'alcali qui est surabondante à la constitution du carbonate de potasse, c'est-à-dire, toute la portion qui n'est pas défendue par une masse assez grande d'acide carbonique. L'alcool a cette propriété: par son moyen, il se fait une séparation le carbonate de potasse reste en dissolution dans un peu d'eau pendant

12 MÉMOUREST DE MATHÉMATIQUES que l'alcool de potasse surnage. On pourroit traiter encore avec la chaux le carbonate de potasse qu'on vient de séparer; et par cette seconde opération, on le réduiroit à une quantité qui pourroit être négligée.

On a vu (art. II, nº 6) que l'opération inverse pouvoit se faire; de sorte qu'en mettant en opposition la potasse avec le carbonate de chaux, en renouvelant la potasse, et en séparant en même temps la chaux devenue libre, on parviendroit également à réduire l'acide carbonique retenu par la chaux à une quantité inappréciable. La seule différence des résultats consisteroit dans les quantités de l'une et de l'autre substance qu'il faudroit employer pour produire un effet opposé.

2. Je viens de dire que l'alcool dissolvoit la potasse qui se trouvoit surabondante à l'état de combinaison qui constitue le carbonate de potasse : dans la réalité, l'effet de l'alcool est arrêté avant ce terme, parce que le carbonate de potasse n'est pas simplement mêlé avec l'excès de potasse qui s'oppose à sa cristallisation, mais qu'il forme une combinaison qu'on pourroit appeler alcalinule, par analogie avec celles qu'on nomme acidules. La potasse se partage entre le carbonate de potasse et l'alcool, selon l'intensité de leurs forçes.

Si donc on traite avec l'alcool un carbonate avec excès de potasse, on ne lui enlève qu'une partie de cet excès: il acquiert, à la vérité, la propriété de cristalliser; mais bientôt il attire l'humidité de l'air et devient liquide, quelque quantité d'alcool qu'on ait employée pour lui enlever l'excès d'alcali, de sorte que, si l'on

veut l'obtenir dans un véritable état de carbonate, il faut en achever la saturation par l'acide carbonique.

Les autres sels neutres ont également la propriété de retenir une partie de la potasse qui se trouvoit surabondante à leur neutralisation; d'où vient que, dans plusieurs des expériences de l'article II, ayant fait usage de l'alcool pour séparer l'alcali, l'eau employée après cela en contenoit encore. Cette propriété des sels mérite attention dans les analyses, dans lesquelles, en croyant avoir séparé tout l'alcali par l'alcool, on peut se tromper doublement sur la quantité de l'alcali et sur celle de la substance dont on l'a séparé.

3. On a supposé que l'acide sulfurique avoit une plus forte affinité avec la chaux que l'acide phosphorique, et l'on a cru que l'on pouvoit, par le moyen du premier, décomposer entièrement le phosphate de chaux, et en obtenir l'acide phosphorique, qui ne retenoit, après cette opération, qu'une portion de sulfate de chaux rendu soluble par l'acide phosphorique. Cependant un savant chimiste, Vauquelin, a reconnu que l'acide phosphorique retenoit dans cette opération une portion de chaux, et qu'il falloit le regarder comme un phosphate acidule de chaux (1).

L'acide sulfurique ne peut enlever à l'acide phosphorique qu'une partie de la chaux qui est combinée avec lui dans le phosphate de chaux. Cette quantité n'est

Penny et alla accese a locate la lace desta ante de come

⁽¹⁾ Journal de l'école polytechnique. Fourcroy et Vauquelin ont depuis lors publié un mémoire intéressant sur cet objet. (Mém. de l'Inst. t. II.)

pas constante, de sorte qu'on se tromperoit si l'on supposoit deux degrés de saturation, celui du phosphate de chaux et celui du phosphate acidule: mais elle est relative à celle de l'acide sulfurique, dont l'action lui est opposée; et celle-ci est limitée, parce qu'il faut séparer le sulfate de chaux qui se forme, de sorte que, si l'on employoit trop d'acide, le sulfate de chaux seroit rendu lui-même entièrement soluble, ou plutôt il ne se formeroit pas, et l'on ne feroit point de séparation de la chaux par l'impossibilité de la cristallisation du sulfate de chaux.

4. L'alumine est sans doute l'une des bases les plus foibles, l'une par conséquent des substances dans lesquelles l'affinité doit le moins opposer de force pour défendre ses combinaisons; et cependant, lorsqu'on décompose le sulfate d'alumine par l'ammoniaque, dont on se sert ordinairement pour cet objet, quoiqu'on ait tenu après cela le précipité en digestion avec une nouvelle quantité d'ammoniaque, il contient une partie assez considérable d'acide sulfurique, qui devient sensible par l'expérience suivante.

Qu'on dissolve ce précipité dans l'acide muriatique, celui-ci s'empare de l'excès d'alumine en formant un sel qui ne cristallise pas, et l'on a un liquide transparent. Ce liquide, mêlé avec l'eau de muriate de barite, donne un précipité abondant de sulfate de barite, si l'on fait évaporer le liquide sans mélange, et si on le tient à une température basse : lorsqu'il est assez rapproché, il se forme de beaux cristaux de sulfate d'alumine.

L'alumine, en se précipitant, retient donc non seu-

lement une partie de l'acide sulfurique proportionnée à l'action de sa masse comparée à celle de la substance opposée, mais encore la portion d'alcali par le moyen de laquelle, comme on sait, le sulfate d'alumine cristallise; si elle n'a pas été précipitée du sulfate d'alumine, mais d'une autre dissolution qui ne contenoit pas de l'alcali, c'est une portion de celui dont on se sert pour la précipiter qu'elle retient, puisqu'après cette précipitation elle est en état de former du sulfate d'alumine en cristaux, lorsqu'on en sépare l'excès d'alumine par un acide.

Il résulte de là premièrement que, dans les analyses chimiques, on tombe dans une erreur, en prenant pour le poids réel de l'alumine qui existoit dans une substance, celui du précipité qu'on a obtenu par le moyen de l'ammoniaque: il faudra déterminer, par des expériences exactes, la quantité d'acide et d'alcali qui reste combinée avec l'alumine, et faire la correction nécessaire au poids du précipité.

Secondement, dans les expériences dans lesquelles on a employé comme alumine pure le précipité du sulfate d'alumine, on a dû être trompé dans le résultat par l'effet qu'ont produit l'acide sulfurique et l'alcali qui y restent combinés. Il y a apparence, par exemple, que la facile solubilité dans les alcalis fixes, de l'alumine précipitée des acides, dépend de la portion d'acide qu'elle a retenue.

5. Je me souviens d'avoir voulu me procurer une magnésie pure en la précipitant du sulfate de magnésie

par la potasse, en tenant ce précipité en digestion dans une eau de potasse, et la lavant ensuite. Je poussai cette magnésie au grand feu; mais je fus surpris de lui trouver après cela une saveur assez forte de sulfure. Je répétai le procédé avec beaucoup de soin; mais le résultat fut le même: c'est que la magnésie avoit retenu une portion d'acide sulfurique, qui, étant décomposée par l'action d'une forte chaleur, formoit un sulfure de magnésie; et comme le soufre s'y trouvoit en petite proportion, il resta combiné avec la magnésie, quoiqu'il ait peu d'affinité avec cette terre.

Il résulte également de là que l'on peut se tromper dans les analyses, en prenant pour le poids réel de la magnésie qui se trouvoit dans une substance composée, celui du précipité qu'on a formé par une affinité élective.

6. L'air atmosphérique dissout l'acide carbonique; et comme celui-ci reprend l'état élastique en se combinant avec l'air, il se fait par cette dissolution une augmentation de volume; d'où vient que lorsqu'on laisse un peu d'air atmosphérique en contact avec une eau d'acide carbonique dans un flacon bouché, on sent un effort ou une expansion lorsqu'on ouvre le flacon. Si donc on laisse une eau d'acide carbonique en contact avec l'air atmosphérique, celui-ci enlevera successivement l'acide carbonique jusqu'au terme où son action sera contre-balancée par celle de l'eau.

A son tour, l'eau privée d'acide carbonique en enlève une portion à l'air qui s'en trouve plus saturé, jusqu'à ce qu'il se soit établi un équilibre entre leurs forces: l'eau de chaux agira avec plus d'énergie, mais elle n'enlevera pas entièrement cet acide à l'air; elle le réduira, à la vérité, à une quantité si petite, qu'elle pourra, sans inconvénient, être négligée, si ce n'est dans des circonstances rares, par exemple, dans la composition de l'eau: alors si le gaz oxigène qu'on emploie contient un peu d'acide carbonique, soit que la substance dont on l'a retiré le lui ait communiqué, soit qu'il se soit formé dans l'opération, on ne peut l'en séparer entièrement, et la petite portion qui en reste devient une quantité remarquable après la combustion par laquelle l'oxigène s'est combiné avec l'hydrogène, indépendamment de la quantité qui a pu se former par le carbone qui pouvoit être contenu dans le gaz hydrogène.

7. Les observations que je viens de faire sur l'acide carbonique, sont beaucoup plus sensibles dans les substances qui sont douées d'une plus foible élasticité, mais qui jouissent toutes de la propriété de se combiner avec l'air; d'où vient l'odeur qu'elles répandent dans l'atmosphère: si l'on met de l'éther en contact avec l'air atmosphérique, il se partage entre l'eau qu'il contient toujours, et l'air, selon les quantités de l'une et de l'autre qui agissent, et la portion qui se dissout dans l'air prend l'état gazeux. Si l'on expose ensuite la combinaison de l'air et de l'éther sur une assez grande quantité d'eau, celle-ci reprend la plus grande partie de l'éther, et l'augmentation du volume de l'air disparoît jou devient inappréciable.

8. Quoique l'acide muriatique paroisse avoir beaucoup plus d'affinité avec l'eau que l'acide carbonique et que l'éther, on observe une expansion assez considérable lorsqu'on expose cet acide concentré dans un volume d'air isolé par le mercure, et on la fait disparoître en mettant ensuite cet air en contact avec l'eau pure.

Les liquides odorans perdent peu à peu leur odeur lorsqu'ils sont exposés à l'air, parce que l'action de l'eau s'accroît à mesure qu'elle s'éloigne du degré de saturation, et il s'établit ensin un équilibre entre son action et celle de l'air; alors le liquide cesse d'être odorant, quoiqu'il contienne encore une certaine proportion de la substance qui produisoit l'odeur.

9. Les observations présentées dans cet article, et qu'il seroit facile de multiplier, confirment les preuves tirées des expériences décrites dans l'article précédent: les unes et les autres font voir que, dans l'affinité élective, le sujet de la combinaison se partage entre les deux substances qui agissent sur lui, en raison des forces qu'elles peuvent mettre en concurrence.

Une circonstance qui mérite une attention particulière, et qui prouve particulièrement que l'action chimique dépend autant des quantités que de l'affinité des substances, c'est qu'il suffit de faire varier les quantités pour obtenir des résultats opposés.

J'ai dit, n° 4, art. II, que l'acide nitrique avoit enlevé une partie de la chaux à l'acide oxalique: après avoir séparé les deux combinaisons, et après avoir ajouté au nitrate acidule de chaux, de l'acide oxalique dont l'énergie n'étoit point diminuée par la combinaison avec la chaux, il s'est fait un précipité, parce qu'il s'est fait un nouveau partage entre les deux acides. Dans le nº 5 du même article, l'acide phosphorique s'étoit partagé entre la chaux et la potasse : l'excès de potasse a été enlevé au phosphate de potasse ; alors la chaux libre a fait un nouveau partage de l'acide phosphorique, de sorte que les combinaisons qui avoient été détruites en partie par l'action d'une substance, ont été rétablies en partie par l'addition de la substance opposée.

Les observations 6, 7 et 8 de cet article, montrent également des effets contraires produits par des changemens de proportions.

Les observations 4 et 5 confirment la conséquence énoncée n° 11, art. II, sur la nature des précipités qui sont produits par les affinités électives, et qui doivent être regardés comme une combinaison formée par le partage qui s'est fait entre les deux substances opposées.

ARTICLE IV.

Des modifications de l'action chimique qui proviennent de l'insolubilité des substances.

1. JE dois examiner successivement les affections des corps qui peuvent déguiser ou modifier les applications du principe établi dans les articles précédens.

Pour que les substances qui sont mises en opposition puissent exercer toutes leurs forces, il faut que toutes leurs parties concourent à leur action, et par conséquent qu'elles soient dans l'état liquide; alors, quoique l'action de toutes les parties ne puisse être simultanée, il s'établit promptement un équilibre de saturation entre celles qui ont le plus agi et celles qui sont moins éloignées de leur premier état, sur-tout si l'on emploie l'agitation ou le secours de la chaleur: bientôt tout le liquide qui résulte du mélange est dans un état uniforme, s'il ne s'est point formé de précipité; mais souvent il se forme des précipités, et plusieurs des substances qu'on peut mettre en action, ou ne sont pas liquides, ou n'ont que peu de solubilité.

Il faut déterminer ce qui doit résulter, pour l'action chimique, de l'insolubilité dans les différentes circonstances où elle peut se rencontrer, indépendamment de la cause qui la produit, et dont je traiterai dans l'article suivant.

- 2. Si la substance qu'on oppose à une combinaison est insoluble, il est manifeste qu'il n'y a qu'une trèspetite partie de la quantité qui puisse agir; car il n'y a que les points de contact qui opposent leur action à la résistance des parties liquides qui se trouvent dans la sphère d'activité; et pendant que les parties solides exercent successivement cette foible action, la résistance du liquide s'accroît à mesure que la décomposition avance. (Art. II, nº 10.)
- 3. Lorsque la substance a quelque solubilité, son action se compose de celle de la partie dissoute et de celle qui conserve la solidité; il en résulte que son

action ne croît pas en proportion des quantités qu'on emploie. La chaux, par exemple, agit par la partie qui se dissout, et par celle qui reste insoluble; mais c'est probablement la partie qui se dissout qui a la plus grande part à son effet. Si l'on double la quantité de la chaux qu'on emploie dans une expérience, sans augmenter le liquide, la partie qui se dissout ne devient pas plus considérable, ou plutôt elle diminue, parce qu'une partie de l'eau est soustraite par la chaux ajoutée, de sorte que son action s'accroît fort peu par cette addition.

- 4. Si l'on attaque une combinaison insoluble par une substance liquide, les inconvéniens de l'insolubilité disparoissent bientôt, lorsqu'il suffit que la substance insoluble perde une partie de ses principes constituans pour devenir liquide. C'est ce qui arrive au phosphate de chaux sur lequel agit un acide: chaque partie qui se trouve d'abord dans la sphère d'activité, devient un phosphate acidule liquide. L'effet se succède promptement, et bientôt les substances opposées sont l'une et l'autre dans l'état liquide.
- 5. Lorsque la substance qu'on élimine devient insoluble, le précipité qui se forme retient une partie de la substance avec laquelle il étoit combiné en raison des forces isolées qui ont agi au moment de la précipitation (article II, n° 11; article III, n° 9), et il se soustrait presque entièrement à l'action chimique; de sorte qu'il ne faut, jusqu'à la fin de l'opération, que la quantité de précipitant nécessaire pour produire la précipitation:

c'est ce qui arrive lorsqu'on décompose le sulfate d'alumine par l'ammoniaque ou par la chaux.

Il n'en est pas de même lorsque la substance éliminée prend l'état liquide, alors la résistance s'accroît à mesure que la décomposition fait des progrès; d'où il résulte que si la substance qu'on oppose à une combinaison est peu soluble, et qu'elle ne puisse agir qu'en petite quantité, pendant que celle qui est éliminée reste dans le liquide, la décomposition s'arrête promptement, quelles que soient les affinités, parce que le partage se fait non seulement en raison des affinités, mais aussi en raison des quantités qui agissent. Ainsi, lorsque j'ai traité le sulfate de potasse avec la chaux (art. II, n° 2), l'effet a dù s'arrêter lorsque tout l'acide sulfurique s'est trouvé divisé entre la potasse et la chaux en raison de leurs affinités, et des quantités de l'une et de l'autre qui ont pu agir sur cet acide, ou en raison de leur masse.

En général, pour juger de l'état relatif des combinaisons qui restent liquides, lorsque deux substances exercent des forces opposées, il faut considérer la quantité de chacune de ces substances qui se trouve en état d'agir, et le partage qui doit se faire de celle sur laquelle se porte leur action, suivant cette quantité.

6. La différence de pesanteur spécifique entre la substance insoluble et le liquide, influe sur leur action respective, même lorsqu'on emploie l'agitation et la chaleur, parce qu'elle tend continuellement à séparer la substance insoluble, et à la soustraire à la force qui lui est opposée: ainsi il y aura une différence à cet égard entre le sulfate de barite et l'alumine.

Je n'ai considéré le précipité d'alumine qu'au moment où il se forme : mais, dans le fait, lorsqu'on emploie un excès d'ammoniaque, tout ce qui passe le degré de saturation auquel se trouve d'abord réduite l'alumine, continue d'agir, si le contact s'établit; et comme le précipité d'alumine reste long-temps suspendu dans le liquide, effet qu'on peut prolonger par l'agitation, l'ammoniaque libre conserve assez long-temps son action sur ses parties isolées, pour qu'il s'établisse à peu près un équilibre entre les forces opposées: mais le sulfate de barite se soustrait aussitôt qu'on vient de le former.

- 7. Il suit de ce qui a été exposé n° 5, que, lorsqu'une substance liquide agit sur une autre qui est solide, ou lorsqu'il s'est formé un précipité dans l'opération, ce n'est point la quantité pondérale de la substance liquide, mais sa concentration, qui détermine l'effet qu'elle produit, ou la masse par laquelle elle agit dans la sphère d'activité. La limite de la décomposition possible se trouve au terme où cette substance, dans le plus grand état de concentration, ne peut la porter plus loin, parce que la résistance de la substance opposée s'est assez accrue pour ne plus lui céder du sujet de la combinaison.
- 8. Si l'insolubilité empêche que les proportions qui devoient résulter des forces opposées, ne s'établissent, elle apporte de la lenteur dans celles même qui peuvent s'établir, et elle peut facilement en imposer par les apparences qu'elle produit au commencement d'une opération: par exemple, lorsqu'on mêle de l'acide sulfurique

24 MÉMOTRES DE MATHÉMATIQUES

concentré à une solution de sulfate de potasse, ou de tout autre sel qui exige une grande proportion d'eau pour se dissoudre, l'acide se combine aussitôt avec l'eau, et le sel, qui perd sa liquidité, se précipite; mais, en prolongeant l'opération et en multipliant le contact, ce sel se dissout et entre en combinaison avec le liquide.

ARTICLE V.

De la cohésion et de la cristallisation.

1. La cohésion des molécules d'un corps est due à l'affinité réciproque de ses molécules : c'est une force qui doit être surmontée par l'action de la substance qui tend à se combiner avec ces parties, ou à décomposer leur combinaison. On sait que l'argile, dont les parties ont contracté une forte cohésion par la dessiccation, n'est plus attaquée par un acide qui a la propriété de la dissoudre quand elle se trouve dans un autre état.

Il suit de là que, lorsqu'un liquide agit sur une substance ou une combinaison solide et insoluble, son action n'est pas seulement limitée par l'insolubilité, considérée comme elle l'a été dans l'article précédent, mais encore par la force de cohésion qui réunit les parties de cette substance ou de cette combinaison, et qui est une quantité très-variable; de sorte que le résultat ne dépend pas de la force seule qu'exercent, dans la sphère d'activité, le liquide et les parties solides, mais du rapport de cette force à celle de cohésion.

2. C'est aussi l'affinité réciproque des parties salines qui produit la cristallisation, et celle-ci a, dans l'action chimique, des effets qui méritent attention.

Si l'on met dans l'eau un sel qui soit cristallisé, il s'en dissout une plus petite quantité que si, après l'avoir saturée à une haute température, on la ramène au même degré : si , lorsqu'elle est bien saturée par le second procédé, l'on y plonge des cristaux du même sel, une partie de celui qui est tenu en dissolution se précipite, et vient s'ajouter aux cristaux. Dans le premier cas, l'eau saturée à un certain point ne peut plus vaincre la résistance de la cohésion; dans le second, l'affinité des cristaux contigus soustrait à l'eau la partie de la substance saline qui n'auroit pu être dissoute qu'au moyen d'une température plus élevée : mais cet effet sera négligé dans les considérations suivantes.

3. La force qui produit la cristallisation dans une dissolution saline, établit une limite au degré de saturation de ce sel auquel l'eau peut parvenir; de sorte que, si elle n'en dissout pas une plus grande quantité, ce n'est pas que son affinité pour lui soit satisfaite, mais c'est qu'elle n'est plus assez puissante pour vaincre la résistance de la cristallisation. Lorsque l'eau a pris tout ce qu'elle peut dissoudre d'un sel, elle peut encore dissoudre beaucoup d'un autre sel : on a même remarqué qu'elle dissolvoit quelquefois une plus grande quantité du second sel que si elle ne tenoit pas le premier en dissolution, ou qu'après la seconde dissolution elle pouvoit encore agir sur le premier; ce qui dépend de

- 26 MÉMOIRES DE MATHÉMATIQUES l'affinité mutuelle des substances dissoutes, qui détruit en partie l'effet de la force de cohésion.
- 4. Un sel qui possède la propriété de cristalliser, peut former des cristaux dans une proportion déterminée de parties constituantes, même au milieu d'un liquide qui tient un excès de l'une des substances constituantes: ainsi la force par laquelle une substance saline tend à cristalliser dans des proportions déterminées, peut la soustraire à la portion d'acide ou d'alcali qui est surabondante à l'état de cristallisation, et il se forme des cristaux neutres dans un liquide qui a un excès d'acidité ou d'alcalinité. Il faut cependant que cet excès ne soit pas trop grand; car, sa force croissant par la proportion, il l'emporteroit sur la cristallisation, et celle-ci s'arrête, lorsqu'il s'est établi un équilibre entre ces forces, jusqu'à ce qu'on ait soustrait l'acidité ou l'alcalinité qui lui est opposée: la force de cristallisation varie beaucoup dans les différens sels.
- 5. Une substance qu'on regarde comme éliminée d'une combinaison, continue d'agir par sa masse, lorsqu'elle n'est pas séparée de l'action chimique par la précipitation: elle continue d'être réellement dans un état de combinaison; et lorsque nous l'appelons partie libre, ou dégagée, ou éliminée, ces expressions ne sont pas rigoureuses; elles indiquent seulement la partie qui est devenue surabondante à un terme convenu de saturation, et qui peut être séparée par une foible affinité.
- 6. Tout ce qui vient d'être exposé sur la cristallisation, doit être appliqué à la précipitation : et en effet, la

plupart des précipités offrent, à la loupe, la forme de petits cristaux; seulement la cause qui détermine cette cristallisation soudaine, est plus énergique que dans les cristallisations ordinaires, et les effets qui l'accompagnent doivent être beaucoup plus grands. Toutes les précipitations ont donc lieu avant que l'affinité de la substance opposée à l'insolubilité soit épuisée, et l'époque où la précipitation s'opère, et les proportions que conserve le précipité, sont déterminées par le rapport de la force de cohésion aux forces opposées.

Il y a cependant cette différence entre les cristallisations salines et les précipités, que les sels qui cristallisent deviennent solubles, soit par un excès d'acide, soit par un excès de base, de sorte qu'ils ne prennent l'état solide que dans les proportions déterminées des parties constituantes: au lieu que la plupart des précipités peuvent être plus ou moins privés d'acide; seulement la force de cohésion sera d'autant plus grande que la proportion d'acide sera plus petite.

7. La force de cohésion, qui n'avoit été considérée que comme un obstacle à la dissolution (1), détermine donc les quantités de substances qui peuvent être mises en action dans un liquide, et modifie par-là les conditions de l'action chimique : c'est elle ensuite qui cause les séparations qui ont lieu, soit par cristallisation, soit

⁽¹⁾ Guyton a particulièrement fait sentir l'influence de la force de cohésion comme opposée à l'action des dissolvans. (Annales de chimie, t. XXIV, p. 134.)

28

par précipitation, et qui établit les proportions des combinaisons qui se forment en se séparant du liquide, lorsque la propriété d'être insoluble dépend de ces proportions.

Cette force est donc contraire à l'action d'une substance sous un double rapport, et parce qu'elle s'oppose à son action dissolvante, et parce qu'elle tend à reproduire une séparation: ainsi, lorsqu'on dissout le sulfate de chaux par l'eau, il faut d'abord vaincre la force de cohésion; et lorsque l'action de l'eau se trouve affoiblie à un certain point, cette même force produit la séparation du sulfate de chaux. De même, lorsque l'acide nitrique attaque le sulfate de barite, il doit combattre la force de cohésion que celui-ci lui oppose, et ensuite cette même force tend à reproduire un précipité formé par la barite et l'acide sulfurique qui avoient été séparés. Cet objet sera mieux éclairci en traitant des dissolvans: mais on voit déjà que toutes les fois qu'une substance a une forte tendance à prendre l'état solide en se combinant avec une autre en certaines proportions, elle doit, par un effet de cette force, se séparer dans cet état de combinaison, indépendamment de l'affinité élective, et qu'il ne doit rester de cette combinaison, dans l'état liquide, que la quantité dont la force de cohésion peut être surmontée par l'action du liquide, de sorte que la quantité d'un précipité qui se forme dépend de ces deux forces.

ARTICLE VI.

De l'élasticité des substances qui exercent une action chimique.

1. Lorsqu'un e substance s'échappe dans l'état de gaz à mesure qu'elle est dégagée d'une combinaison intime, toute la partie qui prend l'état élastique, ne contribue point à la résistance, de sorte que cette substance n'agit plus par sa masse: la substance opposée peut alors rendre la décomposition complète, et il suffira d'en employer la quantité qui auroit été nécessaire pour former immédiatement la combinaison dans laquelle elle doit entrer, ou du moins il n'en faudra qu'un petit excès.

C'est ce qui arrive à l'acide carbonique, lorsqu'il forme un carbonate, et qu'on lui oppose un autre acide; celuici, qui agit par sa masse, peut, lors même qu'il auroit une affinité inférieure à celle de l'acide carbonique, le chasser successivement de sa combinaison, jusqu'à ce qu'il n'en reste plus, pourvu qu'il soit employé en quantité un peu supérieure à celle qui seroit nécessaire pour former immédiatement sa combinaison avec la base.

2. L'insolubilité d'un carbonate ne produit pas les effets qui ont été examinés dans l'art. IV; elle n'est pas un obstacle à la combinaison qui doit se former, surtout lorsque celle-ci reste liquide. Il ne s'établit point de résistance plus forte que la résistance initiale, parce

que la substance qui devroit la former s'échappe; seulement l'action est plus lente qu'entre deux liquides, parce qu'elle est successive.

- 3. Si l'on verse sur le muriate de soude bien sec un acide sulfurique concentré, c'est-à-dire, qui contient peu d'eau, et qui agit sur elle avec force, l'acide muriatique, dont la combinaison se trouve affoiblie, prend aussi l'état gazeux, et n'agit plus par sa masse: mais lorsqu'on emploie ou l'eau de muriate de soude, ou un acide sulfurique étendu de beaucoup d'eau, ou un autre acide qui contienne une assez grande quantité d'eau, l'acide muriatique peut être retenu en combinaison et rester uni avec l'eau; alors il agit par sa masse; et même, lorsqu'on emploie un acide sulfurique concentré, l'effet de l'élasticité est limité, parce qu'à mesure que l'acide sulfurique se combine, ce qui en reste est plus aqueux, et devient par-là capable de retenir l'acide muriatique.
- 4. Ce qu'on vient de dire des acides, doit s'appliquer à l'ammoniaque: lorsqu'on oppose une base à ses combinaisons dans l'état de dessiccation, il s'en dégage une partie qui devient sensible par son odeur et par le nuage qu'elle forme avec les acides qu'on lui présente; mais cet effet est également limité par la quantité d'eau qui peut se trouver dans les substances qui sont en action.
- 5. Il faut donc, lorsqu'une substance est dans l'état de gaz, considérer son élasticité comme une force opposée aux affinités des substances liquides. En effet, lorsqu'on expose de l'eau dans un volume d'acide carbonique, cette eau ne se sature pas d'acide carbonique; mais elle

n'en prend qu'une certaine proportion, et son action s'arrête lorsque la propriété dissolvante qui lui reste se trouve en équilibre avec la force élastique qui lui est opposée: si l'on diminue l'effet de la force élastique par la compression, l'eau s'élève à un plus haut degré de saturation.

C'est ainsi que l'élasticité opposée à la force dissolvante de l'eau détermine le degré de concentration auquel on peut obtenir les substances qui en sont douées, telles que l'acide muriatique et l'ammoniaque.

- 6. Si une substance tend à se combiner avec une autre qui se trouve en combinaison avec un gaz; si, par exemple, l'acide sulfurique tend à se combiner avec l'eau qui est dans un volume déterminé d'air atmosphérique, l'eau se partage en raison des affinités et des masses qui peuvent agir, de manière que le liquide et le fluide élastique parviennent l'un et l'autre à un état uniforme, parce qu'il s'établit dans l'un et dans l'autre un équilibre de saturation : mais si l'acide est exposé à l'air libre, il agit jusqu'à ce que l'air qui se trouve à sa surface et dans sa sphère d'activité, lui oppose une résistance égale à son action; et comme la condition de l'air atmosphérique varie, l'acide parviendra à un degré de saturation tel, que tantôt il cédera de l'eau, tantôt il en prendra : de là les phénomènes hygrométriques.
- 7. Lorsqu'on laisse exposé à l'air un mélange dans lequel une base ou un acide fixe sont en concurrence avec une substance qui peut être retenue par l'eau quoi-

32 MÉMOIRES DE MATHÉMATIQUES

qu'elle soit volatile, il se joint une force qui favorise le dégagement de celle-ci; c'est l'affinité de l'air, avec laquelle toutes les substances volatiles ont la propriété de se combiner: elle produit alors un effet pareil à celui qui a été décrit (art. III, nos 6, 7, 8), jusqu'à ce qu'il se soit encore établi un équilibre avec l'action de l'air.

- 8. Il résulte de ce qui précède, que l'élasticité produit des effets analogues à ceux de la force de cohésion, en modifiant d'une manière opposée les effets de l'affinité propre à chaque substance.
- 9. La conséquence de l'art. II, nº 10, ne peut s'appliquer rigoureusement aux décompositions dans lesquelles une substance prend l'état élastique, pendant que les autres conservent la liquidité ou prennent l'état solide; car celle d'entre elles qui n'a point de disposition à l'élasticité, ou qui peut être privée de cette faculté par la saturation qu'elle subit, abandonne entièrement celle qui passe à l'état élastique. Nous verrons même (art. XIII) qu'il y a quelques circonstances où la force de cohésion produit le même effet relativement aux liquides,

0) 0 1 10

lent action mutuelle on dissignant la force de col. seion A RITIOLE E VII I. In the hop

d. Lereque, sur deux substances oppostes, l'une peut De l'action du calorique. leur. Pélasticité qu'elle acquiert, doit être de

- i. To us les corps contiennent une proportion de calorique qui est déterminée par leur constitution et par le degré de température auquel ils se trouvent; dans toutes les successions de combinaisons, il se fait quelque changement dans les quantités de calorique, parce que les nouvelles combinaisons qui s'établissent en exigent une proportion différente: mais comme chaque constitution en prend la quantité qui lui convient, en abandonnant le superflu aux corps voisins, ou en diminuant leur température, la résistance à l'action chimique qui peut naître de là, peut être négligée, à moins qu'il n'en résulte des changemens considérables de température vine condition to less de due moliofit de la la de la de la de la la de la de
- 2. Lorsque le calorique produit une grande élévation de température, soit qu'il se dégage par la formation des nouvelles combinaisons, soit qu'on l'accumule par l'art dans les substances qui sont mises en action, il faut distinguer deux circonstances : ou ces substances diffèrent peu par le degré de volatilité qu'elles peuvent acquérir par l'élévation de température, qu elles diffèrent
- 3. Si les substances sont également fixes, sur-tout si elles ne sont pas toutes dans l'état liquide, ou si l'une d'elles n'a qu'une foible solubilité, la chaleur favorise

т. 3. 1.

34 MÉMOIRES DE MATHÉMATIQUES leur action mutuelle en diminuant la force de cohésion qui agit même entre les parties d'un liquide.

4. Lorsque, sur deux substances opposées, l'une peut prendre une dilatation beaucoup plus grande par la chaleur, l'élasticité qu'elle acquiert, doit être considérée comme une force opposée à l'affinité qui l'unissoit à l'autre substance; cette force peut être telle, qu'elle suffise pour détruire une combinaison : ainsi le carbonate de chaux étant exposé à une forte chaleur, tout l'acide carbonique en est éliminé par l'élasticité seule qu'il prend. Il faut cependant remarquer qu'alors même on observe que la substance opposée agit par sa masse. et que la résistance s'accroît à mesure que la quantité d'acide carbonique diminue; car la décomposition commence à une température beaucoup plus foible que celle qui est nécessaire pour l'achever: si l'on expose à la chaleur une argile saturée d'eau, les premières parties d'eau s'exhalent facilement, et les dernières exigent la chaleur la plus grande, uborg oupirolos

5. C'est par l'effet de cette propriété du calorique, que tous les acides fixes décomposent à une température assez élevée les combinaisons de ceux qui sont volatils; et comme ils diffèrent beaucoup entre eux par cette propriété, les uns se trouvent fixes à l'égard de quelques autres, et volatils lorsqu'ils sont comparés avec d'autres acides. Ainsi l'acide sulfurique chasse entièrement de leurs combinaisons les acides muriatique et nitrique à l'aide d'un degré suffisant de chaleur; mais il est chassé lui-même des siennes par l'acide phosphorique, indé-

pendamment des affinités qui peuvent seulement obliger à employer un degré de chaleur qui puisse par son effet surpasser leur action de l'india : olde event tes information

- 6. Lors donc que par le secours de la chaleur une substance en élimine une autre d'une combinaison, il ne faut pas conclure qu'elle ait une affinité supérieure à une température ordinaire; mais on a amené la substance qui s'est séparée à une température élevée, dans la position où se trouve à une température ordinaire une substance qui y jouit d'une pareille élasticité.
- 7. L'application de la chaleur peut donc souvent nuire au but qu'on se propose lorsqu'on fait agir des substances qui différent par leur volatilité, et elle peut facilement en imposer sur la force des affinités qui sont mises en action: ainsi, lorsqu'on fait bouillir un mélange d'acide nitrique et de sulfate de barite, ce qui est nécessaire pour procurer entre les parties un contact àuquel s'oppose la grande pesanteur spécifique du sulfate de barite, l'action de la chaleur diminue beaucoup la force de l'acide nitrique, comparée à celle de l'acide sulfurique. En ramenant la chaleur à la température ordinaire, l'acide nitrique ne peut produire l'effet qui dépend de sa force, parce que la grande pesanteur spécifique du sulfate de barite le soustrait presque entièrement à son action; mais lorsque la potasse est mise en opposition avec la barite, comme dans l'expérience (no 1, art. II), la chaleur est favorable à son action, parce que la potasse ne diffère pas sensiblement de la barite par l'élasticité qu'elle peut recevoir du calorique.

- 8. Si l'élévation de température nuit à l'action des substances élastiques sur celles qui sont fixes, son abaissement lui est favorable : ainsi l'eau dissout plus d'acide carbonique à une température basse qu'à un degré plus élevé de chaleur; le carbonate acidule de magnésie est plus soluble dans l'eau froide que dans l'eau chaude; les acides volatils, tels que l'acide nitrique et l'acide muriatique, se concentrent d'autant plus dans l'eau que celleci est plus froide. Cette considération mérite beaucoup d'attention dans l'action des substances volatiles comparées aux substances fixes, et l'on doit obtenir des résultats qui diffèrent d'une manière sensible en comparant l'action de l'acide muriatique à celle de l'acide sulfurique, ou l'action de l'ammoniaque à celle de la potasse, dans un intervalle de vingt degrés du thermomêtre. da an inn on edited d
- 9. En général, la chaleur diminue l'action que les substances exercent en raison de leur nature, puisqu'elle augmente la distance de leurs parties; mais par-là même elle diminue la force de cohésion, et elle multiplie les points d'action entre les parties solides et les parties liquides: elle favorise le résultat de l'action réciproque, lorsqu'elle sert plus en diminuant la force de cohésion qu'elle ne nuit par la dilatation; mais lorsqu'elle agit sur des substances qui ont beaucoup de différence dans la dilatation qu'elles en reçoivent, elle doit être considérée comme une force étrangère, et assimilée à l'élasticité, dont on a traité dans l'article précédent.
 - 10. On ne peut douter que la force de cohésion

n'agisse entre les parties mêmes d'un fluide élastique, si l'on fait attention que ces parties se partagent d'une manière uniforme les substances qu'elles dissolvent : car ce partage ne peut se faire sans qu'il y ait réciproquement une attraction chimique; ce qui constitue la force de cohésion. On conçoit par-là comment la chaleur peut favoriser la combinaison de quelques substances élastiques entre elles, quoiqu'elle augmente leur élasticité.

11. L'effet du calorique, lorsqu'il ne produit pas des séparations par la différence de dilatabilité, est donc toujours opposé à celui de la force de cohésion, et c'est ainsi qu'il met en état d'agir réciproquement dans la vitrification des substances que la solidité rendoit inertes; il concourt alors avec l'affinité réciproque de ces substances : de là vient que celles qui isolées auroient résisté à la fusion, se liquéfient lorsqu'elles sont mêlées ensemble. Jugar of the set, and

ARTICLE VIII.

De l'efflorescence.

1. Quelques substances salines, mais particulièrement le carbonate de soude, ont la propriété de s'élever au-dessus de la masse dans laquelle elles se trouvent confondues, pourvu que cette masse ait conservé assez d'humidité; le carbonate de soude cède bientôt après cela une partie de son eau à l'air, et perd par-là sa forme cristalline: mais ce que je désigne ici par efflorescence,

c'est la propriété de s'élever au-dessus de la masse, et de se séparer par-là de l'action chimique.

Pour que la soude s'élève ainsi par l'efflorescence, il faut qu'elle se soit combinée avec l'acide carbonique qu'elle a pu enlever à l'air atmosphérique: mais l'action de l'acide carbonique, qui étoit en très-petite quantité et dans un état élastique, n'a pas ajouté sensiblement à la force qui a produit la séparation de la soude, de la combinaison où elle se trouvoit; elle n'a fait que soustraire la partie éliminée, et empêcher qu'elle ne continuât d'agir sur la combinaison. Il ne faut donc considérer ici que l'efflorescence, à laquelle l'acide carbonique concourt avec d'autres causes que je n'examinerai pas, parce qu'elles ne sont pas encore bien connues.

Puisque la partie éliminée qui agissoit par son affinité et par sa masse, se trouve soustraite, il faut appliquer à l'efflorescence ce qui a été dit de la précipitation, et sur-tout de l'élasticité (art. VI).

2. Scheele me paroît être le premier qui ait observé la décomposition du muriate de soude par la chaux, dont Guyton a ensuite fait un procédé usuel. Voici ce qui se passe dans cette décomposition. La chaux, ainsi que le prouvent les expériences de l'art. II, nº 2, exerce une action sur les sels à base d'alcali fixe; elle décompose donc une petite partie du muriate de soude avec lequel elle se trouve. La soude dégagée par-là se combine avec l'acide carbonique qui se trouve dans l'air atmosphérique; mais le carbonate de soude se soustrait par l'efflorescence, de sorte que la soude qui a été dégagée n'agit

plus pour s'opposer à la chaux. La décomposition du muriate de soude continue donc; mais elle se trouve limitée par la quantité de muriate de chaux qui s'est formée en même temps, parce que l'acide muriatique devant se partager entre les deux bases en raison de leur action, il arrive un terme où leurs forces sont contre-balancées: il faudroit donc pouvoir soustraire encore le muriate de chaux, pour que la décomposition totale du muriate de soude eût lieu.

3. Une décomposition semblable, comme l'a encore observé Scheele, s'opère par le moyen du fer dans le muriate de soude, le sulfate et le nitrate de soude; mais elle n'a pas lieu avec les sels à base de potasse: et quoique ce grand chimiste soit embarrassé de concilier ces faits avec la doctrine reçue des affinités, il indique cependant fort bien qu'elle est due à l'efflorescence, dont jouit le carbonate de soude, et dont est privé le carbonate de potasse.

ARTICLE IX.

De l'action des dissolvans.

1. LE but pour lequel on emploie le plus ordinairement les dissolvans, est de vaincre la résistance qui provient de la cohésion des parties qu'on veut mettre en action, ou de leur élasticité, et de multiplier leur contact mutuel.

Les dissolvans agissent sur les substances qu'ils dis-

solvent par leur affinité et par leur quantité, ainsi que toutes les substances qui tendent à se combiner, et il faut leur appliquer tout ce qui appartient à la combinaison. Prenons pour exemple l'eau, qui est le plus souvent employée comme dissolvant.

L'action de l'eau peut être limitée par la cohésion ou la cristallisation de la substance sur laquelle elle agit, comme on l'a vu (art. V), ou par l'élasticité (art. VI); elle est quelquefois favorisée par la chaleur (art. VII, n° 3), et quelquefois elle en est affoiblie (art. VII, n° 7, 8); elle-même cède à la cohésion de ses parties lorsqu'elle se gèle : elle perd par-là sa propriété dissolvante, et abandonne les sels qu'elle tenoit en dissolution.

Plus l'état de saturation approche, plus l'action dissolvante diminue, de sorte que si la proportion de l'eau est très-grande, elle exerce une force beaucoup plus grande sur la substance dissoute; et comme l'action est réciproque, celle-ci peut perdre par-là une grande partie de son énergie, ou de sa tendance à la combinaison pour les autres substances: conséquemment, lorsqu'un liquide agit sur une combinaison solide, son énergie ne dépend pas seulement de l'état de concentration, parce que cet état détermine la masse par laquelle il peut agir (art. IV, no 7), mais encore parce que l'eau affoiblit son action d'autant plus que sa proportion est plus grande.

L'action d'un dissolvant doit donc être considérée comme une force étrangère, qu'on fait intervenir entre l'action de deux ou de plusieurs substances: elle doit favoriser l'action mutuelle des substances en surmontant la résistance de la cohésion ou de l'élasticité, et en multipliant les contacts, plus qu'elle ne la diminue par sa propre action; mais elle peut changer ou modisser sensiblement les résultats. Il faut examiner dans quelles circonstances elle peut produire cet effet.

2. Lorsque l'action se passe entre des substances également liquides, et qu'il ne doit résulter aucune précipitation, l'influence de l'eau peut être regardée comme nulle, parce qu'elle se porte également sur les substances qui sont mises en opposition, de sorte qu'elle soustrait une partie à peu près égale de leurs forces.

Lorsqu'il se forme une cristallisation, l'action de l'eau peut encore être négligée: car si la cristallisation est produite par l'évaporation, la proportion de l'eau est diminuée en raison du sel qui se sépare; si elle se fait par refroidissement, les circonstances sont simplement ramenées à une température plus basse.

Mais s'il se forme un précipité qui ne s'approprie qu'une très-petite quantité d'eau, alors l'eau se trouvant en plus grande proportion avec les substances qui restent en dissolution, affoiblit leur force de cohésion; elle concourt avec la force opposée pour empêcher le précipité de se former : de là vient en partie que, dans les précipitations que l'on fait, sur-tout lorsqu'il y a beaucoup d'eau, l'effet ne s'achève que par l'ébullition ou l'évaporation qui en diminue la quantité.

C'est par la même raison que, lorsqu'une substance liquide doit produire une combinaison insoluble en agissant sur une combinaison liquide (art. IV), l'effet 42 MÉMOIRES DE MATHÉMATIQUES est limité par l'action de l'eau, dont la proportion augmente relativement à ce qui reste dissous en raison du précipité qui se forme.

Les réflexions précédentes ont peu d'importance, parce qu'elles ne s'appliquent, pour ainsi dire, qu'au complément des phénomènes chimiques.

3. Si l'action dissolvante de l'eau s'oppose à la formation d'un précipité par l'action qu'elle exerce sur une substance qui doit entrer dans la formation du précipité, elle produit un effet contraire, lorsqu'elle agit sur une combinaison foible, dont l'une des parties constituantes a beaucoup de disposition à se dissoudre, pendant que l'autre n'en a pas, ou n'en a que très-peu; l'eau exerce alors, en raison de sa quantité, une action distincte sur ces deux composans; la substance soluble se partage entre celle qui ne l'est pas et l'eau. Comme cependant l'action de la substance soluble n'est que diminuée par celle de l'eau, elle retient une partie de la substance insoluble dans l'eau, de sorte qu'il se forme deux nouvelles combinaisons : l'une avec excès de substances solubles; l'autre avec excès de substances insolubles.

Si, par exemple, on mêle un peu d'eau avec le sulfate de mercure, il se dissout sans décomposition: mais si l'on augmente l'action de l'eau en augmentant sa quantité, il se fait une séparation; une partie de l'acide sulfurique s'unit avec l'eau, et tient en dissolution de l'oxide de mercure; une grande partie de cet oxide se précipite, et retient une partie de l'acide sulfurique. Qu'on étende la dissolution d'une plus grande quantité d'eau, l'action de celle-ci se trouve augmentée, de sorte qu'il se précipite encore de l'oxide de mercure, qui retient une plus petite proportion d'acide sulfurique. Qu'on ajoute de l'eau sur le premier précipité, elle lui enlevera encore de l'acide qui retiendra une portion d'oxide de mercure, de sorte que, selon les différentes proportions d'eau, il s'établira deux combinaisons qui varieront en raison de ces proportions.

L'effet de l'eau est augmenté par la chaleur, parce que celle-ci agissant sur l'oxide de mercure et sur l'acide sulfurique, qui sont inégalement dilatables, elle diminue l'action de l'eau sur l'acide sulfurique beaucoup moins que celle de l'acide sulfurique sur l'oxide de mercure.

4. On se sert quelquefois des dissolvans comme d'un moyen de séparation; mais on peut facilement être induit en erreur, si l'on néglige l'effet que la séparation peut produire, ou l'action que le dissolvant exerce sur les combinaisons qui existoient.

Ainsi, lorsque, dans l'expérience (art. II, n° 1), j'ai séparé par l'alcool la potasse libre, et qu'ensuite j'ai traité le résidu avec l'eau, j'ai d'abord enlevé la potasse qui agissoit contre la barite; par cette suppression la barite libre a repris la supériorité, et a décomposé le sulfate de potasse: mais cet effet a été limité, premièrement, par une partie de la potasse qui a été retenue par le sulfate de potasse (art. III, n° 2); secondement, par la foible solubilité de la barite: il en résulte cependant que je n'ai obtenu qu'une partie du sulfate de potasse qui s'étoit réellement formé.

5. Bergman dit qu'ayant mêlé de l'acide arsenique avec une solution de phosphate de potasse, et qu'ayant, après cela, ajouté de l'alcool, il trouva le lendemain que l'alcool avoit précipité tout le phosphate de potasse, et que l'acide arsenique étoit uni avec l'alcool: il en conclut que l'acide phosphorique a plus d'affinité avec la potasse que l'acide arsenique.

On doit être convaincu, par toutes les preuves qui sont exposées dans ce mémoire, que l'acide arsenique a agi sur la potasse du phosphate, qu'il a changé par-là en phosphate acidule; mais ce résultat aura éprouvé un autre changément par l'action de l'alcool.

L'alcool aura enlevé l'acide arsenique qu'il peut dissoudre, en luttant contre l'action de la potasse, qui est décidée par-là à se combiner de nouveau avec l'acide phosphorique. L'expérience prouve seulement que l'alcool d'acide arsenique ne peut décomposer d'une manière sensible le phosphate de potasse, qui est insoluble relativement à l'alcool.

6. J'ai traité, par l'ébullition, du muriate de soude avec poids égal de chaux; le liquide décanté avoit l'odeur assez forte d'alcali, et il donnoit de forts indices d'alcalicité.

J'ai précipité par l'acide oxalique la chaux qu'il contenoit, et le précipité a été bien plus considérable que celui qui a été produit dans un volume d'eau de chaux égal à celui du liquide. L'excès du premier précipité doit être attribué au muriate de chaux qui s'étoit formé; la quantité de ce muriate a été limitée par la résistance de

la soude et par la foiblesse de l'action de la chaux, relativement à la masse avec laquelle elle peut agir.

Si, après avoir évaporé le liquide, on traite le résidu avec l'alcool, on ne peut séparer la soude du sel qui s'est formé, comme on le fait avec le sulfate de chaux; mais on dissout et la soude et le muriate de chaux : alors l'alcali libre agit sur le muriate de chaux qui n'est pas soutenu par l'action de la chaux non combinée, dont on la sépare par l'alcool, et il le décompose en grande partie, parce qu'indépendamment de son affinité, il exige, à poids égal, pour le même degré de saturation, une quantité d'acide muriatique beaucoup plus grande que la chaux; il ne reste donc qu'une petite quantité de muriate de chaux, dont on peut reconnoître l'existence par l'acide oxalique, ou par les carbonates d'alcali. Ce que je viens de représenter comme arrivant après la dissolution de l'alcool, se fait pendant son action même.

Dans l'exemple que je viens de donner, je n'ai rigoureusement qu'une preuve directe de la décomposition du muriate : c'est l'odeur bien caractérisée de l'alcali; les autres indices d'alcalicité peuvent être dus à la chaux. La dissolution d'une plus grande quantité de chaux peut être attribuée à l'action du muriate de soude, et non à celle de l'acide muriatique en particulier; mais l'examen des circonstances prouve que cette incertitude en résulte nécessairement, de sorte que je suis en droit de la considérer comme une confirmation du principe que j'établis, et comme un exemple des changemens que les

46 MÉMOIRES DE MATHÉMATIQUES dissolvans peuvent apporter dans les résultats de l'action chimique.

7. J'ai considéré, dans le n° 1, ce qui arrive dans le dissolvant relativement à la résistance que lui opposent la force de cohésion et l'élasticité: comme l'action chimique est réciproque, il faut appliquer les observations que nous avons faites, à la substance qui résiste par la force de cohésion ou par l'élasticité, et nous trouverons dans cette considération le moyen de réunir plusieurs phénomènes qui paroissent séparés par un grand intervalle.

Lorsqu'on met de la chaux dans l'eau, c'est la chaux qui commence par se combiner avec l'eau, qui ne peut d'abord la dissoudre, parce que la force de cohésion qu'elle lui oppose est trop grande; mais celle-ci diminue à mesure que la saturation de la chaux se fait : arrive un terme où l'eau peut vaincre la résistance qu'elle peut encore lui opposer; mais sa force dissolvante diminue elle-même par la saturation. Il s'établit donc un équilibre de forces, dans lequel on peut regarder la chaux comme saturée d'eau dont la liquidité est détruite par la force de cohésion, et d'eau saturée de chaux dont la force de cohésion est également détruite, jusqu'à un terme où les deux saturations s'opposent des forces égales.

Il en est de même pour un sel privé d'eau; il commence par en prendre jusqu'à ce que la force de cohésion puisse être vaincue par l'eau, et dans la cristallisation il retient une certaine proportion d'eau, de manière qu'il s'établisse un équilibre entre la force dissolvante de l'eau et la force de cohésion qui reste aux parties salines: mais si l'on prend un sel pourvu de son eau de cristallisation, la dissolution s'en fait immédiatement.

C'est le même phénomène qui se présente lorsque deux liquides ont peu d'action l'un sur l'autre; par exemple, l'eau et l'éther. L'eau peut dissoudre une certaine proportion d'éther, comme elle dissout une certaine proportion d'un sel; si la proportion de l'éther est plus grande, l'action de l'eau est assez diminuée pour ne pouvoir vaincre l'affinité mutuelle des parties de l'éther: celui-ci exerce aussi une action sur l'eau; il se tient donc séparé en dissolvant de l'eau jusqu'au point où les deux forces opposées sont égales, et les quantités des deux dissolutions dépendent des proportions employées.

C'est encore la même cause qui produit les alliages en différentes proportions, qu'on obtient en liquéfiant ensemble des métaux qui ont respectivement peu d'affinité.

Si on liquéfie une petite proportion de zinc avec une certaine quantité de plomb, ou une petite proportion de plomb avec une quantité de zinc, on n'obtient qu'un alliage uniforme; mais d'autres proportions donnent deux alliages séparés, l'un qui contient une petite quantité de zinc et beaucoup de plomb, l'autre beaucoup de zinc et peu de plomb. Le zinc exerce d'abord sa plus grande force sur le plomb; mais sa force s'affoiblit et se trouve contre-balancée par la force de cohésion des parties du plomb, aussi saturées de zinc jusqu'à un

48 MÉMOIRES DE MATHÉMATIQUES certain point : les quantités respectives des deux alliages dépendent des proportions des deux métaux. L'étain et le fer se comportent de même.

Lorsque l'eau agit sur l'acide carbonique, on a vu que son action étoit arrêtée par la résistance de l'élasticité; mais l'acide carbonique, qui ne peut se combiner avec l'eau, dissout aussi de ce liquide jusqu'à ce que le degré de saturation auquel il parvient, affoiblisse assez son action dissolvante.

- 8. Le dissolvant peut donc se trouver en toute proportion avec la substance qu'il dissout, lorsque celle-ci ne peut lui opposer une force suffisante; mais dès que cette résistance égale ce qui reste d'action dissolvante, il s'établit deux combinaisons qui contre-balancent leurs forces.
- 9. Lorsqu'il s'est établi une séparation par un équilibre de forces, il suffit de changer les proportions de l'une des substances qui ont subi la séparation, pour amener d'autres résultats: ainsi, lorsqu'une eau qui ne tient qu'une petite quantité de sel, est exposée à une température inférieure au terme de la congélation, il se fait une séparation; une partie de l'eau se congèle, une autre prend tout le sel: si l'on enlève au sel l'eau qui le tient en dissolution, et qu'on le mette en contact avec la glace pilée, ils se dissolvent mutuellement jusqu'au point où d'un côté la force dissolvante soit assez affoiblie et de l'autre la force de cohésion soit assez accrue par le froid pour être devenues égales.
 - 10. On voit donc que les dissolvans qui doivent sur-

monter la force de cohésion, se trouvent soumis au même équilibre d'action que les substances qui doivent vaincre la résistance d'une affinité opposée pour entrer en combinaison, et que tout ce qui a été exposé, dans l'article II et dans l'article III, sur les effets produits par les changemens de proportions, doit leur être appliqué.

inégalement dilatables, d'une manière analogue aux dissolvans, en combattant la force de cohésion, et en mettant par-là les parties en état d'exercer leur action réciproque (art. VII, n° 9).

Son action concourt avec celle des dissolvans dans l'opposition à la force de cohésion; de là vient que la dissolution d'un sel par l'eau varie selon les degrés de température les son noinseilles six al la contrat de la colonne de la colonn

Quand le calorique agit sur des substances inégalement dilatables, il produit des séparations et de nouvelles combinaisons indépendantes de l'affinité propre aux substances, comme les dissolyans le font lorsqu'ils agissent sur des substances inégalement solubles.

ARTICLE X.

De la détermination des affinités électives.

1. DÉTERMINER l'affinité élective de deux substances pour une troisième, d'après l'idée que nous devons nous en être formée, c'est reconnoître dans quel rapport cette troisième substance doit partager son action

1. т. 3.

tion of hi

entre les deux premières, et à quel degré de saturation éhacune de celles-ci doit parvenir lorsqu'elles opposeront leurs forces. L'affinité respective seroit proportionnelle au degré de saturation auquel elles seroient parvenues en raison de la quantité qui auroit agi; de sorte que si les quantités étoient égales, le degré comparatif de saturation donneroit la mesure des affinités respectives.

2. Lorsque je parle de la saturation d'une substance, je n'entends pas la saturation absolue où toute action réciproque cesseroit, mais un degré de saturation qu'il est facile de reconnoître, et qui est commun à toutes les combinaisons; c'est celui de la neutralisation, où aucune des parties constituantes ne laisse dominer ses propriétés. Le terme de la cristallisation des sels ne coincide pas toujours avec la neutralisation; par exemple, pour les carbonates d'alcali qui donnent encore des indices d'alcalicité, et pour le tartrite acidule de potasse qui conservé, au contraire, un excès d'acide. Cependant on peut prendre la dérnière combinaison au terme où elle est neutre, parce qu'elle a encore la propriété de cristalliser; c'est même ce tartrite qu'on obtient nécessairement lorsqu'il y a dans l'expérience un excès de base: mais lorsqu'il doit y avoir un excès d'acide, on peut déterminer le degré de saturation où se trouve le tartrite acidule, par la quantité de potasse qui est nécessaire pour le neutraliser.

3. Une considération qui d'abord mériteroit beaucoup d'attention, c'est qu'en comparant les affinités, il faudroit nécessairement employer, dans toutes les expériences, les mêmes proportions de toutes les substances qu'on mettroit successivement en opposition, parce que, si les proportions varient, le résultat de l'action ne sera plus le même, l'affinité ne pourra plus être représentée par le même nombre. Je vais rendre cette observation plus sensible par un exemple.

saturée par 100 parties d'acide sulfurique, je lui oppose 100 parties de soude : je suppose qu'après l'action je trouve que la potasse a pris 60 parties d'acide, et la soude 40; je conclurai que les affinités de ces deux bases pour l'acide sulfurique sont dans le rapport de 60 à 40: mais il reste 40 parties de potasse non combinée qui continuent réellement d'agir, et qui contribuent par leur action au partage de l'acide; de sorté que si cette quantité vient à varier, le résultat ne peut plus être le même. Si au lieu de 100 parties de potasse et de 100 parties de soude je ne prends que 80 parties de chacune, j'aurai pour la partie non combinée 20 de potasse, et une autre quantité de soude, de sorte que les forces que ces deux parties exercent, ne sont plus dans le rapport précédent; d'où il résulte que les deux saturations ne peuvent pas être dans le rapport de 60 à 40.

4. Mais, pour reconnoître le degré de saturation auquel chacune de ces substances à pu parvenir, il faut qu'il se fasse une séparation, et l'on ne peut l'obtenir que par l'élasticité, par la cristallisation, la précipitation, et par l'action d'un dissolvant : or nous avons vu il solo l'eb elles à etirad al eb que ces différens moyens devoient être considérés comme des forces étrangères qui changent les résultats, et qui déterminent les combinaisons qui se forment sans qu'on puisse mesurer leur effet pour en dégager celui de l'affinité élective; de sorte que les séparations qui, dans les art. I, II, III, n'ont été considérées que comme un effet de l'affinité élective et des proportions, sont réellement l'effet du concours de plusieurs forces, ainsi que le prouvent les observations qui ont suivi ces articles.

Lorsqu'il faudroit, par exemple, reconnoître la quantité de sulfate de potasse et de soude qui se scroit formée, la force de cohésion ne différant pas beaucoup entre les deux sulfates, il est probable qu'elle ne changeroit pas beaucoup les proportions des deux sels qui cristalliseroient; mais on seroit obligé de séparer l'excès d'alcali par l'alcool pour obtenir toute la cristallisation : or l'action de l'alcool, inégale sur la potasse et la soude, apporteroit encore un changement. Ajoutons à ces considérations, qu'un changement de proportions feroit varier non seulement la force de la soude et de la potasse (n°1), mais encore celle de l'alcool, sans parler de l'affinité de l'eau qui sert de dissolvant.

On auroit des changemens bien plus considérables, si la barite servoit de comparaison à la potasse ou à la soude; alors la force de cohésion du sulfate de barite seroit telle, qu'elle ne laisseroit à l'alcali qu'une trèspetite quantité d'acide sulfurique, qui seroit beaucoup plus l'expression du rapport de la force de cohésion du sulfate de barite à celle du dissolvant, que de l'affinité de la barite à celle de l'alcali.

Cela est si vrai, que si, pour comparer l'affinité des acides pour la barite, on commençoit par traiter la barite avec un excès d'acide sulfurique; elle se précipiteroit presque en entier, à moins que l'acide ne fût très-concentré; on ne pourroit pas distinguer la portion combinée de celle qui ne l'est pas, et dire que la barite a plus d'affinité avec la première partie qu'avec la seconde: c'est cependant ce qu'on dit réellement, lorsqu'on affirme que l'acide sulfurique a plus d'affinité avec la barite qu'un autre acide, parce qu'il se forme par la précipitation un sulfate de barite. On attribue à l'affinité élective un effet qui dépend sur-tout de la force de cohésion propre au sulfate de barite.

Il est donc manifeste qu'on ne peut déterminer par une expérience directe l'affinité élective de deux substances relativement à une troisième, même lorsqu'on fait l'épreuve sur deux substances qui sont dans l'état liquide, et qui peuvent parvenir à être neutralisées par la saturation, puisqu'on est obligé de faire intervenir des forces étrangères pour reconnoître la saturation.

5. Nous avons vu (art. II, III), que l'affinité d'une substance pouvoit être compensée par sa quantité.

Il paroîtroit, d'après cette considération, qu'il suffiroit de reconnoître les capacités de saturation de différentes bases pour un acide, ou de différens acides pour une base, pour établir le rapport de leur affinité; car elle devroit être en raison inverse des quantités nécessaires pour produire le même degré de saturation.

Cette conséquence est erronée, lorsque l'on veut

l'appliquer aux affinités électives, parce que dès qu'on met deux substances en concurrence pour se combiner avec une troisième, il s'établit des forces nouvelles qui non seulement déterminent d'autres résultats, mais changent même la constitution de ces substances.

Je compare l'acide sulfurique avec l'acide carbonique: il est certain que si j'amène par l'acide carbonique une quantité de potasse au terme de neutralisation, il exerce une force aussi grande que la quantité d'acide sulfurique qui seroit nécessaire pour produire le même effet; et cependant, si je verse l'acide sulfurique sur la première combinaison formée, tout l'acide carbonique est dégagé, parce que, n'étant plus retenu par une force égale, il reprend l'état élastique; et même, s'il est retenu par une quantité suffisante d'eau, il ne sera plus dans le même état de compression, il n'aura plus la même constitution, ce ne sera plus la même substance, relativement à l'action chimique. Enfin il faut appliquer à l'action des substances inégalement saturées les observations faites dans les nos précédens.

La comparaison des capacités de saturation, quoiqu'elle puisse conduire à des considérations importantes, ne peut donc être appliquée à la détermination des affinités électives. And the second s

ARTICLE XI.

De quelques erreurs qui proviennent d'une idée fausse de l'affinité élective.

1. Je discuterai quelques opinions adoptées sur les affinités électives; je ferai voir combien elles ont peu de fondement, et je leur opposerai l'application des principes établis dans les articles précédens.

Baumé a observé que lorsqu'on dissolvoit par le moyen de la chaleur le sulfate de potasse dans poids égal d'acide nitrique, on obtenoit par le refroidissement des cristaux de nitrate de potasse : il attribue cette décomposition du sulfate de potasse à des affinités réciproques qui produisent des combinaisons opposées, sans déterminer la cause de cet effet contraire.

2. L'explication de ce fait remarquable a été contredite par Bergman. Il observe qu'il y a des sels qui tendent à avoir un excès d'acide, tels que le tartrite acidule de potasse. Il pense que lorsque ces sels se trouvent dans un état de neutralisation, il faut considérer leur base comme divisée en deux parties; l'une sur laquelle se porte particulièrement toute l'action de l'acide pour former un sel acidule, et l'autre qui ne tend à satisfaire que ce qui reste d'acidité dans le sel acidule. Cette partie de la base n'est donc retenue que par une foible acidité, et elle peut être enlevée par un acide fort inférieur à celui qui entre dans la première

combinaison: ainsi l'acide acéteux pourra enlever la partie de la potasse qui, dans le tartrite de potasse, est superflue à la combinaison qui constitue le tartrite acidule de potasse, quoique cet acide ait une affinité beaucoup plus foible que l'acide tartareux.

Or le sulfate de potasse est au nombre des sels qui tendent à former un sel acidule : les deux tiers de sa base à peu près entrent dans cette combinaison, et il n'y a que cette partie qui soit soumise à toute l'affinité de l'acide sulfurique; l'autre tiers peut être séparé par un acide d'une affinité inférieure à celle de l'acide sulfurique, tel que l'acide nitrique, l'acide muriatique et l'acide tartareux. Quand la décomposition est poussée jusqu'à ce terme, elle s'arrête, quelle que soit la quantité de l'acide opposé; et si la quantité n'est pas trop grande pour empêcher la cristallisation, ou si l'on en chasse l'excès par la chaleur, on obtient par la dissolution et l'évaporation un sulfate acidule qui forme des cristaux permanens à l'air.

3. Comment l'illustre Bergman a-t-il dévié de la route que lui traçoit l'observation? Ses expériences mêmes prouvent que l'acide qui est surabondant au sulfate acidule de potasse, exerce son affinité, qu'il est en combinaison, et qu'il agit en raison de sa quantité: car il dit que si l'on ajoute de l'acide sulfurique au sulfate acidule de potasse, ce sel se dissout et perd la propriété de cristalliser; que cet excès d'acide peut être difficilement chassé, même par la distillation dans une cornue, et qu'il faut, pour obtenir cet effet, fondre la

combinaison saline dans un creuset, ou employer l'action réitérée plusieurs fois d'un alcool très-pur.

- 4. La limite que Bergman donne à l'action des acides sur le sulfate acidule, est donc supposée. Ce sulfate se conduit comme tous les sels qui peuvent résister jusqu'à un certain point à l'action d'un excès d'acide ou de base (art. V, n° 4), de même qu'à l'action d'un autre acide, ou d'une base étrangère. La seule différence qu'il y ait entre eux à cet égard, dépend de la force de cohésion, qui peut agir plus ou moins pour produire la cristallisation, et qui est propre à certaines proportions d'acide et de base, probablement par une conséquence de la figure que prennent les molécules de leur combinaison.
- 5. Lorsqu'un acide a la propriété de former un précipité en se combinant avec une base, on a conclu qu'il avoit plus d'affinité avec cette base que l'acide avec lequel elle se trouvoit d'abord unie, sans examiner même jusqu'à quel point l'acide nouveau avoit opéré la décomposition, et sans faire attention qu'une décomposition opposée avoit lieu par un simple changement de proportions, et pouvoit par conséquent conduire à une conséquence opposée.

Ainsi, comme l'acide tartareux a la propriété de faire avec la potasse un sel acidule peu soluble, et que par conséquent il forme un précipité avec tous les sels à base de potasse qui ne sont pas étendus d'une trop grande quantité d'eau, on a conclu qu'il avoit plus d'affinité avec la potasse que les autres acides. Bergman a

excepté l'acide sulfurique, parce qu'il a supposé que l'acide tartareux ne pouvoit agir que sur la potasse qui excède la combinaison du sulfate acidule de potasse; supposition que je crois détruite dans les nos précédens. Il a encore excepté l'acide nitrique et l'acide muriatique, parce qu'il a supposé que l'acide tartareux se conduisoit, à l'égard du nitrate et du muriate de potasse, comme avec le sulfate, et cependant il n'a point reconnu l'existence d'un nitrate et d'un muriate acidule de potasse analogue au sulfate acidule de potasse.

Il conclut encore d'expériences faites sur les sels à base de soude, sans les faire connoître, que l'acide tartareux ne doit être placé qu'après l'acide oxalique; mais, à part ces exceptions, l'acide tartareux décompose complétement, selon lui, tous les autres sels à base d'alcali fixe.

Ce qui embarrasse Bergman, c'est que l'acide tartareux ne produit pas de précipité avec les sels à base de soude : il croit que cette différence apparente dépend de ce que la soude n'a pas la propriété de former un sel peu soluble en prenant un excès d'acide; mais alors l'indice qui faisoit conclure la décomposition, manque, et il faut se contenter de la vraisemblance que les affinités d'un alcali fixe suivent le même ordre que celles de l'autre.

Toute cette classification d'affinités est fondée sur la fausse supposition qu'un acide en chasse un autre de ses combinaisons par sa seule affinité considérée comme une force constante, et cette supposition en nécessite

plusieurs autres pour expliquer comme exceptions des faits qui dérivent naturellement d'une propriété générale.

6. J'ai examiné la décomposition du tartrite acidule de potasse par l'acide nitrique, qui, selon les idées reçues que j'adoptois alors, devoit le décomposer, en s'emparant entièrement de sa base. J'ai donc mis en digestion du tartrite acidule de potasse et de l'acide nitrique; j'ai retiré par le refroidissement de beaux cristaux de nitrate de potasse. J'ai réitéré plusieurs fois l'opération, en ajoutant de l'acide nitrique jusqu'à ce qu'il ne se soit plus séparé de nitrate de potasse : alors j'ai exposé le liquide à une chaleur capable de faire évaporer l'acide nitrique qui pouvoit être libre, sans altérer l'acide tartareux. Après cela le liquide avoit une consistance huileuse; il étoit sans odeur, et il n'annonçoit ni l'existence de l'acide nitrique, ni celle de la potasse: mais si on l'exposoit à une forte chaleur, il se dégageoit beaucoup de gaz nitreux, l'acide tartareux étoit réduit en charbon, et sa cendre donnoit une quantité considérable de carbonate de potasse.

7. Dans cette opération, il se sépare une partie de nitrate de potasse par un effet de la force de cristallisation de ce sel, et jusqu'au point où cette force est surmontée par l'acide surabondant. Le tartre acidule est rendu soluble par l'action de l'acide nitrique, qui lui enlève en même temps par la cristallisation une partie de la base nécessaire à son insolubilité.

D'un autre côté, l'acide tartareux, versé sur la solution de nitrate de potasse, enlève jusqu'à un certain terme la potasse à l'acide nitrique, et forme un tartrite acidule qui se précipite; mais comme il n'a pas la propriété de former un tartrite acidule de soude peu soluble, il ne produit pas de précipité avec les sels à base de soude.

Dans l'une et l'autre circonstance, tout ce qui ne peut être séparé par la force de cohésion, forme un liquide où les substances agissent en raison de leur masse présente.

On ne peut donc rien conclure sur l'affinité respective, de ces séparations qui s'opèrent par la précipitation ou la cristallisation, puisque par le changement seul des proportions on peut souvent obtenir des décompositions opposées.

8. La précipitation qui a eu lieu lorsqu'en comparant les affinités des bases, l'une d'elles formoit une combinaison insoluble, a donné lieu à une erreur de la même espèce; et c'est sur ce seul fondement qu'on a établi que la chaux avoit plus d'affinité que l'alcali avec les acides fluorique, phosphorique, arsenique, enfin avec tous ceux qui forment avec elle une combinaison insoluble, et que par conséquent elle avoit la propriété de décomposer entièrement les sels formés par l'alcali et ces acides. Cette précipitation n'est pas le résultat de l'affinité élective, elle n'est pas entière; mais sa quantité est déterminée par le rapport de l'action du liquide à la force de cohésion du précipité: de là vient que souvent le précipité se redissout en augmentant la quantité de la substance qui lui est opposée.

9. Quoique Bergman ait bien fait connoître les chan-

gemens que la chaleur peut apporter dans l'action chimique, lorsque les substances ont de la disposition à la volatilité, et qu'il ait même recommandé d'éviter une chaleur trop forte dans l'évaporation, on n'a cependant pas reconnu toute l'influence qu'elle peut avoir dans les opérations par lesquelles on sépare les sels pour juger des affinités.

On n'auroit pas conclu que l'acide sulfurique a plus d'affinité avec les alcalis fixes que l'acide nitrique ou l'acide muriatique, de cela seul que par une forte chaleur il chasse ces acides de leurs combinaisons; mais on n'a pas fait attention que, même par la chaleur qu'on emploie pour faire évaporer et obtenir la cristallisation des sels, les proportions des acides volatils peuvent être changées considérablement par l'acide sulfurique qui leur reste opposé, et qui peut même finir par les chasser entièrement au moyen de la différence qui existe entre sa fixité et celle de ces acides (art. VII, n°5).

10. On doit à Bergman des observations utiles sur les erreurs qui peuvent naître de la solubilité d'une substance qui est éliminée, et dont on n'aperçoit pas la séparation. Il remarque que la potasse ou la soude ne troublent pas la transparence de la solution d'un sel à base de chaux, si cette solution est étendue de cinquante fois autant d'eau, parce que la chaux séparée, étant soluble, reste dans l'eau: mais il ne fait pas attention que si la chaux n'avoit alors que sa solubilité naturelle, ce seroit un bien foible obstacle à la précipitation; car il lui faut à peu près sept cents parties d'eau pour se

dissoudre: ce qui ajoute beaucoup à sa solubilité naturelle, c'est qu'elle continue d'être en combinaison avec l'acide (art. V, n° 5), et qu'elle ne peut se séparer qu'en en retenant une partie (art. III, n° 9) qui augmente sa solubilité.

méconnu les effets de la solubilité dans plusieurs circonstances: ainsi il n'a pas cru que l'acide nitrique et l'acide muriatique eussent de l'action sur la combinaison du phosphate de chaux, quoique la seule différence qu'on puisse établir à cet égard entre ces deux acides et l'acide sulfurique, ne connoissant pas la force comparative de leurs affinités, c'est que les deux premiers ne font que des combinaisons solubles, pendant que celle que produit l'acide sulfurique peut être soustraite en grande partie par la force de cristallisation.

12. C'est la solubilité de la chaux, ainsi que de la barite, accrue par l'action de l'acide sur ces terres, qui fait que l'ammoniaque ne produit aucun précipité dans la solution des sels dont elles sont la base. Cependant la première portion d'ammoniaque, qu'on mêle, par exemple, avec le muriate de chaux, ne laisse presque pas exhaler d'odeur; ce qui indique qu'il est entré en combinaison, et l'on peut rendre son action sensible, comme on va le voir.

J'ai mêlé de l'ammoniaque avec une solution de muriate de chaux, et j'ai fait vaporiser le liquide dans une cornue: quand il a été réduit à un certain point, il s'est formé un précipité assez considérable. J'ai continué l'opération; à la fin, la quantité du précipité étoit fort diminuée: il s'est formé une pellicule, et par le refroidissement une grande quantité de cristaux en aiguilles assez longues; c'étoit un sel triple dont on pouvoit dégager de l'ammoniaque par la chaux: ce sel, redissous et évaporé à l'air libre, n'a plus donné d'indice d'ammoniaque dans l'épreuve par la chaux.

On voit donc que, lorsque l'eau n'a pas été trop abondante, l'ammoniaque a précipité une partie de la chaux, quoiqu'elle fût rendue beaucoup plus soluble par l'acide, et quoique l'action de l'ammoniaque ait été considérablement affoiblie par la chaleur, qui diminuoit son affinité et sa quantité. A mesure que celle-ci s'est trouvée réduite, le précipité s'est redissous; cependant il est encore resté de l'ammoniaque après une longue vaporisation, et ce n'est qu'à l'aide de l'action de l'air qu'elle s'est entièrement dissipée. La séparation de la chaux deviendroit sans doute beaucoup plus sensible, si l'on recevoit le gaz d'ammoniaque dans une solution de muriate de chaux peu étendue.

Si l'ammoniaque produit un précipité avec les sels à base d'alumine, c'est que cette terre a moins de solubilité que la chaux, même lorsqu'elle est combinée avec la portion d'acide qu'elle retient en se précipitant.

ARTICLE XII.

Des affinités complexes.

1. Je vais examiner, sous le nom plus général d'affinité complexe, celle qu'on a regardée comme due au concours de quatre affinités, et qu'on a ordinairement désignée par le nom de double affinité.

Pour donner une idée de l'action de quatre affinités, Bergman examine ce qui se passe lorsqu'on mêle ensemble la solution du sulfate de potasse et celle de muriate de chaux: c'est, dit-il, comme si l'on mettoit dans la quantité d'eau employée les proportions d'acide sulfurique, d'acide muriatique, de chaux et de potasse, qui entroient dans la composition de ces sels; les deux bases agissent par leurs affinités sur les deux acides: mais quoique l'affinité de la potasse pour l'acide sulfurique soit plus forte que celle qu'elle a pour l'acide muriatique, cependant l'affinité de l'acide muriatique pour la potasse, jointe à l'affinité de l'acide sulfurique pour la chaux, donne une somme de forces plus grande que l'affinité de l'acide sulfurique pour la potasse, et celle de l'acide muriatique pour la chaux; ce qui décide un échange de bases, de sorte qu'au lieu de sulfate de potasse et de muriate de chaux, on a du sulfate de chaux et du muriate de potasse. Cette explication est toujours fondée sur la supposition que les affinités sont des forces constantes, indépendamment des quantités et de l'état de saturation.

- 2. Lorsque deux bases agissent concurremment sur un acide, celui-ci se partage, ou plutôt partage son action en raison de leurs masses : qu'au lieu d'un acide il s'en trouve deux, s'il ne se fait point de séparation ni par la précipitation ni par la cristallisation, les acides agiront l'un et l'autre sur les deux bases également en raison de leurs masses; si chacun de ces acides étoit d'abord combiné avec une base, après le mélange de la solution des deux sels, la somme des forces réciproques des acides et des alcalis sera la même qu'auparavant : il ne se formera pas du muriate de potasse et du sulfate de chaux; mais il y aura une combinaison de potasse, de chaux, d'acide sulfurique et d'acide muriatique, qui donnera le même degré de saturation qu'avant le mélange. De là vient que lorsqu'on mêle deux sels qui, par l'échange, devroient produire des combinaisons qui auroient des proportions très-différentes, on n'observe cependant, comme l'a fort bien remarqué Guyton, ni l'acidité ni l'alcalicité qui se montreroient nécessairement si l'échange avoit lieu.
- 3. On n'a conclu un échange de bases que du résultat de la précipitation et de la cristallisation qu'on a observées; mais on n'a pas attribué cet effet à sa véritable cause.

Nous avons vu (art. V) que la force de cohésion détermine la séparation qui, dans les affinités électives, a lieu par la précipitation ou la cristallisation; c'est encore la même force qui produit le même effet dans les affinités complexes. Lorsque je mêle la solution du

1. т. 3.

sulfate de potasse avec celle du muriate de chaux, et que la quantité d'eau n'est pas grande, la chaux, dans le contact où elle se trouve avec l'acide sulfurique (nº 1), éprouve l'effet de la force de cohésion à un plus haut degré que la potasse. C'est donc une force nouvelle qui est ajoutée à celles qui existoient; elle doit décider la combinaison de l'acide sulfurique avec la chaux, en même temps que sa précipitation.

4. Qu'on parcoure toutes les décompositions connues qui sont dues aux affinités complexes, et l'on verra que c'est toujours aux substances qui ont la propriété de former un précipité ou un sel qu'on peut séparer par la cristallisation, qu'on a attribué un excès d'affinité sur celles qui leur sont opposées; de sorte qu'on peut prévoir, par le degré de solubilité des sels qui peuvent se former dans un liquide, quelles sont les substances dont Bergman et d'autres savans chimistes auront prétendu représenter les forces dans des tableaux symboliques, en attribuant toujours une supériorité d'affinités aux deux substances qui doivent former une combinaison insoluble relativement à la quantité du dissolvant.

La chaux, la magnésie, la barite, la strontiane, forment, avec l'acide carbonique, un sel insoluble; toutes les combinaisons solubles de ces terres mêlées avec des carbonates d'alcalis, produisent un échange duquel résultent la formation et la précipitation des carbonates à base terreuse.

La barite forme, avec l'acide sulfurique, un sel inso-

luble: toutes les fois qu'on mêlera la solution d'un sulfate avec celle d'un sel à base de barite, il se formera et se précipitera un sel à base de barite.

Comme la chaux fait un sulfate peu soluble, et qui se précipite en grande partie, s'il n'y a pas beaucoup d'eau, elle change également de base avec tous les sulfates solubles, jusqu'au terme où la précipitation cesse d'avoir lieu par la solubilité du sulfate de chaux. Le sulfate de chaux ayant encore beaucoup plus de solubilité que le sulfate de barite, les sels à base de barite, qui sont plus solubles, décomposent le sulfate de chaux.

L'oxide d'argent forme un sel insoluble avec l'acide muriatique; tous les sels d'argent qui sont solubles étant mêlés avec des muriates solubles, il se précipite du muriate d'argent. Le mercure qui n'est pas trop oxidé, agit de même.

Comme le muriate de plomb est peu soluble, les sels que l'oxide de plomb forme avec d'autres acides, et qui possèdent la solubilité, produisent un précipité avec les muriates solubles; mais, comme il fait un sel insoluble avec l'acide sulfurique, la dissolution du muriate de plomb produit un précipité de sulfate de plomb lorsqu'on la mêle avec des sulfates solubles.

5. Lors donc qu'on fait évaporer une eau dans laquelle on a mis différens sels en dissolution, c'est suivant l'ordre de leur solubilité qu'ils se sépareront, et c'est par elle qu'on pourra juger des changemens de base qui pourront se faire. Mais la solubilité des sels varie par les températures : c'est donc la solubilité relative aux différentes températures qu'il faut considérer. Le nitrate de potasse, mêlé avec le muriate de soude, cristallisera à une température basse; mais le muriate de soude se séparera dans le temps même de l'évaporation : il ne se fera pas échange de bases, parce que le nitrate de soude est un peu plus soluble à froid que le nitrate de potasse, et qu'au contraire le muriate de potasse est un peu plus soluble à chaud que le muriate de soude.

- 6. Je ne considère ici que le principal résultat dû à une force de cohésion telle qu'elle fait disparoître l'effet des forces qui lui sont opposées; mais lorsqu'il n'en existe pas une considérable dans les combinaisons qui peuvent se former, l'action mutuelle des substances qui restent dans l'état liquide, celle du dissolvant, les proportions qui varient par la cristallisation d'une combinaison qui vient de se séparer, doivent produire des effets différens. Les expériences que j'ai commencées ne tarderont pas à éclaircir cet objet.
- 7. Une autre circonstance peut changer l'action des affinités complexes, c'est la formation d'un sel triple qui se précipite; mais, en connoissant le degré de solubilité de cette combinaison, on peut encore prévoir la décomposition qui doit avoir lieu : la même considération s'applique aux affinités qu'on a appelées électives.
- 8. Quelquesois il se fait un précipité par le mélange de deux substances salines qui ont le même acide; par

exemple, lorsqu'on mêle du muriate de magnésie et du muriate de chaux : il est probable qu'il se forme alors deux combinaisons, l'une qui est avec excès d'acide et une petite partie des deux bases, l'autre avec la plus grande partie des deux bases et une petite portion d'acide.

C'est un effet analogue à celui que nous avons observé (art. IX, n° 3); mais ici c'est l'affinité mutuelle des deux bases qui décide la précipitation.

9. Nous avons vu (art. VII) que la chaleur, en augmentant la volatilité d'une substance, affoiblissoit sa combinaison; cette cause n'agit pas moins dans les affinités complexes que dans les affinités électives. C'est une force ajoutée à celles qui agissoient, et qui détermine l'union et la séparation des substances qui ont le plus de disposition à former une combinaison volatile.

Lors donc qu'on veut prévoir ce qui doit arriver en exposant deux sels à l'action de la chaleur, l'on n'a qu'à examiner si l'une des deux bases et l'un des deux acides ont une volatilité plus grande que l'autre base et l'autre acide, et l'on est assuré qu'en appliquant un degré de chaleur suffisant, la combinaison de la base et de l'acide le plus volatil se formera et se sublimera, pendant que la base et l'acide le plus fixe resteront aussi combinés entre eux. L'ammoniaque et l'oxide de mercure parmi les bases, l'acide carbonique et l'acide muriatique parmi les acides, présentent plusieurs applications de cette vérité.

10. L'efflorescence doit aussi être considérée comme

une force qui peut, dans les affinités complexes, décider une combinaison qui est douée de cette propriété, et c'est à elle qu'est due la formation du natron dans la vallée des Lacs de natron, et dans les autres lieux où les mêmes circonstances se rencontrent.

Les observations que j'ai présentées à l'Institut (d'Égypte), qui doivent faire suite à la reconnoissance intéressante de la vallée des Lacs de natron, que nous devons
au général Andréossi, prouvent que les circonstances qui
sont nécessaires à la formation du natron, sont, 1°. un
sable qui contient beaucoup de carbonate de chaux;
2°. l'humidité; 3°. la présence du muriate de soude : j'ai
encore remarqué que les tiges de roseau favorisoient
beaucoup cette production. Je me suis engagé à expliquer la formation du carbonate de soude au moyen de
ces circonstances; c'est ce que je vais tâcher de faire.

On peut regarder le sable calcaire, imprégné d'une humidité constante, comme une dissolution de muriate de soude qui agit sur le carbonate de chaux: or il résulte de ce qui a été exposé (art. IV), que l'insolubilité apportoit une grande diminution dans l'action réciproque d'une substance solide et d'un liquide, mais qu'elle ne la détruisoit pas. Cette action est opposée à l'insolubilité du carbonate de chaux, qui n'est pas absolue; il doit donc se former une dissolution d'une petite quantité du carbonate de chaux, et par conséquent (nos 1 et 2) les parties constituantes de ce carbonate et du muriate de soude qui sont en dissolution, exercent une action réciproque: autrement la présence du carbonate de chaux

ne seroit pas une condition nécessaire pour la formation du carbonate de soude (1).

Il faut donc considérer l'humidité du sable calcaire où se forme le carbonate de soude, comme une dissolution de muriate de soude et d'une petite quantité de carbonate de chaux; la soude se trouve donc en présence de l'acide carbonique, et l'efflorescence, qui est une propriété du carbonate de soude, doit être considérée comme une force nouvelle qui vient soustraire cette combinaison. En effet, lorsqu'il se trouve dans le terrain imprégné de muriate de soude, des tiges de roseau qui favorisent l'efflorescence, le carbonate de soude non seulement s'accumule autour deces tiges, mais quelquefois il ne se forme qu'au moyen de ce secours, lorsque les circonstances, telles que la nature trop argileuse du terrain,

⁽¹⁾ La dissolution du carbonate de chaux par le muriate de potasse et par le sulfate de potasse, qui agissent indubitablement comme le muriate de soude, est prouvée par une expérience directe que nous devons à Guyton. (Mém. de Scheele, part. II, note de la page 18.) « La dissolution de sulfate de potasse, de muriate de potasse, etc., versée dans l'eau de chaux rendue » laiteuse par l'eau chargée de gaz acide carbonique, faisoit disparoître sur» le-champ le précipité. Il n'y avoit de même aucun précipité terreux, lors- qu'on versoit de l'eau chargée d'acide carbonique dans un mélange d'eau » de chaux et de dissolution de ces sels neutres; la liqueur tenoit toujours » de l'alcali libre ». Guyton combat l'opinion de Scheele, qui n'avoit observé aucune décomposition avec le muriate et le sulfate à base de potasse, mais seulement avec les sels à base de soude.

La différence d'opinion de ces deux célèbres chimistes vient de ce que l'un a constaté la décomposition par l'efflorescence, qui n'appartient qu'aux sels à base de soude (art. VIII), et de ce que l'autre l'a observée dans un liquide; mais dans cette dernière circonstance elle est beaucoup plus limitée.

72 MÉMOIRES DE MATHÉMATIQUES sont peu favorables à sa production; de sorte qu'à une petite distance on ne trouve que du muriate de soude.

J'ai voulu vérisier cette explication dans une caisse placée dans l'un des jardins de l'Institut: on a donc mêlé du carbonate de chaux avec du sable siliceux, l'un et l'autre bien lavés; on y a introduit une certaine proportion de muriate de soude: on a fait un creux dans ce mélange pour y verser de l'eau de temps en temps, et entretenir l'humidité nécessaire. Il s'est formé à la surface une incrustation de muriate de soude qui altère déjà fortement la couleur du papier teint avec le fernambouc, comme les alcalis; mais on ne peut espérer d'obtenir une efslorescence assez considérable pour être sensible à la vue, qu'après un temps beaucoup plus long.

seule différence qui distingue les affinités complexes de celles qu'on a appelées électives, c'est que dans les premières on met en action des substances qui sont à peu près dans un degré uniforme de saturation, et que dans les dernières il se trouve une substance qui n'a point encore de saturation (et il peut s'en trouver plusieurs): de sorte qu'il ne s'établit dans les premières un autre degré de saturation qu'en raison des combinaisons qui peuvent se séparer; au lieu que, dans les dernières, l'action des substances non saturées se met en équilibre avec celle des substances qui l'étoient déjà; d'où il résulte que la force de cohésion et celle de l'élasticité produisent plus complétement leur effet dans les affinités complexes que dans les affinités électives.

ARTICLE XIII.

ins well of godin on an arm in

De la précipitation des dissolutions métalliques par d'autres métaux.

1. Lorsqu'on précipite les métaux par une substance qui ne prend pas leur oxigène, les précipités retiennent une partie de l'acide, et souvent une partie du précipitant.

On a un exemple frappant du partage qui se fait alors, dans le précipité du muriate oxigéné de mercure par les alcalis fixes, l'ammoniaque et la chaux. En exposant le précipité à une chaleur suffisante, une partie plus ou moins considérable du mercure, selon la nature du précipité, se réduit; une autre se sublime, et forme un muriate, non parce que l'acide muriatique ne s'est trouvé combiné qu'avec une portion de l'oxide de mercure, comme je l'ai cru (Mémoires de l'Académie, 1780), mais parce que la force expansive de la chaleur et la tendance à la combinaison de l'acide muriatique, agissant sur l'oxide de mercure, en font, pour ainsi dire, un nouveau partage. Si l'on examine le précipité par l'ammoniaque, on observe qu'il retient de l'ammoniaque : le précipité du muriate de fer par la potasse retient une partie de potasse. On pourroit multiplier beaucoup ces faits.

Il n'y a donc pas de doute que les observations qui ont été faites sur les précipitations des substances qui

10

1. т. 3.

Mais lorsque les métaux se précipitent mutuellement de leurs dissolutions, leur affinité réciproque pour l'oxigène entre pour beaucoup dans l'action qui se passe, et quelquefois le précipité se trouve dans l'état métallique. S'il ne se joignoit une force à l'affinité du métal précipitant pour l'oxigène, il devroit résulter des principes établis dans ce mémoire, que l'oxigène devroit toujours se partager entre les deux métaux qui sont en concurrence, selon l'action qu'ils exercent sur lui. Il faut donc examiner quelle peut être la force qui détermine la précipitation dans l'état métallique.

2. L'affinité du mercure, de l'or et de l'argent pour l'oxigène est très-foible: l'affinité mutuelle qui reste encore aux parties de ces métaux lorsqu'ils sont en fusion, comme le mercure l'est à la température de l'atmosphère, est suffisante pour empêcher leur combinaison avec l'oxigène dans l'état de gaz; mais la chaleur, en dilatant les parties du mercure, diminue assez la force de leur affinité mutuelle pour qu'elles puissent se combiner avec l'oxigène: un degré supérieur de chaleur suffit par la différence de dilatation qu'il produit dans le mercure et dans l'oxigène, pour les séparer; de sorte que l'action de la chaleur commence par être plus utile par la diminution de l'affinité mutuelle

des parties, que contraire par la dilatation différente du mercure et de l'oxigène : mais elle finit, en augmentant cette différence, à rendre leur combinaison impossible.

Si la force de cohésion suffit dans le mercure pour empêcher l'oxidation, cette même force pourra concourir à sa désoxigénation, avec l'action d'un métal qui agira directement sur l'oxigène. C'est une force analogue à celle qui produit la cristallisation et les précipitations (art. V).

- 3. Les parties métalliques ont non seulement une affinité mutuelle, mais elles en ont pour les autres métaux : de là viennent les amalgames et les alliages. Il suffit qu'on mette du cuivre en contact avec le mercure pour que ces deux métaux se combinent ensemble. Lors donc qu'un métal oppose son action à une dissolution métallique, une partie du métal peut agir sur l'oxigène et sur l'acide, pendant que l'autre tend à se combiner avec le métal de l'oxide. Examinons si nous reconnoîtrons dans la précipitation en état métallique du mercure, de l'argent, de l'or et du cuivre, l'influence de ces deux forces, c'est-à-dire, de l'affinité mutuelle des parties d'un même métal, et de l'affinité d'un métal pour un autre métal.
- 4. Lorsqu'on plonge une lame de cuivre dans une dissolution de mercure par l'acide nitrique ou par l'acide muriatique, la lame devient blanche à l'instant, et le mercure se trouve réduit; mais il s'est combiné avec le cuivre.

Au lieu d'une lame de cuivre, que l'on plonge dans les mêmes dissolutions une lame de fer bien net, il se passe plusieurs heures avant que le liquide se trouble et qu'on aperçoive un précipité; enfin il se forme un précipité: mais, sur-tout avec la dissolution muriatique, ce précipité est en partie dans l'état d'oxide, et il retient trèsprobablement une portion de l'acide.

Si l'affinité d'un métal pour l'oxigène étoit la seule cause qui produisît la précipitation d'un autre métal, le fer devroit agir avec beaucoup plus d'efficacité que le cuivre; car l'on sait qu'il a une affinité beaucoup plus forte pour l'oxigène, et cependant son action est lente, difficile, incomplète, pendant que celle du cuivre est instantanée. On voit, par la manière dont les acides non décomposables sont retenus par l'oxide de cuivre et par l'oxide de fer, lorsqu'on expose leur combinaison à l'action de la chaleur, qu'il ne peut y avoir qu'une très-petite différence entre les affinités de ces métaux pour ces acides. Il n'y a donc pas de doute que l'affinité du cuivre pour le mercure, avec lequel il s'est réellement combiné, n'ait beaucoup contribué à sa précipitation dans l'état métallique: mais l'affinité mutuelle des parties de mercure a pu seule décider, quoique difficilement, dans l'expérience avec le fer, la réduction du premier métal; aussi une partie s'est précipitée en oxide, et a retenu probablement une portion d'acide, comme tout auroit fait si l'affinité seule du fer pour l'oxigène eût agi, et la portion qui s'est précipitée dans l'état métallique, ne s'est pas combinée avec le fer.

5. Lorsqu'on précipite une dissolution d'argent par le cuivre, le précipité qui se forme dans l'état métallique, n'est pas de l'argent pur, mais une combinaison d'argent avec une petite proportion de cuivre: il n'a pu prendre le cuivre à la lame qu'on a plongée dans la dissolution; il faut qu'il se soit précipité avec lui de la dissolution même: l'affinité mutuelle de ces deux métaux a décidé leur désoxigénation. Il s'est fait, au moyen de cette force, deux combinaisons, ainsi que cela arrive dans plusieurs autres circonstances: l'une de l'acide avec l'oxide de cuivre; l'autre de l'argent avec une portion du cuivre. L'action de l'acide sur l'oxide de cuivre, et celle de l'argent sur le cuivre, se mettent en équilibre.

6. De même, lorsqu'on plonge dans une dissolution d'or une lame de cuivre, l'or qui se précipite montre, par sa couleur plus haute, qu'il s'est combiné avec du cuivre, et la dissolution ne retient qu'une petite partie

du cuivre qu'a perdu la lame.

Si l'on met dans cette dissolution une lame de fer, l'or qui se précipite entraîne peut-être également une partie du fer; mais au moins il est décidé à se précipiter par l'affinité du fer, à la surface duquel il se combine : car la dorure est une combinaison des deux métaux à la surface par laquelle ils sont en contact; lorsque la première couche est formée, la précipitation peut se continuer par la seule force de cohésion de l'or.

7. On vérifie ce que je viens d'exposer, dans la précipitation du cuivre par le fer. Lorsqu'on décompose une dissolution de cuivre par une lame de fer, et qu'on en sépare la lame de cuivre qui s'y est appliquée, on reconnoît, à la couleur brune de la surface intérieure, que le cuivre n'y est pas pur, et qu'il contient du fer : après cette première couche, le cuivre a continué de se précipiter en contractant de l'adhérence avec elle, puis avec celles qui se sont formées successivement; de sorte que l'affinité pour le fer a commencé l'effet, qui a été continué par celle du cuivre pour lui-même.

8. Le phosphore précipite plusieurs dissolutions métalliques, ainsi que l'ont fait voir Sage et Bullion (1). Quoiqu'il ait une forte affinité avec l'oxigène, ce qu'on vient d'exposer sur la précipitation par les métaux, doit être appliqué à son action.

Pelletier a prouvé que le phosphore avoit la propriété de se combiner avec les métaux, de sorte qu'une partie de celui qu'on met en action peut se combiner avec l'oxigène, pendant que l'autre agit également sur le métal.

Parmi les dissolutions métalliques, il y en a qui ne sont point affectées par le phosphore; dans d'autres le métal est précipité en oxide, qui retient sans doute une partie de l'acide de la dissolution, ou de l'acide phosphorique qui se forme; dans d'autres ensin le métal est réduit. Ce sont encore l'or, l'argent, le cuivre et le mercure, qui reprennent l'état métallique.

Par la considération des observations qui ont été faites sur cette précipitation, il paroît que le cuivre et l'argent

⁽¹⁾ Journal de physique, année 1781.

se précipitent en se combinant avec une petite proportion de phosphore: ainsi, pour précipiter douze grains d'argent, il s'est consommé trois grains de phosphore. Mais l'on n'a obtenu par l'évaporation que près de trois grains d'acide phosphorique à l'état d'une gelée épaisse: or il n'a pas fallu un grain de phosphore pour produire cette quantité d'acide; il en reste donc plus de deux grains qui ont dû se combiner avec l'argent.

Il n'y a qu'une partie du mercure qui reprenne l'état métallique; le reste conserve l'état d'oxide, et se combine avec l'acide phosphorique. Ici la force de cohésion est foible, il ne se fait pas de combinaison avec le phosphore: aussi l'effet n'est-il que partiel, comme lorsqu'on agit par le fer (n° 4).

Quoique l'or ait avec l'oxigène une affinité très-foible et très-inférieure à celle du cuivre, sa précipitation ne s'opère pas aussi promptement, et une partie se précipite dans l'état d'oxide; c'est sans doute parce qu'il a peu de disposition à se combiner avec le phosphore, et que c'est par la combinaison du cuivre avec le phosphore que la précipitation de ce dernier métal est décidée.

Quelques-unes des observations que je viens de présenter, auroient besoin de recevoir de l'expérience une exactitude convenable à leur explication entière: mais toutes me paroissent prouver indubitablement que c'est la force de cohésion qui tend à réunir les molécules d'un même métal, et l'affinité réciproque de quelques métaux, qui décident leur précipitation dans l'état métallique; de sorte que cet effet est plus ou moins prompt, So MÉMOIRES DE MATHÉMATIQUES plus ou moins complet, selon l'énergie avec laquelle ces causes peuvent agir (1).

ARTICLE XIV.

De l'affinité résultante.

- 1. J'APPELLE affinité résultante celle dont l'action procède de plusieurs affinités dans une même substance: par exemple, l'acide nitrique est composé d'oxigène et d'azote; cet acide se combine avec la potasse, il agit sur la potasse par une affinité qui résulte de celle de l'oxigène et de celle de l'azote. L'action réciproque de la potasse est aussi une force qui résulte de celle qu'elle exerce sur chacune des substances qui composent l'acide nitrique.
- 2. Tous les corps qui existent sur la terre, ont de l'affinité les uns pour les autres. Si l'on se refusoit à admettre ce principe, on conviendroit que le nombre des exceptions ne peut être que très-petit. Je puis donc raisonner sur cette supposition, et appliquer à toutes les substances ce que l'observation nous a fait connoître sur les affinités et sur leurs modifications. Si cette application n'est pas forcée, si elle rend raison des propriétés qui ne peuvent être établies directement sur l'expérience, les considérations que je présente dans cet article, pourront jeter quelque lumière sur plusieurs

⁽¹⁾ Fabroni vient de publier des observations très-intéressantes sur l'action réciproque des métaux. (Journal de physique, brumaire an 8.)

phénomènes qui sont dus à une action chimique encore indéterminée? noison our issue como acenteq a

- 3. J'ai supposé, dans la définition de l'affinité résultante, que l'affinité d'une substance composée dérivoit de celles des substances qui la composent. Il faut voir quelles sont les circonstances qui doivent modifier les affinités élémentaires, et reconnoître les changemens qui doivent être survenus dans celle qui en résulte.
- 4. L'action chimique des substances s'affoiblit en raison de leur saturation (art. II, no 10).

Il faut conclure de là que l'affinité résultante doit être une quantité plus petite que les affinités élémentaires, lorsqu'elles sont isolées; car celles-ci ont éprouvé un commencement de saturation: mais d'autres circonstances peuvent accroître l'action de l'affinité résultante, ou peuvent augmenter son affoiblissement dû à la saturation. Le suprista abiael de ses des el

5. Si l'une des substances qui se combinent, de solide devient liquide, elle acquiert les avantages que procurent les dissolyans; et son affinité, qui étoit déguisée par la solidité, devient active, de sorte que l'affinité résultante peut être, par cette raison, beaucoup plus considérable que ne le paroissent les affinités élémentaires.

Ainsi, lorsqu'on dissout le soufre par la potasse, le sulfure qui en provient exerce une forte action sur le gaz oxigène, dès qu'on l'a rendu liquide en y ajoutant de l'eau, ou qu'il a attiré assez d'humidité de l'air; parce qu'il a perdu par-là sa force de cohésion, comme

т. 3.

82 MÉMOIRES DE MATHÉMATIQUES

s'il étoit rendu liquide par l'action du calorique, et parce que la potasse exerce aussi une action sur l'oxigène, quoiqu'elle soit beaucoup plus foible que celle du soufre, puisque seule elle ne peut surmonter l'élasticité du gaz. L'action du soufre est réellement diminuée de toute celle qu'il exerce sur la potasse et sur l'eau qui sert de dissolvant au sulfure; mais il gagne beaucoup plus par la liquidité qu'il acquiert, qu'il ne perd par cette saturation. A parler rigoureusement, toutes les substances dont la solidité est surmontée par un dissolvant, agissent par une force résultante.

6. Les circonstances contraires aux précédentes produisent un effet opposé; et lorsque les substances, en se combinant, deviennent solides, ou plus disposées à cristalliser, cette circonstance ajoute à la perte de force qui est due à la saturation.

Par exemple, la potasse et l'acide nitrique ont l'une et l'autre la propriété de se dissoudre dans l'alcool, et cependant l'alcool ne dissout pas le nitrate de potasse; c'est que la force de cohésion qui appartient à cette combinaison, et qui, avec l'eau, produit sa cristallisation, a modifié les affinités élémentaires dans l'affinité résultante. Ce qui confirme cette explication, c'est que les sels qui sont incristallisables dans l'eau, parce qu'ils n'opposent qu'une foible cohésion, ont en général la propriété de se dissoudre dans l'alcool, de manière cependant qu'ils peuvent y cristalliser, parce que l'action plus foible de l'alcool ne peut vaincre que jusqu'à un certain point la force de cohésion dont ils ne sont pas

entièrement dépourvus. Si le nitrate de potasse se dissout jusqu'à un certain terme dans l'eau, c'est que la solubilité de la potasse, et celle de l'acide nitrique par l'eau, sont plus grandes que par l'alcool.

7. Les corps agissent en raison de la quantité qui peut s'en trouver dans la sphère d'activité (art. IV).

On voit par-là qu'il peut résulter d'une combinaison une action beaucoup plus forte que celle des composans, lorsque les composans, ou l'un des deux, passent de l'état élastique à l'état liquide; car alors ils porteront dans la sphère d'activité une quantité plus considérable, dont l'action pourra surpasser de beaucoup la perte de force qui est due à la saturation.

Ainsi la potasse ne peut vaincre la résistance due à l'élasticité du gaz oxigène et du gaz azote: mais si ceux-ci se sont combinés pour former l'acide nitrique dans l'état liquide, ils agissent sur la potasse par une quantité beaucoup plus grande que lorsqu'ils étoient dans l'état élastique; le résultat de leur action, quoiqu'affoibli par un commencement de saturation, s'y trouve beaucoup plus considérable que si l'azote et l'oxigène étoient dans l'état élastique.

8. L'affinité d'une substance qui entre en combinaison avec une substance composée, concourt avec les affinités élémentaires de celle-ci pour maintenir sa composition contre l'action des substances étrangères, en raison du degré de saturation qu'elle produit. Ainsi le fer enlève facilement l'oxigène à l'azote, ou plutôt il le partage avec lui; mais, dès que l'acide nitrique est combiné

avec la potasse, il ne peut plus en séparer l'oxigène à une température ordinaire: cependant, à une température plus élevée, la différence de dilatation détruit assez l'affinité résultante de la potasse pour que le fer se combine avec l'oxigène.

Dans l'acide muriatique oxigéné, l'oxigène, qui n'a subi que peu de saturation, et qui par conséquent est retenu foiblement par l'acide muriatique, passe facilement dans d'autres combinaisons; mais, quoiqu'il se trouve en beaucoup plus grande proportion dans le muriate oxigéné de potasse, il est enlevé beaucoup plus difficilement par les substances oxigénables.

Le phosphate de chaux n'est pas décomposé par le charbon, même à un grand degré de chaleur: mais, s'il est dans l'état de phosphate acidule, la partie d'acide qu'on peut regarder comme en excès à l'état de saturation, peut être décomposée par le charbon, parce qu'elle n'est pas défendue par une masse assez grande de base; et c'est cette partie seulement qui fournit du phosphore, lorsque pour obtenir cette substance on se sert du phosphate de chaux réduit en phosphate acidule par l'acide sulfurique.

9. Le contraire a lieu lorsqu'au lieu d'une substance saturante, qui sert d'appui à l'affinité résultante, on en ajoute une qui tend à former une combinaison où doit entrer l'une des parties constituantes. Par exemple, lorsqu'on ajoute de l'acide sulfurique au mélange de l'eau et du fer, cet acide favorise la décomposition de l'eau, parce qu'il tend à se combiner avec le métal

et avec une proportion d'oxigène; tendance qui concourt avec celle du métal contre l'affinité qui forme la combinaison de l'oxigène avec l'hydrogène.

10. On peut conclure de ce qui précède, que les propriétés de l'affinité résultante des substances composées peuvent se réduire, 1°. aux avantages de la liquidité, et il faut, sous ce point de vue, lui appliquer la théorie des dissolvans (art. IX); 2°. à la disposition à la solidité, qui produit des effets contraires qui doivent s'expliquer par la force de cohésion (art. V); 3°. enfin à la concentration des substances élastiques: c'est cette circonstance qui exige des considérations particulières, mais qui peut se trouver réunie à l'une des deux précédentes.

Les observations présentées au n° 7 et au n° 8 prouvent que dans les composés dans lesquels se trouvent concentrées des substances élastiques, il s'est établi, par le changement de constitution, des affinités qu'on peut regarder comme nouvelles; qu'il est survenu une force additionnelle, à laquelle il faut appliquer l'inverse de ce qui a été exposé sur les effets de l'élasticité (art. VI).

Ce qui distingue donc réellement les affinités complexes, dont j'ai traité (art. XII), de celles qui résultent de la composition des substances dont je parle, c'est que, dans les premières, il est survenu très - peu de changement dans la constitution des composans, de sorte que, pendant que la force de cohésion ou l'élasticité n'interviennent pas, on peut les considérer comme ils l'ont été (art. XII, n° 1); tandis qu'il s'est établi une force nouvelle dans les composés dans lesquels se trouvent condensées les substances élastiques, force que l'on peut regarder comme analogue à celle de cohésion qui survient dans le mélange de différentes substances, qui détermine les combinaisons qui s'y forment, ou qui doit être surmontée par les forces opposées.

11. Le calorique, en augmentant l'élasticité, détruit l'affinité résultante des substances dont les parties constituantes ont une dilatabilité inégale, conformément à ce qui a été exposé (art. VII).

l'affinité résultante ne suffit pas pour empêcher la décomposition, elle la rend quelquefois très-lente et trèslongue. C'est à cette action lente, à ces changemens progressifs de constitution, aux différens degrés de saturation qui en proviennent, que sont dus la plupart des phénomènes qu'on peut observer dans la végétation, dans la fermentation, dans l'économie animale, et en général entre les corps qui contiennent des substances élastiques condensées (1). Cet objet exigera beaucoup de développement.

13. L'affinité résultante doit toujours être regardée comme une force unique, pendant que les substances dont elle dérive restent en combinaison : mais il faut

⁽¹⁾ Je me suis souvent servi de ce changement de constitution dans les explications chimiques que j'ai eu occasion de donner, et particulièrement dans les leçons de l'école normale, où j'ai désigné l'affinité résultante par le nom d'affinité collective, que j'ai distinguée des affinités élémentaires,

considérer les élémens dont elle se compose lorsqu'il s'en fait une séparation; celle-ci s'exécute alors conformément à ce que j'ai exposé sur le partage des substances, en raison des forces opposées qui agissent sur elles.

- 14. Il arrive souvent qu'une substance agit en partie par une affinité résultante, en partie par ses affinités élémentaires. Lorsqu'on dissout un métal par l'acide nitrique, une partie de l'acide exerce une affinité résultante, une autre agit par ses affinités élémentaires, de sorte que l'oxigène de cette dernière partie se partage entre le métal et l'azote, et que l'oxide qui se forme se dissout dans l'acide non décomposé.
- 15. On voit, par ce qui vient d'être exposé sur l'affinité résultante, qu'on peut prendre une idée fausse des propriétés d'un corps, lorsqu'on se borne, comme on l'a fait trop souvent, à la détermination de ses parties constituantes, sans faire attention aux autres conditions de sa constitution, si parmi ces parties constituantes il s'en trouve qui ont subi un changement considérable dans leur état. Une quantité de gaz oxigène ne possède pas la même puissance chimique, lorsqu'elle est dans l'état élastique ou qu'elle exerce une force résultante dans sa combinaison avec l'azote, l'hydrogène, le carbone, le soufre, ou un métal.

Ainsi l'oxigène n'exerce pas la même action, n'a pas la même affinité résultante dans l'acide sulfurique et dans l'acide sulfureux: quoique dans l'acide sulfurique il soit combiné à une proportion plus petite de soufre, il adhère cependant beaucoup plus fortement que dans 88

l'acide sulfureux, et plus condensé il y exerce une action chimique beaucoup plus puissante (1). On ne doit pas confondre le gaz oxigène qui est tenu en dissolution par l'eau, avec l'oxigène qui, par sa combinaison avec l'hydrogène, forme ce liquide: la différence que met entre eux l'état de condensation, en fait deux substances très-différentes par leur action chimique.

Il faut donc considérer toutes les conditions de la constitution d'un corps pour expliquer ses propriétés chimiques, ou se contenter de les constater par l'expérience; comme il faut porter son attention sur toutes les circonstances de l'action chimique pour en expliquer les résultats, ou se borner également à les constater.

ARTICLE XV.

' Résumé.

1. On avoit souvent remarqué que l'action d'une substance s'affoiblissoit à mesure qu'elle approchoit de l'état de saturation, et l'on se servoit de cet affoiblissement de force dans l'explication de plusieurs phénomènes chimiques. L'on disoit qu'un métal ne pouvoit prendre à l'acide nitrique qu'une portion de son oxigène, parce que la proportion de celui-ci étant diminuée, le reste se trouvoit trop fortement combiné avec l'azote; on n'attribuoit à l'hydrogène que la faculté

¹⁾ J'ai remarqué les effets de la condensation dans un mémoire sur l'acide sulfureux. (Annales de chimie, année 1789.)

d'enlever une portion de l'oxigène à certains oxides métalliques; on reconnoissoit qu'une substance qui attire l'humidité de l'air, parvient à un équilibre avec sa force dissolvante, de sorte que, selon les degrés de dessiccation de l'air, elle peut lui enlever ou lui céder de l'eau; on savoit que la résistance qu'on éprouve pour chasser une substance des dernières parties d'une combinaison, soit par l'action d'une affinité, soit par celle de la chaleur, étoit beaucoup plus grande que dans les commencemens de la décomposition, et quelquefois telle, qu'on ne pouvoit parvenir à l'entière décomposition. Ainsi l'on avoit éprouvé qu'on ne pouvoit, par l'action de la chaleur, dégager qu'en partie l'oxigène de l'oxide de manganèse.

Les combinaisons qui se forment, quand il y a des forces opposées, ne dépendent donc pas seulement des affinités, mais des proportions des substances qui agissent. Je n'ai donc fait qu'appliquer à tous les phénomènes chimiques ce que l'observation avoit forcé d'admettre pour plusieurs, et j'en ai déduit les conséquences immédiates.

2. Ces conséquences sont, que les substances agissent en raison de leur affinité et de leur quantité qui se trouve dans la sphère d'activité, que cette dernière peut compenser la force de l'affinité, et que l'action chimique de chacune est proportionnelle aux saturations qu'elles produisent. J'ai désigné par le mot de masse chimique, ou de masse, les quantités déterminées par un même degré de saturation, et par conséquent relatives à la capacité de saturation : lorsque deux substances

sont en concurrence pour se combiner avec une troisième, elles éprouvent donc chacune un degré de saturation proportionnel à leur masse. Le sujet de la combinaison partage aussi son action en raison des masses; et en variant celles-ci, on change les résultats.

- 3. J'ai considéré toutes les forces qui peuvent, par leur concours on par leur opposition à l'affinité réciproque des substances mises en action suivant le principe précédent, influer sur les combinaisons et les phénomènes chimiques. Elles se réduisent aux suivantes: l'action des dissolvans, ou l'affinité qu'ils exercent aussi en raison de leur proportion; la force de cohésion, qui est l'effet de l'affinité mutuelle des parties d'une substance ou d'une combinaison; l'élasticité naturelle ou produite par la chaleur, qu'on doit regarder comme un effet de l'affinité du calorique : l'efflorescence, dont la cause peut être attribuée à une affinité qui n'est pas encore déterminée, n'agit que dans des circonstances très-rares: la pesanteur exerce aussi son influence, surtout quand elle produit la compression des fluides élastiques; mais elle peut toujours, sans inconvénient, être confondue avec la force de cohésione
- 4. J'ai cherché s'il étoit possible de déterminer l'affinité relative de deux substances pour une troisième; j'ai observé qu'il faudroit pour cela reconnoître dans quelle proportion cette troisième se partageroit avec une quantité donnée des deux premières, ou plutôt partageroit son action; j'ai indiqué les obstacles insurmontables qu'on rencontreroit dans les moyens qu'il fau-

droit nécessairement employer pour constater le partage d'action, et les changemens de constitution qui peuvent survenir il ancitulosais al a clorate de nu outure sur

- 5. Puisque les tables d'affinité ont toutes été construites sur la supposition que les substances jouissent de différens degrés d'affinité qui produisent les décompositions et les combinaisons qui se forment, indépendamment des proportions et des autres conditions qui contribuent aux résultats, ces tables ne peuvent que donner une idée fausse sur les degrés de l'action chimique des substances qui s'y trouvent classées.
- 6. La dénomination d'affinité élective ne peut ellemême qu'induire en erreur, puisqu'elle suppose l'union d'une substance entière avec une autre par préférence à une troisième, pendant qu'il n'y a qu'un partage d'action subordonné aux autres conditions chimiques.
- 7. L'action de deux, de trois ou d'un plus grand nombre de substances, est soumise aux mêmes lois, et le résultat dépend de leur affinité, de leur proportion, du degré de saturation où elles se trouvent, du concours ou de l'opposition des forces qu'elles exercent.

Dans tous les cas de liquidité il se fait une saturation réciproque, et il en résulte une combinaison unique où toutes les forces se trouvent contre-balancées, pendant qu'il n'y a ni précipitation ni dégagement de substance élastique; mais comme l'action se partage quand il y a opposition de forces et différence de saturation, quelques substances se trouvent retenues dans la nouvelle combinaison plus foiblement qu'avant le mélange : elles peuvent alors céder à la cohésion, à l'élasticité, ou

à d'autres affinités auxquelles elles pouvoient résister.

8. La force de cohésion, qui n'avoit été considérée que comme un obstacle à la dissolution, limite non seulement les quantités de substances qui peuvent être mises en action dans un liquide, et modifie par-là les conditions de la saturation qui s'opère; mais c'est elle qui cause les précipitations et les cristallisations qui ont lieu, et qui détermine les proportions des combinaisons qui se forment en abandonnant le liquide; c'est elle qui quelquefois même produit la séparation d'une substance, sans qu'elle forme aucune combinaison avec une autre, comme nous l'avons remarqué dans quelques précipitations métalliques. J'ai distingué l'insolubilité de la force de cohésion, parce que l'une n'est relative qu'à l'action du dissolvant, et que l'autre est l'effet de l'affinité mutuelle des parties d'une substance ou d'une combinaison, considéré d'une manière absolue:

L'élasticité agit en produisant des effets opposés à ceux de la cohésion, et qui consistent soit à soustraire quelques substances à l'action des autres dans un liquide, soit à diminuer la proportion qui se trouve dans la sphère d'activité; mais lorsque toutes les substances sont dans l'état élastique, leur action est soumise aux mêmes conditions.

Des tables qui représenteroient la disposition à l'insolubilité ou à la volatilité, dans les différentes combinaisons qui peuvent se former, serviroient donc à prévoir un grand nombre des combinaisons qui prennent naissance par le mélange de différentes substances et par l'influence de la chaleur, 9. Le calorique agit sur les corps, comme les autres dissolvans, lorsqu'il n'est pas dans l'état de calorique rayonnant, parce que dans cette dernière circonstance il n'est pas en combinaison.

Il faut qu'il surmonte la plus grande partie de la force de cohésion pour rendre un corps liquide, et d'autres affinités peuvent concourir avec lui pour produire cet effet, comme il concourt lui-même à l'action des autres dissolvans.

Il ne se distribue pas entre les corps en raison de leur quantité pondérale ou de leur volume, pour y produire les degrés de température indiqués par le thermomètre, de même qu'un acide ne prend pas une égale quantité des différens alcalis pour parvenir aux mêmes degrés de saturation, et les tables de calorique spécifique correspondent à celles d'acidité ou d'alcalinité spécifique qu'on pourroit construire: les unes déterminent la capacité de calorique, les autres détermineroient la capacité de saturation (1).

Une différence cependant qui existeroit entre ces tables, c'est que celles d'acidité ou d'alcalinité représenteroient toute la saturation jusqu'à un terme convenu, parce qu'on pourroit employer les acides et les alcalis

⁽¹⁾ Plusieurs chimistes se sont occupés de la détermination des parties constituantes des combinaisons chimiques : personne ne l'a fait avec autant d'étendue et de succès que le célèbre Kirwan; cependant les méthodes qu'il a employées sont sujettes à quelques discussions.

Le même chimiste a établi que les affinités étoient proportionnelles aux quantités qui produisent la saturation; mais il les a regardées comme des forces indépendantes des proportions et des autres conditions qui les modifient.

purs : mais les caloriques spécifiques ne peuvent être déterminés que depuis un terme inconnu de saturation jusqu'à un autre terme, parce que les corps qu'on soumet à l'expérience sont tous déjà combinés avec une quantité de calorique; les résultats qu'on obtient entre deux degrés de l'échelle thermométrique, n'ont aucun rapport connu avec les quantités totales. Vouloir conclure l'un de l'autre, c'est comme si l'on prétendoit déterminer la solubilité comparative du muriate de soude et du nitrate de potasse dans l'eau par des expériences faites seulement ou vers le degré de l'ébullition, ou vers celui de la congélation. Dans le premier cas, nous dirions qu'il faut trois parties d'eau pour la dissolution d'une partie de muriate de soude, et seulement une demi-partie pour en dissoudre une de nitrate de potasse; dans le second, qu'il faut beaucoup moins d'eau pour dissoudre le muriate de soude que pour le nitrate de potasse (1).

En prenant l'état solide, la force de cohésion d'un corps oblige une partie du calorique à se séparer; comme lorsqu'un sel cristallise, il abandonne une partie du dissolvant, ou même une partie de l'acide ou de l'alcali avec lequel il pouvoit être combiné.

10. On peut dire que les affinités seroient réellement représentées par les tables de capacité, puisqu'elles donneroient la mesure de l'action de chaque

⁽¹⁾ Cette considération seule, que le calorique spécifique n'a point de rapport connu avec la quantité du calorique combiné dans un corps, fait voir que les expériences par lesquelles Rumford a prétendu dernièrement prouver que le calorique n'étoit pas une partie constituante des corps, ne peuvent conduire à cette conclusion.

substance sur une autre, lorsqu'on trouveroit un terme commun de saturation, tel que la neutralisation pour les acides et les alcalis, et la température thermométrique pour le calorique; mais il ne faudroit rien en conclure pour l'action chimique à un autre terme de saturation, et sur-tout pour une autre constitution et pour toutes les circonstances où peuvent s'introduire les forces de l'élasticité et de la cohésion.

11. Après avoir considéré toutes les affinités qui peuvent concourir à l'action chimique, j'ai examiné comment, dans les composés, elles peuvent résulter de leurs parties constituantes, pour tâcher de concevoir comment les forces variées qui produisent tous les phénomènes chimiques, peuvent dériver d'une seule propriété des corps simples.

Les observations présentées sur cet objet ont fait voir que ce qui distingue principalement les substances composées dont on regarde l'action comme simple, c'est la condensation des parties constituantes, d'où dépend une affinité nouvelle, et très-différente de celle qu'ont ces mêmes parties dans l'état élastique: les affinités élémentaires se trouvent modifiées par l'état de saturation, par la force de cohésion, ou par les variations de l'élasticité; l'affinité résultante peut éprouver, par une combinaison, un nouveau degré de saturation qui concourt à maintenir la composition, ou être affoiblie par d'autres tendances à la combinaison avec l'une des substances constituantes.

12. Toutes les considérations que j'ai présentées sur les modifications de l'action chimique, n'empêchent

pas qu'on ne puisse désigner par l'affinité d'un corps toute la puissance chimique qu'il exerce dans une circonstance donnée, soit par sa constitution présente, soit par sa proportion, soit même par le concours d'autres affinités: mais ce qu'il faut éviter, c'est de considérer cette puissance comme une force constante qui produit les compositions et les décompositions; c'est de conclure de ce qu'elle est, ce qu'elle doit être dans d'autres conditions qui peuvent lui donner un degré de force très-différent; c'est de négliger toutes les modifications qu'elle éprouve depuis son action initiale jusqu'à ce qu'elle soit parvenue à un équilibre.

13. J'ai indiqué dans cet essai une marche uniforme pour toute la chimie; j'ai considéré toutes les forces qui concourent aux combinaisons et aux phénomènes dont elle s'occupe; j'ai tâché de déterminer l'influence de chacune dans les différentes circonstances. Si l'on regrette de perdre l'espérance de classer la puissance chimique des corps, indépendamment des conditions qui la modifient, on conviendra bientôt que les tables d'affinité ne contenoient que des annotations de faits presque stériles, et qu'elles faisoient perdre l'avantage d'employer dans les calculs de l'intelligence les propriétés les plus fécondes, par le moyen desquelles on peut prévoir un grand nombre de résultats de l'action chimique, l'interpréter et la diriger, sans avoir recours à des suppositions, sans avoir besoin de principes particuliers pour expliquer des anomalies.

CONSIDÉRATIONS

CHIMIQUES

Sur l'usage des oxides de fer dans la teinture du coton,

Par le citoyen CHAPTAL.

Lu le 26 germinal an 6.

L'OXIDE de fer a une telle affinité avec le fil de coton, que si on plonge ce dernier dans une dissolution saturée de fer par un acide quelconque, il prend de suite une couleur d'un jaune chamois plus ou moins intense, selon la force de la liqueur.

Il est à la fois curieux et facile de prouver que lorsqu'on passe du coton dans une dissolution de fer rendue trouble par de l'oxide qui se précipite par le repos ou la chaleur, et reste suspendu dans la liqueur, il suffit de promener le coton dans ce bain pour en saisir jusqu'à la dernière parcelle d'oxide, et redonner à la liqueur la transparence qu'elle avoit perdue; alors la dissolution, qui avoit un coup d'œil plus ou moins jaunâtre, devient plus ou moins verte, selon qu'elle est plus ou moins chargée.

La couleur que donne au coton l'oxide de fer, se

98, MÉMOIRES DE MATHÉMATTOUES fonce par la simple exposition à l'air; et cette couleur, douce et agréable quand elle sort du bain, devient rude et ocracée par l'oxidation progressive du métal.

L'a couleur d'oxide de fer est très-solide: non seulement elle résiste à l'air et à l'eau, mais les lessives alcalines et le savon lui donnent de l'éclat, sans diminuer sensiblement son intensité.

C'est à raison de ces propriétés que l'art de la teinture s'est emparé de l'oxide de fer; il en a fait un principe colorant très-précieux : mais je suis parvenu moi-même à donner une nouvelle extension aux applications de cet oxide, et je me bornerai à présenter à l'Institut les seuls résultats qui ont mérité de devenir des opérations d'atelier, et qui sont exécutés avec succès depuis plusieurs années dans ma fabrique de teinture.

Pour que l'oxide de fer puisse être porté commodément sur le fil de coton, il faut commencer par en opérer la dissolution; et ce sont les acides qui sont employés comme les dissolvans les plus utiles.

Les teinturiers font presque par-tout un mystère de l'acide qu'ils emploient; mais c'est par-tout, ou l'acide acéteux, ou le sulfurique, ou le nitrique, ou le muriatique.

Quelques-uns attribuent de grandes différences à la dissolution du fer par tel ou tel acide; et en général on donne la préférence à l'acide acéteux. Cette prédilection me paroît établie bien moins sur la différence de couleur que peut donner tel ou tel sel, que sur la vertu plus ou moins corrosive que chacun d'eux exerce

sur l'étoffe : elle est telle pour les sulfates et les muriates, que si on ne lave pas l'étoffe en la sortant du bain, elle en sera à coup sûr brûlée, tandis que les dissolutions par l'acide acéteux ou tout autre acide végétal n'entraînent point cet inconvenient.

Le fer paroît être au même degré d'oxidation dans les divers acides, puisqu'il produit sur les étoffes la même nuance de couleur lorsqu'on l'y précipite; et l'on peut employer indistinctement tel ou tel dissolvant acide, pourvu qu'on connoisse la nature et l'effet du sel qui en résulte; car alors on dirigé les opérations ultérieures d'après ces connoissances, pour prévenir et parer aux inconvéniens qu'entraîne l'emploi de certains sels. C'est là, sans doute, un premier avantage qu'a l'homme instruit sur le simple artiste manipulateur, qui est incapable de varier son action d'après la nature et l'état des sels qu'il emploie.

Je me bornerai en ce moment à faire connoître la couleur qu'on peut obtenir de l'oxide de fer, ro. employé seul sur une étoffe qui n'a reçu aucune préparation préliminaire, 20. employé avec le rouge de garance, ou le principe astringent.

1°. Si l'on dissout du sulfate de fer ou tout autre sel martial dans l'eau, et qu'on y plonge du coton, cette matière végétale y prendra une teinté chamois plus ou moins foncée, selon que la dissolution est plus ou moins chargée. L'affinité du coton avec le fer est telle, qu'il soutire le métal, et l'enlève en grande partie à l'acide qui l'a dissous.

100 MÉMOIRES DE MATHÉMATIQUES

2°. Si l'on précipite le fer d'une dissolution un peu forte par une liqueur alcaline marquant cinq à six degrés (aréomètre de Baumé), il en résulte un magma d'un bleu verdâtre. Le coton manié dans ce précipité prend d'abord une teinte d'un vert sale et mal uni : mais la seule exposition à l'air la fait tourner au jaune en très-peu de temps; et la nuance en est alors plus foncée.

C'est par ces moyens, ou par des procédés à peu près semblables, qu'on forme dans les ateliers ce qu'on connoît sous le nom de couleur d'ocre ou de rouille: mais ces couleurs présentoient à l'artiste divers inconvéniens. 1°. Les nuances fortes brûloient ou fatiguoient l'étoffe. 2°. Cette couleur est rude, désagréable à l'œil, et ne peut que difficilement se marier avec les couleurs douces fournies par les végétaux.

J'ai voulu parer à ces inconvéniens, et j'y ai réussi de la manière qui suit.

Je foule le coton à froid dans une dissolution de sulfate de fer marquant trois degrés; je l'exprime avec soin à la cheville, et le plonge de suite dans une lessive de potasse à deux degrés, sur laquelle j'ai versé de la dissolution de sulfate d'alumine jusqu'à saturation. La couleur s'avive dans le bain, en même temps qu'elle se fonce et devient plus moelleuse. Ce procédé a encore l'avantage de garantir le tissu de l'étoffe. Je laisse reposer le coton dans cette liqueur pendant quatre à six heures, après lesquelles il ne s'agit plus que de le laver et de le faire sécher.

On obtient par ce procédé toutes les nuances qu'on peut désirer en graduant la force des dissolutions.

Ce procédé simple, dont la théorie se présente aisément à l'esprit du chimiste, a l'avantage de fournir une couleur agréable, très-solide, et sur-tout très-économique. Je m'en sers avec avantage pour fabriquer des nankins, dont la couleur a infiniment plus de fixité que celle des nankins anglais. Elle a sur celle de ces derniers l'avantage de résister aux lessives; et le seul défaut que je leur ai reconnu jusqu'ici, c'est celui de se colorer en brun par l'impression des astringens.

J'avois cru pendant quelque temps qu'il seroit possible de combiner ce jaune avec le bleu de l'indigo pour obtenir un vert solide : mais jusqu'à ce moment j'ai été trompé dans mon espérance; et il résulte des divers essais que j'ai faits à ce sujet, qu'il n'y a pas une affinité suffisante entre le bleu de l'indigo et l'oxide de fer. Je n'ai jamais obtenu qu'un vert sale, terreux, très-nuancé et mal nourri.

L'oxide de fer se combine, au contraire, très-aisément avec le rouge de la garance; et il en résulte une couleur d'un violet clair ou pruneau, dont l'usage est aussi étendu qu'avantageux dans les fabriques de coton.

Mais si l'on se bornoit à appliquer ces deux couleurs sur le coton sans avoir employé un mordant capable de fixer la dernière, non seulement la couleur resteroit sombre et désagréable par l'impossibilité où l'on seroit de l'aviver, mais elle auroit encore le très-grand inconvénient de ne pas résister aux lessives. Il faut donc

commencer par préparer les cotons comme pour les disposer à recevoir les rouges d'Andrinople; et lorsqu'on les a conduits jusqu'à l'opération de l'engallage, alors on les passe dans une dissolution de fer plus ou moins chargée, selon la nuance du violet qu'on désire; on lave le coton avec soin, on le garance à deux reprises, et on l'avive dans un bain de savon.

Lorsqu'on désire un véritable violet, velouté et bien nourri, on ne le passe à la dissolution de fer qu'après l'avoir préalablement engallé. Le fer est alors précipité en un oxide bleuâtre, qui, combiné avec le rouge de la garance, fournit un violet superbe plus ou moins foncé, selon la force de l'engallage et de la dissolution martiale.

Il est très-difficile d'obtenir une couleur unie d'après ce procédé; et, dans les ateliers de teinture en coton, on regarde le violet bien uni comme le chef-d'œuvre de l'art. On croit généralement que ce n'est que par des manipulations bien dirigées qu'on peut parvenir à résoudre ce problème important de la teinture : mais je me suis convaincu que la grande cause du mal-uni dans cette couleur provient de ce que le fer déposé sur le coton reçoit en séchant une suroxidation par la simple exposition à l'air, qui varie dans les diverses parties du coton. Les fils qui sont à l'extérieur du matteau, s'oxident fortement, tandis que ceux de l'intérieur, soustraits à l'action de l'air, n'éprouvent aucun changement : il s'ensuit de là que l'intérieur du matteau présente une foible nuance, tandis que l'extérieur offre un violet presque

noir. Le seul moyen que je connoisse de remédier à cet inconvénient, c'est de laver le coton en le sortant de la dissolution de fer, et de le garancer mouillé : la couleur en est plus unie et plus veloutée.

Je supprime ici tout ce qui tient aux manipulations pour ne m'occuper que des rapports chimiques; et, d'après ces considérations, je ferai une observation qui pourra guider l'artiste dans la pratique de l'avivage du violet sur coton less les recolles

Le rouge de garance et l'oxide de fer déposés sur l'étoffe, y déterminent la couleur violette : cette couleur tourne au rouge ou au bleu, selon que l'un ou l'autre de ces deux principes prédomine. Le teinturier voit par expérience combien il lui est difficile d'obtenir une combinaison qui produise le ton de couleur qu'on désire, sur-tout lorsqu'on la veut bien nourrie, très-vive et foncée. On peut néanmoins y parvenir, non seulement en variant les proportions des deux principes colorans, mais encore en variant le procédé d'avivage: il n'est question que de connoître les deux faits suivans; savoir, que la soude dissout l'oxide de fer, tandis que le savon dévore de préférence, par une forte ébullition, le rouge de la garance : d'après cela, on fait tourner au rouge ou au bleu, selon qu'on avive avec l'un ou l'autre de ces deux mordans. Ainsi le coton sortant du garançage, lavé et avivé avec trente pour cent de savon, donnera un superbe violet, tandis qu'on n'obtiendra qu'une couleur pruneau en le traitant avecla isouders a rivative sel coincer ah a cases left actuallied

104 MÉMOIRES DE MATUÉMATIQUES

L'oxide de fer précipité sur une étoffe se marie encore avec avantage avec la couleur fauve que fournissent les astringens; et, en variant la qualité et la quantité de ces principes astringens, il en résulte des nuances à l'infini. Ici c'est moins une combinaison ou une dissolution de principes, que le simple mélange ou la juxta-position des corps colorans sur l'étoffe.

On peut, par le moyen de la chaleur d'une ébullition, combiner plus intimement l'oxide de fer avec le principe astringent; et alors on le ramène à l'état d'un oxide plus ou moins noir, ainsi que l'a obtenu notre collègue Berthollet.

Il est possible encore de rembrunir les mêmes couleurs, et de leur donner une variété de teintes qui comprennent depuis le gris clair jusqu'au noir foncé, en passant les cotons imprégnés du principe astringent dans une dissolution de fer; alors l'oxide est précipité lui-même par le principe déjà fixé sur l'étoffe.

Une observation qui peut devenir précieuse pour l'art de la teinture, c'est que les végétaux astringens les plus usités fournissent une couleur jaune qui n'a pas beaucoup de brillant, mais qui présente assez de fixité pour qu'on l'emploie avec avantage. En suivant la série des végétaux qui fournissent le jaune, on voit cette couleur s'aviver dans la même proportion que le principe astringent diminue : mais elle perd sa fixité en prenant de l'éclat; et c'est ce qui fait qu'il est difficile d'obtenir des couleurs jaunes à la fois solides et brillantes. J'ai essayé de marier les principes colorans,

et j'ai obtenu des résultats très-heureux par leur mélange: l'écorce de chêne vert s'allie parfaitement à la gaude, et le sumac au quercitron; à l'aide de ces combinaisons et du mordant d'acétite d'alumine, j'obtiens des couleurs aussi solides que brillantes.

Je terminerai ces observations par un fait relatif à l'emploi des astringens dans la teinture en coton. On a prétendu qu'en forçant les proportions de sumac, d'écorce d'aune ou de chêne vert, on pouvoit remplacer la noix de galle dans la teinture du coton en rouge; je l'eusse d'autant plus désiré, que la galle renchérit considérablement mes couleurs, et que j'eusse pu me procurer le sumac et le chêne vert à bien bas prix, puisqu'ils croissent presque par-tout dans les lieux arides de nos climats méridionaux : mais j'ai acquis la preuve que ce remplacement est impossible: à quelque dose qu'on emploie les astringens, la couleur en est constamment beaucoup plus sèche, plus maigre et moins solide. Je sais qu'il n'en est pas de même pour les teintures sur la laine et la soie, où ils sont employés avec succès; et en me rendant compte de cette différence, j'ai cru la trouver dans la nature même de la noix de galle. 1°. L'acide qu'elle contient exclusivement aux autres astringens, facilite la décomposition du savon dont on a imprégné les cotons, et alors l'huile reste fixée dans leur tissu en bien plus grande quantité et dans une combinaison bien plus intime. 2°. La noix de galle, qui doit son développement à des corps animaux dont elle forme la demeure,

conserve un léger caractère d'animalisation qu'elle transmet à l'étoffe végétale, et augmente par-là les affinités avec le principe colorant de la garance. Ce caractère d'animalisation devient inutile lorsqu'il est question de l'emploi d'un astringent sur la laine ou la soie.

Voilà donc encore quelques phénomènes de teinture ramenés et éclairés par les principes chimiques : il est aisé de voir que, sans leur secours, le teinturier ne peut qu'errer au hasard dans le labyrinthe de ses nombreuses opérations. Je présenterai successivement à l'Institut des considérations chimiques sur la nature et l'usage des principaux ingrédiens employés dans la teinture, et je tâcherai de réduire à des principes simples tous les phénomènes de cet art aussi curieux qu'utile.

MÉMOIRE

Sur le mouvement des orbites des satellites de Saturne et d'Uranus,

Par le citoyen LAPLACE.

Lu le 11 ventose an 8.

I.

Les anneaux de Saturne et ses six premiers satellites se meuvent, à très-peu près, dans un même plan. Dominique Cassini pensoit que l'orbite du dernier satellite est dans le plan des anneaux; mais Jacques Cassini, son fils, reconnut en 1714 qu'elle s'en écarte sensiblement. Il résulte des observations qu'il fit alors, qu'en rapportant cette orbite et les anneaux à l'orbite de la planète, le nœud de l'orbite du dernier satellite étoit de 150 ½ moins avancé que le nœud des anneaux, et que son inclinaison n'étoit que de 220 ½, tandis que l'inclinaison des anneaux étoit de 30°. Le citoyen Bernard ayant fait en 1787 de nouvelles observations sur cet objet, Lalande a conclu de leur discussion qu'à cette époque le nœud de l'orbite étoit de 220 ¼ moins avancé

que celui des anneaux : d'où il suit qu'en soixante-treize ans le nœud de l'orbite a rétrogradé de 6° 50′, ou de 5′ 37″ par année. Mais l'incertitude de ce genre d'observations ne permet pas de compter sur ce résultat, et la rétrogradation du nœud est la seule chose que l'on puisse en conclure. Il m'a paru intéressant de connoître ce que la théorie de la pesanteur universelle donne à cet égard : c'est l'objet de ce mémoire.

On sait par la théorie des satellites de Jupiter, que chacun de leurs orbes se meut sur un plan fixe, passant par la ligne des nœuds de l'équateur et de l'orbite de la planète, entre ces deux derniers plans. L'inclinaison de ce plan fixe à l'équateur est d'autant plus grande que les satellites sont plus éloignés : elle est insensible pour le premier satellite, et s'élève à 25' pour le quatrième. Un effet semblable a lieu relativement aux satellites et aux anneaux de Saturne. J'ai prouvé, dans le livre V de mon Traité de mécanique céleste, que les anneaux sont maintenus par l'attraction de Saturne, dans le plan de son équateur. La même attraction maintient dans ce plan les orbes des six premiers satellites; mais il n'en est pas ainsi du septième. Sa distance au centre de Saturne rend l'action du Soleil, pour changer le plan de son orbite, comparable à celle de Saturne, des anneaux et des satellites intérieurs. La recherche du mouvement que ces attractions diverses produisent dans son orbite, est un problème dont la solution dépend d'une analyse délicate. Elle se simplifie en rapportant l'orbite à un plan déterminé, passant par la ligne des nœuds

de l'équateur et de l'orbite de la planète, entre ces deux derniers plans. Alors elle se ramène à la rectification des sections coniques, et l'on en conclut facilement, par des suites très-convergentes, l'inclinaison de l'orbite et le mouvement des nœuds sur ce plan. Ce mouvement est presque uniforme, et l'inclinaison est à peu près constante; mais l'inclinaison du plan déterminé à l'équateur, et le mouvement annuel des nœuds, dépendent de l'aplatissement de Saturne et des masses des anneaux et des satellites intérieurs. Des observations précises du dernier satellite, faites à de grands intervalles, doivent donc répandre beaucoup de lumières sur ces objets, et par cette raison elles méritent l'attention des astronomes. J'observerai ici que le mouvement annuel et rétrograde du nœud de l'orbite de ce satellite sur l'orbite de Saturne n'excède pas maintenant 3' 21".

Si l'on n'a égard qu'à l'action de Saturne et du Soleil, le plan fixe sur lequel se meut l'orbite du sixième satellite, n'est pas incliné de 17' à l'équateur de Saturne; mais si la masse du septième satellite surpassoit un deuxcentième de celle de Saturne, son action écarteroit sensiblement l'orbite du sixième satellite du plan des anneaux. Puisque cela n'est pas, on doit en conclure que la masse du dernier satellite est au-dessous de cette fraction; ce qui paroîtra fort vraisemblable, si l'on considère que la masse du plus gros satellite de Jupiter n'est pas un dix-millième de celle de la planète.

La même analyse appliquée aux satellites d'Uranus, fait voir que son action seule peut maintenir les cinq premiers dans le plan de son équateur. Elle est probablement insuffisante pour cet objet, relativement au sixième satellite; mais si la masse du cinquième surpasse la vingt-millième partie de celle de la planète, alors son action réunie à celle d'Uranus suffit pour maintenir l'orbite du sixième dans le plan des autres orbites, conformément aux observations d'Herschel.

Lorsque l'on est parvenu à la véritable cause des phénomènes, on la compare avec intérêt aux tentatives plus ou moins heureuses faites auparavant pour l'expliquer. Jacques Cassini a donné, dans les Mémoires de l'Académie des sciences pour l'année 1714, l'explication suivante de celui qui nous occupe.

" La situation des nœuds du cinquième satellite, et » l'inclinaison de son orbe, qui sont si différentes de » celles des autres, semble, dit-il, déranger l'économie » du système des satellites qu'on avoit cru jusqu'à » présent avoir tous les mêmes nœuds et être dans un » même plan. Cependant il paroît que l'on peut en rendre » aisément la raison physique, si l'on fait attention à » la grande distance de ce satellite au centre de Sa-» turne; car l'effort qui entraîne les satellites suivant » la direction du plan de l'anneau, s'affoiblit en s'éloi-» gnant de Saturne, et est obligé de céder à un autre » effort qui emporte Saturne et toutes les planètes sui-» vant l'écliptique. Ces deux efforts agissent sur le cin-» quième satellite suivant des directions inclinées l'une » à l'autre de 31°. Il résulte qu'il doit suivre son cours » suivant une direction moyenne, entre le plan de l'an-» neau et celui de l'écliptique. »

L'effort qui entraîne les satellites dans la direction du plan de l'anneau, et dont Cassini ignoroit la cause, est l'attraction de Saturne, due à son renslement vers l'équateur, et l'attraction des anneaux. Quant à l'effort qui emporte Saturne et les planètes suivant l'écliptique, on sait maintenant qu'il n'existe point, et que le mouvement de ces corps, à peu près dans le plan de l'écliptique, est dû aux circonstances primitives de ce mouvement; mais si l'on substitue à cet effort l'action du Soleil, alors l'explication de Cassini coïncide avec la véritable.

II.

Prenons pour plan fixe celui de l'orbite du septième satellite, à une époque donnée; nommons s la tangente de la latitude du satellite au-dessus de ce plan, r le rayon projeté de l'orbite supposée circulaire, et v l'angle décrit par la projection de ce rayon sur ce plan : on aura par le nº 15 du livre II de la Mécanique céleste, en observant que s est ici de l'ordre des forces perturbatrices, en négligeant les quantités de l'ordre du carré de ces forces, et en prenant pour unité la masse de Saturne, ou, plus exactement, la somme des masses de cette planète, de son anneau et de ses six premiers satellites,

$$o = \frac{dds}{ds^2} + s - r \cdot \left(\frac{dQ}{ds}\right) + r^2 s \cdot \left(\frac{dQ}{dr}\right);$$

Q étant une fonction que nous allons déterminer. 6 no Pour cela, considérons d'abord l'action du Soleil. Si

112 MÉMOTRES DETMATHÉMATIQUES

l'on nomme x, y, z, les coordonnées du satellite rapportées au centre de Saturne et au plan de l'orbite primitive du satellite; x', y', z', celles du Soleil, et r' sa distance au centre de Saturne, on aura, par le n° 14 du livre II de la Mécanique céleste,

$$Q = \frac{1}{m'} \cdot \frac{(xx' + yy' + zz') \sin^2 x}{r'^3} + \frac{1}{\sqrt{(x' - x)^2 + (y' - y)^2 + (z' - z)^2}};$$

$$Q = \frac{m'}{r'} - \frac{1}{2} \cdot \frac{m' r^2 \cdot (1 + ss)}{r'^3} + \frac{3}{2} m' \cdot \frac{(xx' + yy' + zz')^2}{r'^5};$$

on aura donc, en observant que z est à très-peu près égal à rs, et en négligeant les termes de l'ordre $\frac{m' r^2 s}{r'^3}$,

$$-r.\left(\frac{dQ}{ds}\right)+r^2s.\left(\frac{dQ}{dr}\right)=-\frac{3m'r^2z'}{r'^5}.\left(xx'+yy'+zz'\right).$$

Si l'on conçoit que l'axe des x soit la ligne menée du centre de Saturne au nœud de l'anneau sur l'orbite, et que l'on nomme λ l'inclinaison du plan fixe à l'orbite de Saturne, on aura, en désignant par x'' et y'' les coordonnées du Soleil rapportées au plan de l'orbite de Saturne,

$$x' = x''$$
; $y' = y''$. cos. λ ; $z' = -y''$. sin. λ .

Si l'on nomme v' le mouvement du Soleil vu de Saturne, et rapporté à l'orbite de cette planète, on aura

$$x'' = r' \cdot \cos \cdot v'; y' = r' \cdot \sin \cdot v';$$

on a de plus

$$x = r$$
, cos. v ; $y = r$, sin, v ; $z = rs$.

En ne conservant donc dans le développement de la fonction — $r.\left(\frac{dQ}{ds}\right) + r^2 s.\left(\frac{dQ}{dr}\right)$ que les termes dépendans du sinus ou du cosinus de l'angle v, et qui peuvent seuls produire, par l'intégration, des arcs de cercle dans l'expression de s, on aura, par l'action de m',

$$-r.\left(\frac{dQ}{ds}\right)+r^2s.\left(\frac{dQ}{dr}\right)=\frac{3\ m'\ r^3}{2\ r'^3}.\ sin.\ \lambda.\ cos.\ \lambda.\ sin.\ \nu.$$

Déterminons présentement la valeur de — $r.\left(\frac{dQ}{ds}\right)$ $+r^2 s. \left(\frac{dQ}{dr}\right)$, relative à l'action de Saturne.

Soit V la somme des molécules de Saturne divisées par leurs distances respectives au dernier satellite. V sera, par le nº 15 cité, la partie de Q relative à l'attraction de Saturne. En considérant cette planète comme un solide de révolution, ce que l'on peut supposer ici sans erreur sensible, et prenant pour unité son demi-axe, on aura, par le nº 35 du livre III de la Mécanique céleste,

$$V = \frac{1}{r \cdot \sqrt{1+s^2}} + \frac{(\frac{1}{2}\alpha\phi - \alpha h)}{r^3 \cdot (1+s^2)^{\frac{5}{2}}} (\mu^2 - \frac{1}{3});$$

αφ étant le rapport de la force centrifuge à la pesanteur à l'équateur de Saturne, ah étant son ellipticité, et µ étant le sinus de la déclinaison du satellite relativement à cet équateur. Si l'on nomme y l'inclinaison de l'équateur au plan fixe ou à l'orbite primitive du satellite, si l'on nomme de plus 4 l'arc de cette orbite compris entre l'équateur et l'orbite de Saturne, v — 4 sera le mouvement du satellite, rapporté à son orbite

т. 3. 1. 15 114 MÉMOIRES DE MATHÉMATIQUES

primitive, et compté de l'intersection de cette orbite avec l'équateur de la planète. On trouve par les formules de la trigonométrie sphérique, que si l'on néglige le carré de s, on a

$$\mu^2 \equiv \sin^2 \gamma \cdot \sin^2 (\upsilon - \Psi) - 2s \cdot \sin \gamma \cdot \cos \gamma \cdot \sin (\upsilon - \Psi)$$
.

En substituant donc cette valeur de μ^2 dans V, et négligeant les termes des ordres αs et s^2 , en ne conservant ensuite que les termes multipliés par le sinus ou le cosinus de $\nu - \Psi$, on aura

$$-r.\left(\frac{dQ}{ds}\right)+r^2s.\left(\frac{dQ}{dr}\right)=\frac{(\alpha\varphi-2\alpha h)}{r^2}.\sin.\gamma.\cos.\gamma.\sin.(v-\Psi).$$

Il nous reste à considérer l'action des anneaux de Saturne et de ses six premiers satellites : or, si l'on considère un satellite intérieur dont la masse soit m'', et dont le rayon de l'orbite soit r'', cette orbite étant située dans le plan de l'équateur de Saturne, on trouvera par ce qui précède, en supposant r'' très-petit par rapport à r,

$$-r.\left(\frac{dQ}{ds}\right)+r^2s.\left(\frac{dQ}{dr}\right)=\frac{3m''.r''^2}{2r^2}.sin.\gamma.cos.\gamma.sin.(v-\Psi).$$

En considérant donc les anneaux comme la réunion d'une infinité de satellites, on aura, en vertu de leurs attractions et de celle des satellites intérieurs,

$$-r.\left(\frac{dQ}{ds}\right)+r^2s.\left(\frac{dQ}{dr}\right)=-\frac{B}{r^2}.sin.\gamma.cos.\gamma.sin.\left(v-\Psi\right);$$

B étant un coefficient constant, dépendant des masses

et de la constitution des anneaux et des satellites intérieurs. Soit, pour abréger,

$$K = \frac{3 \, m' \cdot r^3}{4 \, r'^3}; K' = \frac{\alpha \, h' - \frac{\pi}{2} \, \alpha \, \varphi + \frac{\pi}{2} \, B}{r^2};$$

on aura

$$o = \frac{dds}{dv^2} + s + 2 K. \sin \lambda . \cos \lambda . \sin \nu$$

$$= 2 K'. \sin \gamma . \cos \gamma . \sin . (v - \Psi);$$

d'où l'on tire, en intégrant et négligeant, comme on le peut ici, les constantes arbitraires,

$$s = Kv. \sin \lambda. \cos \lambda. \cos v$$

 $-K'v. \sin \gamma. \cos \gamma. \cos (v - Y).$

Concevons maintenant, par le centre de Saturne, un plan passant par les nœuds de l'équateur avec l'orbité de la planète, et formant l'angle θ avec le plan de l'équateur. Soit ϖ l'inclinaison de l'orbite du satellite sur ce nouveau plan, et $v + \Gamma$ la distance du satellite au nœud de son orbite avec ce plan. Enfin soit Π la distance de ce nœud au nœud de l'équateur avec l'orbite, que nous supposerons plus avancé en longitude. Si l'on fait varier ϖ de $\partial \varpi$, Π étant supposé constant, il en résultera pour s une valeur égale à $\partial \varpi$. sin. $(v + \Gamma)$. Si, ϖ étant supposé constant, on fait varier Π de $\partial \Pi$, la valeur résultante pour s sera $\partial \Pi$. sin. ϖ . cos. $(v + \Gamma)$. On aura donc, en faisant tout varier à la fois,

$$\delta_{\varpi}$$
. $\sin(v + \Gamma) + \delta\Pi$. $\sin(\pi \cos(v + \Gamma)) = s$.

116 MÉMOIRES DE MATHÉMATIQUES En égalant cette valeur de s à la précédente, on aura

$$\begin{cases}
\delta \varpi. sin. (v+\Gamma) + \delta \Pi. sin. \varpi. cos. (v+\Gamma) \\
= Kv. sin. \lambda. cos. \lambda. cos. v \\
- K'v. sin. \gamma. cos. \gamma. cos. (v-\Psi)
\end{cases} (1).$$

On a, en ne portant l'approximation que jusqu'à la première puissance de v,

$$\delta \varpi = \nu \cdot \left(\frac{d\varpi}{d\nu}\right); \ \delta \Pi = \nu \cdot \left(\frac{d\Pi}{d\nu}\right).$$

Si l'on substitue, dans le second membre de l'équation (1), \cos . ($v + \Gamma - \Gamma$), au lieu de \cos . v, et \cos . ($v + \Gamma - \Psi - \Gamma$), au lieu de \cos . ($v - \Psi$); si on les développe ensuite en sinus et cosinus de $v + \Gamma$, la comparaison de leurs coefficiens à ceux du premier membre donnera

$$\begin{pmatrix} \frac{d\pi}{d\nu} \end{pmatrix} = K. \sin. \lambda. \cos. \lambda. \sin. \Gamma \\ -K'. \sin. \gamma. \cos. \gamma. \sin. (\Psi + \Gamma); \\ \begin{pmatrix} \frac{d\Pi}{d\nu} \end{pmatrix} \sin. \varpi = K. \sin. \lambda. \cos. \lambda. \cos. \Gamma \\ -K'. \sin. \gamma. \cos. \gamma. \cos. (\Psi + \Gamma). \end{pmatrix}$$
(A).

Les formules de la trigonométrie sphérique donnent, en nommant \mathcal{A} l'inclinaison de l'équateur de Saturne à son orbite,

sin.
$$\lambda$$
. sin. $\Gamma \equiv \sin$. $(A - \theta)$. sin. Π ;
sin. λ . cos. $\Gamma \equiv \sin$. ϖ . cos. $(A - \theta)$
 $+ \sin$. $(A - \theta)$. cos. ϖ . cos. Π ;
cos. λ . $\equiv \cos$. ϖ . cos. $(A - \theta)$
 $- \sin$. ϖ . sin. $(A - \theta)$. cos. Π ;

sin. γ . sin. $(\Psi + \Gamma) = \sin \theta$. sin. Π ; sin. γ . cos. $(\Psi + \Gamma) = \sin \theta$. cos. ϖ . cos. Π

 $\cos \gamma = \cos \theta$. $\cos \pi + \sin \theta$. $\sin \pi$. $\cos \Pi$.

En faisant donc

K. sin. $(A - \theta)$. cos. $(A - \theta) = K'$. sin. θ . cos. θ ; ce qui donne, pour déterminer θ , l'équation

tang.
$$2\theta = \frac{K. \sin. 2A}{K' + K. \cos. 2A}$$
;

on aura

Soit, pour abréger,

$$K. \cos^{2}. (A - \theta) + K'. \cos^{2}. \theta. - \frac{1}{2} K. \sin^{2}. (A - \theta)$$

$$- \frac{1}{2} K'. \sin^{2}. \theta = p;$$

$$\frac{1}{2} K. \sin^{2}. (A - \theta)$$

$$+ \frac{1}{2} K'. \sin^{2}. \theta = q;$$

on aura

et en intégrant. sin. $\varpi = \frac{a}{}$:

et en intégrant, sin. $\varpi = \frac{a}{\sqrt{p + q \cdot \cos z}};$

a étant une constante arbitraire. L'expression précédente de $\left(\frac{d\pi}{dv}\right)$ donnera donc

$$dv = \frac{d\pi}{\sqrt{(p-q \cdot \cos \cdot 2 \, \Pi) \cdot (p-a^2-q \cdot \cos \cdot 2 \, \Pi)}};$$

équation différentielle dont l'intégration dépend de la rectification des sections coniques. On peut mettre cette équation sous une forme plus simple, en faisant

tang.
$$\Pi = V^{\frac{p-q}{p+q}}$$
. tang. Π' ;

elle devient alors

$$d v = \frac{d \pi'}{\sqrt{p^2 - q^2} \cdot \sqrt{1 - \frac{a^2 p}{p^2 - q^2} \cdot - \frac{a^2 q}{p^2 - q^2} \cdot \cos \cdot 2 \Pi'}}.$$

Cette équation donnera, en l'intégrant par les méthodes connues, l'expression de ν en Π' , et par le retour des suites on aura celle de Π' en ν . On aura ensuite, en faisant

$$\frac{q \cdot q}{p + \sqrt{p^2 - q^2}} \stackrel{=}{=} 6;$$

$$\Pi \stackrel{=}{=} \Pi' - 6. \sin. 2 \Pi' + \frac{6^2}{2}. \sin. 4 \Pi' - \frac{6^3}{3}. \sin. 6 \Pi' + \text{etc.}$$

III.

Pour appliquer des nombres à ces formules, il faut connoître les valeurs de K et de K'. Celle de K est facile à déterminer; car $\frac{m'}{r'^2}$ est l'attraction du Soleil sur

Saturne, et cette attraction est égale à la force centrifuge due au mouvement de Saturne dans son orbite : or cette force est égale au carré de la vîtesse de Saturne, divisé par le rayon de l'orbite. En nommant donc T' la durée de la révolution de Saturne, et \u03c4 la demi-circonférence dont le rayon est l'unité, la force centrifuge sera $\frac{4\pi^2 r'}{T'^2}$; en l'égalant à $\frac{m'}{r'^2}$, on aura

$$\frac{m'}{r'^3} = \frac{4 \pi^2}{T'^2}.$$

Si l'on nomme T'la durée de la révolution du dernier satellite, on aura pareillement

$$\frac{1}{r^3} = \frac{4\pi^2}{T^2};$$

on aura doncioca

$$K = \frac{3}{4} \cdot \frac{m' \cdot r^3}{r'^3} = \frac{3}{4} \cdot \frac{T^4}{T'^3}$$

Les observations donnent

$$T = 79,3296 \text{ jours};$$

 $T' = 10759,08 \text{ jours};$

d'où l'on tire

$$K = 0,000040774.$$

La valeur de K' est égale à $\frac{ah - \frac{1}{2}a\phi + \frac{1}{2}B}{2}$. Dans cette expression, le demi-axe de Saturne est pris pour unité; mais son aplatissement ah est inconnu, ainsi que la quantité : B, qui dépend de la masse des anneaux et des six premiers satellites. Il est donc impossible de

MÉMOIRES DE MATHÉMATIQUES

déterminer exactement sa valeur; mais on peut connoître d'une manière approchée la partie de K' qui dépend de l'action de Saturne.

Pour cela nous observerons que si l'on nomme t la durée de la rotation de Saturne, on aura

$$\alpha \varphi = \frac{T^2}{t^2 \cdot r^3}$$

Les observations donnent

$$t = 0,428 \text{ jours}; r = 59,154;$$

d'où l'on tire
$$\alpha \phi = 0,16597$$
.

Supposons que l'aplatissement de la Terre soit à la valeur de ao, qui lui correspond, comme l'aplatissement de Saturne est à la valeur correspondante de « p. On a vu dans le livre III de la Méçanique céleste, que cette proportion a lieu, à fort peu près, pour Jupiter comparé à la Terre : a p est égal à 1 pour la Terre; en supposant donc que l'aplatissement de cette planète est $\frac{1}{335}$, conformément aux expériences du pendule, on aura

$$\alpha h = \frac{1}{2} \alpha \phi = \frac{243}{670} \cdot \frac{T^s}{t^s \cdot t^s}$$
 onit not not

Ainsi, en n'ayant égard qu'à la partie de K' dépendante de l'action de Saturne, on aura

$$K' = K \cdot \frac{162}{335} \cdot \frac{T'^{2}}{t^{2} \cdot r^{3}} = 0,4219 \cdot K;$$

on ne peut donc pas supposer à K' une plus petite valeur.

A étant, par les observations, égal à 30°, cette valeur de K' donne $\theta = 21^{\circ}$ 36′ 20″.

On auroit la vraie valeur de K', si l'on connoissoit le mouvement annuel du nœud de l'orbite du satellite sur l'orbite de Saturne. Les équations (A) de l'art. I donnent, en prenant pour plan fixe, celui de l'orbite de Saturne, ce qui change ϖ en λ , et rend Γ nul,

$$\left(\frac{d\lambda}{d\nu}\right) = -K'. \sin. \gamma. \cos. \gamma. \sin. \Psi;$$

$$\left(\frac{d\Pi}{d\nu}\right) = K. \cos. \lambda - \frac{K'. \sin. \gamma. \cos. \gamma. \cos. \Psi}{\sin. \lambda}.$$

Suivant le citoyen Lalande, on avoit en 1787,

$$\lambda = 22^{\circ} 42'; \quad \gamma = 12^{\circ} 14'; \quad \Psi = 64^{\circ} 13'.$$

En employant la valeur précédente de K', on aura 3'44",5—24",0 pour le mouvement annuel et rétrograde du nœud par rapport à l'équinoxe fixe, le premier de ces deux termes étant relatif à l'attraction solaire. La diminution annuelle de l'inclinaison de l'orbite du satellite à l'orbite de Saturne, supposée fixe, est de 19",1. Les observations donnent 5' 37" pour le mouvement annuel du nœud. Mais il suffit de considérer l'incertitude de ce genre d'observations, et particulièrement de celles de Cassini en 1714, pour reconnoître que leur différence d'avec la théorie tient aux erreurs dont elles sont susceptibles.

Le rapport de K' à K diminue comme la cinquième puissance de la distance du satellite au centre de Saturne. Ainsi, pour le sixième satellite, le rayon r étant

122 MÉMOIRES DE MATHÉMATIQUES 20,295, il faut multiplier la valeur précédente de K' par $\left(\frac{59,154}{20,295}\right)^5$, pour avoir la valeur de K', relative au sixième satellite. On aura ainsi,

$$K' = 88,753. K;$$

ce qui donne 16' 41" pour l'inclinaison θ du plan fixe que nous avons considéré, à l'équateur de Saturne, inclinaison insensible pour nous. Et comme le satellite se meut à très-peu près sur ce plan fixe, si l'arbitraire a est nulle ou très-petite; on voit que l'action de Saturne peut maintenir, à très-peu près, dans un même plan, l'orbite du sixième satellite, et à plus forte raison celles des satellites plus intérieurs et ses anneaux; ce qui est conforme à ce que j'ai démontré dans le dernier chapitre du livre V de la Mécanique céleste.

Cependant, si la masse du dernier satellite surpassoit un deux-centième de celle de Saturne, l'orbite du sixième pourroit, en vertu de son action, s'écarter sensiblement du plan de l'équateur. En effet, il est facile de voir, par l'analyse de l'art. I, que l'action du septième satellite introduit dans l'expression de s, relative au sixième satellite, un terme de la forme

$$K''$$
. v . sin . λ' . cos . λ' . cos . $(v - \Psi')$;

K'' étant à peu près égal à $\frac{3}{4}$. $\frac{m r_{,}^{3}}{r^{3}}$; m étant la masse du dernier satellite, r étant le rayon de son orbite, et r, étant le rayon de l'orbite du sixième satellite. λ' est l'inclinaison de l'orbite du sixième à celle du septième, et Ψ' est

l'arc de l'orbite du sixième satellite, compris entre l'orbite du septième et celle de Saturne. Il est visible que ce terme produiroit un déplacement sensible dans l'orbite du sixième satellite, relativement à l'équateur de Saturne, si le rapport de K" à K' n'étoit pas une fraction peu considérable; or, en n'ayant égard qu'à l'action de Saturne, on a

$$K' = \frac{3}{4}$$
. 88,753. $\left(\frac{15,9453}{10759,08}\right)^2$; $K'' = \frac{3 \, m}{4} \cdot \left(\frac{20,295}{59,154}\right)^5$.

En supposant K'' = K', on aura

$$m = 0,004828.$$

La masse du dernier satellite est donc au-dessous de cette valeur, et il y a lieu de penser qu'elle n'excède pas un millième de celle de Saturne; ce qui paroîtra vraisemblable, si l'on considère que la masse du plus gros satellite de Jupiter n'est pas un dix-millième de celle de la planète.

IV.

Si l'on applique l'analyse précédente aux satellites d'Uranus, on trouve que l'action seule de cette planète ne suffit pas pour maintenir l'orbite de son dernier satellite dans le plan de son équateur. Quoique nous ignorions la durée de sa rotation, il n'est pas cependant vraisemblable qu'elle soit beaucoup moindre que celle de Jupiter et de Saturne.

Supposons qu'elle soit la même que celle de Saturne: l'équation

 $K' = K \cdot \frac{162}{335} \cdot \frac{T'^2}{t^2 \cdot r^5}$

trouvée dans l'article précédent, donnera, en observant qu'ici $T' \equiv 30689$ jours, et que, suivant Herschel, $r \equiv 91,008$,

K' = 0.39815. K.

Le plan de l'équateur d'Uranus étant supposé perpendiculaire à très-peu près à son orbite, si l'on fait $\frac{\pi}{2} - A' = A, \pi$ étant le rapport de la demi-circonférence au rayon, A' sera un très-petit angle. Soit $\theta = \frac{\pi}{2} - \theta'$; θ' sera l'inclinaison du plan fixe à l'orbite, et l'on aura

$$\theta' = \frac{A'}{0,60185}.$$

Le plan fixe sur lequel se meut l'orbite du dernier satellite, coïncideroit donc à très-peu près avec celui de l'orbite de la planète, et ce satellite cesseroit à la longue de se mouvoir dans le plan de l'équateur et des orbes des autres satellites; mais il peut être retenu dans ce dernier plan par l'action des satellites intérieurs. Pour le faire voir, nous observerons que, par l'art. I, l'action du satellite intérieur m'' ajoute à la valeur de K' la quantité $\frac{3}{4}m''$. $\frac{r''^2}{r^2}$, en supposant $\frac{r''}{r}$ une très-petite fraction. A la vérité, cette fraction est à très-peu près $\frac{1}{2}$ par rapport au cinquième satellite; et alors ce que l'action de m'' ajoute à la valeur de K', diffère sensiblement

de $\frac{3}{4}$. m^n . $\frac{r''^2}{r^2}$; mais cette approximation est suffisante pour notre objet. Cela posé, reprenons l'équation

tang.
$$2\theta = \frac{K. \sin 2A}{K' + K. \cos 2A}$$

A étant égal à $\frac{\pi}{2}$ — A', A' étant fort petit, on a

tang. 2
$$\theta = \frac{K. \sin 2 A}{K' - K}$$

Si K' surpasse sensiblement K, alors on a

$$\theta = \frac{A'}{K' - K}.$$

Nous venons de voir que si l'on n'a égard qu'à l'action d'Uranus et du Soleil, K surpasse probablement K'; mais si l'on suppose

$$\frac{3}{4}$$
. m'' . $\frac{r''^2}{r^2} = K$;

on aura K' = 1,39815. K, et par conséquent

$$\theta = \frac{A'}{0.39815}.$$

K, relativement à Uranus, est égal à 0,0000050115; de plus $\frac{r''}{r} = \frac{1}{2}$; on aura donc m'' = 0,000026728, la masse d'Uranus étant prise pour unité. Or cette masse du cinquième satellite, et même une masse supérieure, sont très-admissibles. L'orbe du sixième satellite peut donc être retenu dans le plan de l'équateur de la planète, par l'action des satellites intérieurs. Quant aux orbes de ces satellites, l'action seule d'Uranus suffit

pour les maintenir dans le plan de son équateur; car le rapport de K' à K augmentant réciproquement comme la cinquième puissance du rayon de l'orbite, on a, relativement au cinquième satellite,

$$K' = 12,7408. K;$$
 ce qui donne $\theta = \frac{A'}{11,7408}.$

V.

J'AI supposé, dans l'analyse précédente, l'équateur de Saturne et son orbite immobiles : or l'action du Soleil et du dernier satellite de cette planète fait rétrograder les nœuds de son équateur, et son orbite est en mouvement par l'action de Jupiter et d'Uranus; mais la lenteur de ces divers mouvemens rend cette supposition admissible. En effet, le mouvement annuel et rétrograde de l'équateur de Saturne, et celui de son orbite sur l'équateur, s'élèvent à peine à deux ou trois secondes, et les limites de la variation de l'inclinaison de l'orbite à l'équateur sont toujours très-petites. Reprenons, cela posé, l'équation trouvée dans l'art. II.

$$\frac{d\varpi.\cos \varpi}{\sin \varpi} = \frac{-q.\,d\Pi.\sin.\,2\Pi}{p-q.\cos.\,2\Pi}.$$

En l'intégrant on aura

log. sin.
$$\varpi = log.$$
 $a = \frac{1}{2} log.$ $(p = q. cos. 2 \Pi)$
 $+ \frac{1}{2} \cdot \int \frac{dp - dq. cos. 2 \Pi}{p - q. cos. 2 \Pi}$

Soit $dp = \alpha$. $d\Pi$, et $dq = \alpha'$. $d\Pi$: α et α' étant de très-petits coefficiens, à raison de la lenteur des variations de la position de l'orbite sur l'équateur de Saturne, on aura

$$sin. \varpi = \underbrace{\alpha. e^{\frac{\pi}{2} \cdot f(\alpha - \alpha'. \cos. 2 \Pi). d \Pi}}_{p-q. \cos. 2 \Pi};$$

e étant le nombre dont le logarithme hyperbolique est l'unité; d'où l'on voit que l'inclinaison σ est à très-peu près la même que si p et q étoient constans. Un raisonnement semblable s'applique à l'expression de Π, et nous montre que les variations très-lentes des nœuds et de l'inclinaison de l'équateur de Saturne à son orbite n'altèrent point sensiblement les résultats précédens. L'équateur de Saturne entraîne dans son mouvement les orbites des six premiers satellites et des anneaux, de manière qu'ils coïncident toujours avec le plan de l'équateur.

SECOND MÉMOIRE

Sur l'emploi des préparations mercurielles dans la petite vérole,

Par le citoyen DESESSARTZ.

Lu le 26 messidor an 5.

Des quatre observations pratiques que j'ai communiquées le 21 fructidor an 4 (1), deux avoient pour objet la complication de la petite vérole avec des dartres, et deux sa complication avec une maladie vénérienne. Les malades faisoient usage du mercure lorsqu'ils ont été attaqués de la petite vérole. De la bénignité de cette dernière j'ai tiré deux conséquences : la première, que l'emploi du mercure avant l'invasion et pendant le cours de cette maladie, ne lui avoit pas nui; la seconde, qu'au contraire il sembloit avoir mitigé l'action du virus variolique, et rendu les quatre petites véroles dont j'avois décrit l'histoire, plus douces et plus régulières.

⁽¹⁾ Voyez le second volume des Mémoires de l'Institut national, Sciences mathématiques et physiques, p. 229.

On ne m'a pas disputé la première conséquence. Elle étoit évidente, puisque mes quatre malades ont été à peine malades, et qu'il eût été difficile de voir des petites véroles plus bénignes dans des sujets très-sains et exempts de toute complication. Il est donc resté pour constant que ni l'usage des pilules de Belloste, ni celui des frictions mercurielles, n'ont nui à la petite vérole.

Quant à la seconde conséquence, elle n'a pas paru déduite assez immédiatement des faits, parce que rien ne prouvoit que sans l'usage du mercure la petite vérole eût été plus fâcheuse. Au contraire, a-t-on dit, on a vu des petites véroles bénignes avec des dartres, et des personnes surprises de la petite vérole, lorsqu'elles se faisoient traiter de la grosse, avoir la première trèsrégulière et sans aucun accident, quoiqu'elles n'eussent point encore fait usage du mercure. Rien ne prouve donc que le mercure ait influé sur la petite vérole, et ait contribué à sa bénignité.

Ces observations appartiennent trop essentiellement aux progrès de l'art pour être négligées et laissées sans discussion. Si elles ne sont pas assez puissantes pour faire proscrire absolument les préparations mercurielles du traitement de la petite vérole, elles inspireroient au moins de la défiance ou de l'insouciance pour leur emploi; ce qui seroit préjudiciable au malade, supposé que ce remède fût d'une utilité réelle contre cette maladie encore si dévastatrice.

Je n'ai, à la vérité, que quelques observations qui m'appartiennent, et que j'ai recueillies de ma pratique;

1. т. 3.

je n'en ai point rappelé d'autres qui m'ont présenté les mêmes résultats, parce qu'elles n'étoient point décrites dans mon journal avec les circonstances particulières ou les développemens convenables : mais enfin ces quatre observations authentiques, fussent-elles isolées, fussent-elles les premières mises au jour, établissent au moins une présomption; et une présomption de cette nature, qui n'est combattue que par des preuves négatives, ne peut-elle pas acquérir un commencement d'autorité qui conduise à la vraisemblance, et peu-à-peu à la démonstration, si elle est appuyée par des faits concordans fournis par plusieurs observateurs, dignes de foi, attachés ou étrangers à la doctrine des inoculateurs anglais? Car il est avoué de tous que c'est d'observations uniformes, répétées et comparées avec sévérité, que la pratique médicale tire ses plus grandes lumières et sa conduite la plus sûre.

J'ai confiance que je ne m'abuse pas en me flattant de donner quelque poids à ma seconde conséquence, que l'usage du mercure a adouci la petite vérole, ou, si l'on veut, l'a rendue moins abondante, lui a conservé sa nature propre, et l'a préservée de toute altération étrangère (car c'est ce que j'entends par les mots adoucir, mitiger), si je produis le même jugement fondé sur des faits décrits et attestés par des auteurs graves, par des praticiens éclairés.

Je négligerai les raisonnemens tirés de l'analogie, et les prétendues explications de l'action des remèdes. Mes raisonnemens seront des faits: eux seuls sont admissibles

et peuvent, à la faveur d'une saine logique, guider le médecin.

Pour ne rien confondre, et mettre dans cette discussion le plus d'ordre qu'il me sera possible, je la diviserai en deux parties.

La première sera toute historique, et la seconde applicative des faits.

PREMIÈRE PARTIE.

JE prie le lecteur de se rappeler que les sujets de mes deux premières observations faisoient usage des pillules mercurielles pour se guérir de dartres, lorsqu'ils furent attaqués de la petite vérole.

Voici d'autres maladies pour lesquelles on employoit également des préparations mercurielles, et au milieu du traitement desquelles survint la petite vérole.

Complication de la petite véécrouelles.

« Je remarquerai, dit Fouquet, médecin justement role avec les » célèbre (dans son Traitement de la petite vérole des » enfans, pages 188 et suivantes), que plusieurs enfans » écrouelleux de quatre ou cinq ans, à qui je faisois » prendre depuis quelques mois des pilules d'extrait » de ciguë avec le muriate de mercure sublimé doux » (ou la panacée), ayant été attaqués de la petite vérole » dans la dernière épidémie, en 1772, l'ont tous eue » bénigne et discrète, tant ceux dont les tumeurs n'étoient » point ulcérées ou ouvertes, que ceux chez qui elles » l'étoient. »

Complication de la petite vérole avec une disposition vermineuse.

La petite vérole épidémique étoit compliquée avec une disposition vermineuse, commune dans le pays (Montélimart), dit M. Ménuret, médecin de cette ville, (dans sa onzième lettre sur la petite vérole, p. 129). Il venoit d'apprendre que l'on attribuoit le grand succès de l'inoculation, pratiquée par MM. Sutton, à un

remède qu'ils donnoient dans le période préparatoire. On prétendoit même avoir surpris leur secret, et reconnu pour ingrédiens fondamentaux de leur arcane le mercure et l'antimoine. « Je ne balançai point, continue » M. Ménuret, à composer mon purgatif avec ces » drogues, c'est-à-dire avec un grain d'oxide d'antimoine » sulfuré rouge (kermès minéral), un grain de tartrite » de potasse d'antimoine (tartre stibié) et six grains de » muriate mercuriel doux (mercure doux). J'ajoutois » quelquefois à ces ingrédiens depuis huit jusqu'à vingt » grains de poudre cornachine. Des évacuations promp-» tes, abondantes, chargées de vers, par haut et par bas » souvent, succédoient à l'exhibition des remèdes. Si » les indications l'exigeoient, je le réitérois avec des » effets très-marqués. Je dois à la vérité le témoignage » que toujours non seulement j'ai obtenu par ce remède » l'objet que j'avois en vue, la diminution des accidens; » mais que la petite vérole a été sans exception plus » douce, plus discrète et moins nombreuse que chez » ceux qui n'avoient pas été purgés ainsi.

» Enfin, dit-il plus bas, si, dans le cours de la » maladie, l'état d'assoupissement, de suffocation et » d'engourdissement subsistoit, le même purgatif a » ramené le calme, et les symptômes ont suivi avec » tranquillité leur marche accoutumée. »

Notre auteur ne dissimule pas qu'il a eu un exemple de petite vérole discrète à la suite d'un purgatif différent; mais il ajoute : « Toutes les petites véroles qui » ne m'ont pas mis dans le cas d'y recourir, ont été

» assez nombreuses en pustules, et toujours moins sen-» siblement discrètes que les autres. »

Complication de la petite végrosse.

On n'a point oublié que les sujets de ma troisième role avec la et de ma quatrième observation étoient traités d'une maladie vénérienne lorsqu'ils furent attaqués de la petite vérole.

> « Or, dit M. Malouin, médecin, membre de la ci-» devant Académie des sciences (dans sa Chimie médi-» cinale, tome II, page 153), si on est pris de la petite » vérole, ayant la grosse, sans y avoir rien fait ou y » ayant peu fait, on est plus en danger que si on n'avoit » que la petite vérole, parce que la grosse vérole est » une dangereuse complication; mais si on en est pris » pendant le traitement de la grosse, on est moins » malade. Dans cet état on a la petite vérole comme » si on l'avoit eue par insertion. »

> M. Poissonier, médecin, aussi membre de la même Académie, à qui je faisois part de mes recherches sur l'effet du mercure dans la petite vérole, m'a raconté qu'en 1775, faisant son inspection à Brest, il avoit vu plusieurs forçats qui, étant traités de maladies vénériennes avec le mercure, avoient été attaqués de la petite vérole; que cette dernière maladie étoit alors épidémique et très-meurtrière, et que cependant ces forçats l'eurent tous très - bénigne, et qu'aucun ne périt.

> Je ne me permettrai qu'une seule réflexion sur ces assertions; c'est qu'il n'y est pas question, comme dans mes observations, de deux individus seulement, mais

de plusieurs : or, en matière d'expérience, le nombre fait beaucoup.

Une femme prenoit, toutes les fois qu'elle vouloit complication se purger, des pilules que son médecin lui avoit con- role avec une seillées et même composées. La base de ces pilules étoit une préparation mercurielle, soit muriate de mer- cure. cure (mercure doux), soit l'oxide de mercure jaune (turbith minéral). Elle en prit pendant qu'elle allaitoit son enfant, et plusieurs de suite, sans observer aucun régime, et s'exposant à l'air sans précaution : son enfant et elle eurent une véritable salivation. Déjà cette excrétion contre nature fatiguoit l'enfant depuis plusieurs jours, lorsqu'il fut attaqué de la petite vérole, qui étoit alors épidémique. A l'instant que la fièvre se déclara. la salivation fut totalement supprimée chez l'enfant, et ne continua que foiblement chez la mère. L'éruption des pustules se fit tranquillement et sans aucun accident, ainsi que leur maturation, leur exsiccation et la chute des croûtes.

de la petite vé-

Peu de jours après la guérison de la petite vérole, la salivation recommença chez l'enfant, et avec plus d'abondance qu'avant. Il se forma des ulcères dans la bouche, et, en une seule nuit, le sphacèle s'étendit sur toute la langue et finit les jours du petit malade (1).

⁽¹⁾ Cette observation a été publiée en 1727, par Bruno Nettman, dans sa dissertation de variolis.

Elle contient trois faits bien importans : 1°. la douceur et la régularité de la petite vérole dans un enfant qui tetoit encore, et dont la mère avoit pris du mercure; 2°. le passage de ce sel minéral du corps de la mère dans

Bon effet du mercure dans roles bénignes.

Il est assez notoire que la petite vérole maligne ou les petites vé- confluente est si dangereuse, que ceux qui en sont attaqués ont bien de la peine à s'en tirer, nonobstant toute prudence humaine.

« Cela considéré, dit Nils Rosen de Rosenstein, mé-» decin du roi de Suède, j'ai songé aux moyens de » prévenir entièrement cette terrible maladie, ou du » moins, si on ne pouvoit pas l'éviter, de tâcher de » la faire devenir, non de la sorte maligne, mais de la » plus bénigne. Je me flatte, avec la grace de Dieu, » de réussir dans ce dernier point. J'avois fait quarante-» trois essais dans les années 1744 et 1750, lorsqu'une » petite vérole confluente et très-meurtrière ravageoit » la ville d'Upsal. L'heureux succès de mes essais m'en-» gagea au procédé suivant.

» Lorsque l'on sait que la petite vérole est dans le » voisinage, ou que dans sa propre maison il y a déjà » quelqu'un qui en est attaqué, on doit observer ce qui » suit:

celui de l'enfant, chez qui il exerça la même action; 3°. la suppression de la salivation aussitôt que la fièvre de la petite vérole s'annonça, et la reprise même funeste de cette salivation quand la nature eut fini la crise de la petite vérole. Cet événement, la suppression du flux salivaire, consirme ce que j'ai déjà avancé dans les réflexions qui ont terminé mes deux premières observations, que la nature ne s'occupoit pas de deux crises à la fois. (Voyez p. 36 du tome II des Mémoires de l'Institut national, Sciences mathématiques et physiques.) Il est vraisemblable que Bruno Nettman ne s'attendoit pas à ce retour ; s'il s'en fût douté, il est à présumer qu'il l'eût prévenu en purgeant doucement l'enfant : mais il ne parle point du traitement qui suivit la guérison de la petite vérole.

» 1°. L'enfant prend un léger purgatif, comme de

» 2°. On le garantit, autant qu'il est possible, du

» 3°. On lui laisse manger le moins de viande que
» cela se peut; au reste, on ne lui défend aucune espèce
» de nourriture, à la réserve du sel et des mets de haut
» goût.

» 4°. On le fait boire plus qu'il ne boit ordinai-

» 5°. On lui fait prendre, les premières quatre ou cinq » semaines, les pilules préservatives deux fois par se» maine; par exemple, chaque lundi et chaque ven» dredi, le soir : ensuite il suffit de les prendre une
» fois par semaine. La dose est assez forte si l'enfant
» éprouve le matin deux petites selles. Je donne ordi» nairement à un enfant de deux ans 3 pilules; à un
» de trois ans, 4; de quatre ans, 5, etc. Si cette dose
» n'opère pas le lendemain deux petites selles, on l'aug» mente d'une ou de 2 pilules, et on s'en tient ensuite
» à la dose qui produit l'effet désiré.

» Aussitôt que l'enfant qui se sert de ce remède fait » voir quelque marque de petite vérole, je fais cesser » dans l'instant l'usage des pilules. Un seul enfant » avoit continué, à mon insu, de les prendre le second » jour qu'il étoit déja infecté; le troisième jour il eut » quelques taches au visage, mais elles s'évanouirent; » le quatrième jour il se portoit fort bien, se leva, et » ne fut atteint de la petite vérole que quinze jours

1. T. 3.

» après. Il n'eut que cinq pustules au visage, et la

» petite vérole fut en général si bénigne, qu'il n'en fut

» presque point malade (1). »

Voici la composition des pilules qu'il appelle préservatives:

Prenez 15 grains de muriate de mercure doux (calomélas) bien préparé,

15 grains de camplire,

25 grains d'extrait de gaïac,

15 grains d'extrait d'aloès tiré à l'eau;

Mêlez le tout, pour en faire, suivant l'art, des pilules, chacune du poids de 2 grains, que vous envelopperez d'une feuille d'argent.

Pour un homme adulte, dit Rosen, je donne volontiers un grain de muriate mercuriel doux (calomélas) de plus, et pour un petit enfant, moins de camphre, sur-tout quand les pilules sont fraîches.

.Il faut suivre cette méthode exactement.

Petite vérole bénigne après

Théophile Low, membre de la Société royale de Pusage du mer. Londres, rapporte que, le 25 octobre 1729, il prescrivit à un enfant de dix ans, pour le préparer à la petite vérole, la poudre suivante, et recommanda d'en donner une prise matin et soir.

> Prenez d'oxide de mercure sulfuré noir (éthiops minéral), 2 dragmes;

Des fleurs de soufre, 1 dragme.

⁽¹⁾ Collection des mémoires académiques, t. XVII, p. 168; et Traité des maladies des enfans, par Nils Rosen de Rosenstein, traduit en français par Lefebvre de Villebrune, p. 193 et suivantes.

Mêlez ces ingrédiens pour en faire une poudre que vous partagerez en huit prises égales.

Ces poudres furent interrompues : l'enfant purgé, il les reprit ensuite.

Il eut la petite vérole vers le milieu du mois de novembre suivant : elle fut de l'espèce discrète, avec trèspeu de pustules, et aussi bénigne que celle de son frère, qui l'avoit reçue par inoculation (1).

Une petite vérole d'un mauvais caractère régnoit à Effet du mer-Pétersbourg; M. Wan-Voensel, médecin des cadets no- avant l'inoculables, inocula soixante-dix de ces cadets dans le cours de l'été, saison pendant laquelle on éprouve en Russie de très-fortes chaleurs.

Dix jours avant l'inoculation, il les mit au régime végétal; il purgea ceux qui avoient les premières voies en mauvais état, et leur prescrivit ensuite les poudres suivantes:

Prenez 2 grains de muriate mercuriel doux (calomélas) et un scrupule de sucre blanc;

Broyez sur un marbre, et, lorsque le mélange sera réduit en poudre très-fine, divisez en trois doses, dont chacune contiendra par conséquent deux tiers de grain de muriate mercuriel doux.

Ces cadets sont tous âgés de cinq à sept ans. M. Wan-Voensel faisoit prendre à tous au moins deux doses par jour; quelques-uns en ont pris trois. Ce remède a été continué jusqu'à ce que l'éruption parût : alors, au lieu

⁽¹⁾ Traité de la petite vérole, t. I, p. 295.

MÉMOIRES DE MATHÉMATIQUES de la poudre, il leur faisoit prendre une légère dissolution de crème de tartre adoucie avec quelque sirop, et, sur la fin de la maladie, un léger purgatif.

Parmi les soixante-dix cadets ainsi inoculés, dans la saison la plus défavorable et dans un moment où régnoit une petite vérole maligne, aucun n'a été assez malade pour qu'il ait été nécessaire de le mettre au lit : succès que l'auteur attribue à l'effet du mercure. Il conseille également l'usage de cette poudre lorsqu'il règne une épidémie de petite vérole maligne, et même lorsqu'on en est attaqué, jusqu'au moment de l'éruption (1).

Bon effet du mercure contre

On lit dans les Recherches sur la petite vérole, la petite vérole. page 98, ouvrage plein d'érudition de Roussel, médecin de Caen, qu'Hillari déclare n'avoir eu à traiter de la petite vérole confluente aucun de ceux qui avoient été préparés par les antiphlogistiques et le muriate mercuriel doux (mercure doux), quoique dans le nombre des malades il y en eût dont la naissance faisoit attendre les effets les plus funestes.

Dans une complication de la vec une toux convulsive épidémique.

Le même médecin, Roussel, ajoute à cette assertion petite vérole a- d'Hillari la suivante : « Je me contenterai de rapporter » qu'en 1744 il régna dans notre ville (Caen) une toux » convulsive avec la petite vérole, et que le muriate » mercuriel doux fut employé avec beaucoup de succès.»

Dans le traitement de la naturelle.

M. Gouillart, membre de la ci-devant Académie de petite vérole chirurgie de Paris, instruit des recherches que je faisois sur l'usage des préparations mercurielles dans le trai-

⁽¹⁾ Mém. de la ci-devant Société de méd. t. II, p. 225 de la partie historique,

tement de la petite vérole, m'a écrit ce qui suit : « Je » puis vous assurer que depuis plus de vingt ans je » me sers du muriate mercuriel doux (calomélas), tant » dans l'invasion de la petite vérole que dans l'état » d'éruption. Les heureux effets que j'ai presque tou-» jours remarqués, de ce médicament, ne laissent aucun » doute sur son efficacité. » inie off . Sympedo init :

En parlant des petites véroles compliquées avec des humeurs gluantes et épaisses, Huxham se fait cette rens périodes de la petite véquestion : « Dans une salivation visqueuse et qui s'ar- role. » rête, le visage restant gonflé, dur et tendu, ne pour-» roit-on pas donner quelques préparations mercurielles, » par exemple, le muriate mercuriel doux (calomélas), » préparé avec soin, et en retirer de l'avantage dans » l'état même le plus décidé de la maturation »? Il répond : « J'ai souvent donné l'oxide de mercure sulfuré » rouge (le cinnabre) avec succès dans ce cas ». Plus bas il ajoute: « Mais il est certain qu'après la for-» mation des croûtes, lorsque la fièvre secondaire » subsistoit, j'ai donné sans aucun mauvais effet, ou » plutôt avec succès, le muriate mercuriel doux (ca-» lomélas) (1). »

Aux avantages que procurent les préparations mercurielles avant l'invasion, pendant l'éruption, et même dans les autres périodes de la petite vérole, et dont je viens d'emprunter l'exposé d'auteurs qui méritent la

Dans diffé-

⁽¹⁾ Dissertatio de variolis epidemicis et anomalis anni 1795. (Huxhami Opera physico-medica. Lipsiæ, 11764.) in monden e star

consiance des médecins, quelques-uns en ont ajouté un autre bien plus précieux, si sa réalité étoit confirmée par un plus grand nombre d'expériences : cet avantage est d'être l'antidote et le préservatif de cette maladie. Je vais citer les passages de quelques-uns des auteurs qui ont cru à cette propriété du mercure,

Le mercure doux préserve role.

« J'ai observé, dit Sigismond Grassius, que si l'on de la petite vé- » donne le muriate mercuriel (mercure doux) au com-» mencement d'une maladie accompagnée de quelques » symptômes de petite vérole, le malade s'est trouvé » absolument garanti, quoique plusieurs personnes de » la même maison, à qui l'on n'a pas donné le même » préservatif, en soient actuellement attaquées, ou que » du moins l'éruption en est moins abondante. J'avois » une fille de dix ans qui étoit menacée de la petite » vérole; elle avoit eu froid aux extrémités, ce qui avoit » été suivi de chaleur par tout le corps : la tête étoit » douloureuse; elle avoit des envies de vomir, des tran-» chées et des douleurs vagues aux extrémités. La petite » vérole étoit alors épidémique dans le canton, et son » frère en étoit déjà tout couvert; de sorte qu'il y avoit » tout lieu de croire qu'elle étoit menacée de la même » maladie. Les nausées me déterminèrent d'abord à lui » donner un scrupule de muriate mercuriel (mercure » doux), avec 4 grains de scammonée sulfurée. Son » ventre se lâcha trois fois, et sur le soir elle eut un » vomissement extrêmement abondant; elle dormit en-» suite tranquillement, et se trouva guérie le lendemain, » sans aucune éruption de petite vérole,

" Quelque temps après il parut sur le corps d'une » jeune fille âgée d'environ huit ans, quelques grains » de petite vérole volante, mais sans fièvre. Avant que » ses boutons fussent desséchés, elle fut saisie d'un » grand mal de tête; elle eut mal aux yeux, au dos, » de sorte que personne ne doutoit qu'elle dût bientôt » avoir la petite vérole. Quoique je n'eusse pas été » appelé au commencement de la maladie, je lui fis » prendre cependant le même remède, et avec tant de » succès, qu'il ne parut que très-peu de boutons (1).

rougeole, qui a pour titre Partus medicus, etc., dit, en parlant des préservatifs de la petite vérole indiqués alors: « Juncken, dans sa Pratique médicale, assure » qu'un grand préservatif est de donner aux enfans pour » qui l'on craint la petite vérole, parce qu'elle règne dans » le voisinage, aussitôt qu'ils commencent à être de » mauvaise humeur, à se plaindre, quoiqu'ils ne pré-» sentent encore aucun indice de la maladie, de leur » donner, dis-je, le muriate mercuriel doux (le mer-

» cure doux), à la dose depuis 12 jusqu'à 24 grains, » en y ajoutant, s'il est nécessaire, 2 grains de diagrède

» comme l'auteur l'a heureusement éprouvé sur ses deux

» petites filles. »

Low, dans son traité de la petite vérole et de la Même obser-

[»] sulfuré. Ce remède les évacue doucement, et produit » quelquefois un léger vomissement ; il préserve de la » petite vérole, ou diminue la quantité de pustules,

⁽¹⁾ Éphémérides des curieux de la nature, première décade, troisième année, observation 56, année 1672.

Lobb décrit, dans le même volume que j'ai déja indiqué, la conduite qu'il a tenue avec quatre malades, dont un homme âgé de cinquante-un ans, un autre de quarante-un ans, un enfant de huit ans et une femme âgée de trente-cinq ans, qui allaitoit alors un enfant âgé de dix-sept semaines.

Il fit prendre à tous de l'oxide de mercure sulfuré noir (æthiops minéral), associé avec des ingrédiens différens, comme la cochenille, les yeux d'écrevisses, la racine d'aunée.

Aucun n'a eu la petite vérole, quoique tous, avant de prendre ces poudres, aient été exposés aux exhalaisons varioleuses dans une quantité plus que suffisante pour la produire. Une année et plus s'est écoulée sans qu'ils aient été attaqués de cette maladie.

Dans le second volume du même traité il rapporte l'histoire d'une jeune fille traitée de la même manière et avec le même succès par Richardson.

Malgré des faits aussi frappans l'auteur n'osa point proposer cette méthode comme préservative; il demanda qu'il en fût fait des essais sur des criminels; non pas qu'il cût personnellement aucun doute, mais il falloit une masse plus grande de faits pour déterminer les autres médecins et le public. Il traça des régles pour faire ces essais, et les communiqua par la voie de l'impression, materiale

On lit dans le second volume du traité de Lobb deux lettres de Samuel Daniel, médecin à Yeovill, comté de Sommerset, qui prétend que ce ne fut qu'après la publication de l'ouvrage de Lobb que Boerhaave conçut l'espoir de trouver dans le mercure un antidote contre la petite vérole. On verra ci-après que dès 1709 le professeur de Leyde avoit commencé à vérifier cet espoir.

Huxham, dans sa précieuse dissertation De variolis, s'exprime ainsi: « Quelques médecins ont pensé que » certaines préparations de quinquina ou de mercure » pouvoient être des antidotes salutaires de la petite » vérole. J'ai à ma connoissance quelques faits qui me » portent à y croire; cependant je n'en suis pas encore » assez satisfait pour adopter ces antidotes et les conseiller à personne. »

Je terminerai ce recueil par les expériences suivantes, dont j'ai emprunté le récit des Mémoires de la Société royale de médecine de Paris, tome II, page 225 de la partie historique.

- 1º. M. Wan-Voensel a mêlé du muriate mercuriel doux (calomélas) avec du pus destiné à l'inoculation; une autre fois il a exposé ce pus à la vapeur du mercure; dans une autre circonstance il a trempé le pus variolique dans une dissolution de muriate mercuriel (calomélas): et le pus, dans toutes ces circonstances, ayant servi à l'inoculation, la plaie ne s'est point enflammée et l'éruption n'a point eu lieu. Les enfans sur lesquels ces épreuves avoient été faites, ayant été inoculés peu de temps après à la manière ordinaire, l'éruption est survenue.
- 2°. A ces expériences l'auteur a joint les suivantes. Il a inoculé le même sujet sur un bras, avec le pus

т. 3.

simple et sans mélange, et, sur l'autre, avec le pus atténué, comme il a été dit, par le muriate mercuriel doux (calomélas): la première plaie s'est enflammée, a fait ressentir de la démangeaison et a suppuré; la seconde n'a pas même éprouvé d'inflammation.

3°. Un emplâtre d'onguent mercuriel ordinaire, mis sur le lieu de l'insertion, a empêché l'éruption, même lorsque l'incision étoit visiblement gonflée et enflammée.

Cette expérience a beaucoup d'analogie avec le fait que Malouin a consigné dans sa Chimie médicinale, tome II, p. 152. Une dame venoit d'être guérie de la vérole, et portoit sur le croupion un emplâtre de vigo quadruple, pour le ressentiment qu'elle avoit encore d'une tumeur qu'elle avoit eue à cette partie, lorsqu'elle fut prise de la petite vérole. Elle ôta aussitôt son emplâtre: tout son corps fut couvert de la petite vérole, à l'exception de la place qu'avoit occupée l'emplâtre mercuriel.

Si mes occupations journalières me permettoient de vérisier dans les sources originales les différens renseignemens que j'ai sur cette matière, il me seroit facile de grossir la collection des faits et des autorités à l'appui de cette vérité, que la petite vérole a été moins abondante en pustules, plus douce et plus régulière dans sa marche et dans sa terminaison, chez les malades qui avoient usé de quelque préparation mercurielle avant et pendant l'invasion, avant et pendant l'éruption, et que les symptômes, qui s'annonçoient d'une manière alarmante pendant son cours, ont été réprimés et calmés

par le même remède; mais les citations que j'ai produites me paroissent suffisantes pour fixer l'attention des médecins sur cette propriété attribuée au mercure (1).

Quant à celle, que les derniers faits que j'ai rapportés semblent lui donner, d'être un préservatif, d'agir directement sur le virus variolique, et de l'anéantir, je me

(1) Depuis la lecture de ce mémoire, le docteur Portal, mon confrère, m'a communiqué le Traité de Dominique Cotunnius, sur le véritable siège des pustules varioleuses. (De sedibus variolarum Syntagma. Neapoli, 1769.)

Voici comment l'auteur s'explique sur l'utilité de l'oxide de mercure sulfuré noir (æthiops minéral) dans le traitement de la petite vérole:

« L'avantage que l'oxide de mercure sulfuré noir procure aux varioleux, » ne consiste pas seulement à tuer les vers et à tenir le ventre libre, ainsi » que je l'ai constamment observé; car la faculté qu'il a de favoriser la for-» mation des pustules varioliques est si grande et si évidente, que, convaincu » par les faits, je n'ai pas hésité à le donner pour cet effet, quoiqu'il n'y » eût aucune raison de soupçonner des vers, et constamment j'ai vu qu'il a » accéléré et rendu complète la réplétion des pustules. Il y a plus (ajoute-t-il): » soit que ce fût une suite de mon heureuse étoile, soit que l'efficacité du » remède fût telle de sa nature, je n'ai encore vu personne, de ceux qui ont » pris ce remède méthodiquement, avoir des pustules maigres à demi formées; » et même toutes les fois qu'elles étoient petites, qu'elles sortoient lentement, » étoient déprimées, arrêtées, je les ai vues se relever, à quelque période » de la maladie que ce fût, après un usage assez large de l'oxide de mer-» cure sulfuré noir (æthiops minéral), suscepto liberaliter usu æthiopis mi-» neralis; c'est pourquoi je l'ai toujours employé contre les vers et pour » le succès de la petite vérole. »

Indépendamment de cette action sur les pustules varioleuses, l'auteur lui attribue aussi la propriété de corriger, de détruire la qualité caustique et rongeante de la matière varioleuse, parce qu'il est rare que ceux qui ont fait usage de cet oxide soient marqués de la petite vérole.

Je lui associe ordinairement du quinquina, et le donne dès le commencement de l'éruption, et ne cesse que quand les pustules sont tout-à-fait sèches. borne au desir énoncé par le rédacteur des Mémoires de la Société de médecine, que ces expériences soient confirmées par de nouvelles; je ferai seulement observer que dans presque toutes ces épreuves, si l'emploi du mercure n'a pas préservé de la petite vérole, cette maladie a été la plus douce que procure l'inoculation (1).

(1) Plusieurs faits postérieurs à la lecture de ce mémoire ne me permettent pas de croire à la vertu préservative du mercure contre la petite vérole.

Le premier prairial an 5, j'ai inoculé deux frères, l'un âgé de quatre ans et l'autre de trois. L'un et l'autre avoient été préparés par un régime exact, des bains, et avoient pris chaque jour, pendant quatre, avant l'inoculation, une dose d'un demi-grain de muriate mercuriel doux, et d'un grain d'iris de Florence, qu'ils ont continuée jusqu'au dixième jour de leur inoculation.

L'opération réussit parfaitement sur l'aîné; mais sur le cadet il ne parut aucune inflammation aux plaies. Cependant le dixième jour, lorsque son frère commença à avoir la fièvre, il eut de la chaleur à la peau, mal à la tête, de la courbature, et mangea avec moins d'appétit; il sua pendant cette nuit et les deux suivantes. Le 12, la chaleur de la peau fut plus sensible, le pouls étoit accéléré; il eut beaucoup de mauvaise humeur, la respiration étoit un peu gênée; la nuit fut très-agitée; il rêva beaucoup, jeta quelques cris, et fut altéré. Les jours suivans, le calme se rétablit au point qu'il ne paroissoit pas avoir été malade. Comme il ne se fit aucune éruption, quelques personnes pensèrent que la fièvre qu'il avoit eue pendant trois jours pouvoit en tenir lieu; d'autres, que le mercure avoit anéanti le virus variolique. Ces conjectures ne rassuroient pas les parens : en conséquence je réinoculai cet enfant avec la matière des boutons mûrs de son frère et, le septième jour suivant, tous les symptômes de la petite vérole se manifestèrent. Elle fut douce et donna environ trente pustules, qui parcoururent leurs périodes sans aucune altération sensible dans la gaieté, l'appétit et même le sommeil.

Plusieurs autres exemples d'enfans ou adultes inoculés sans succès après avoir fait usage de ces préparations, ont néanmoins eu, dans un temps plus ou moins éloigné, la petite vérole, soit par contagion, soit par inoculation.

Dans le même temps j'inoculai deux enfans, frère et sœur : la fille eut

la petite vérole, le frère ne l'eut point; mais il la reçut de sa sœur par contagion. L'un et l'autre avoient été préparés comme les inoculés ci-dessus.

J'ai eu sous les yeux d'autres exemples, et tous m'ont convaincu que les préparations mercurielles ne les avoient point garantis de la petite vérole, l'ayant eue par une nouvelle inoculation.

Blin, médecin de Nantes, dans un mémoire communiqué à la Société de médecine de Paris, sur la petite vérole épidémique qui a régné dans sa commune pendant l'an 6, déclare que s'étant servi du muriate mercuriel doux pour préparer les personnes qui n'avoient pas encore eu la petite vérole, il n'y a point reconnu la vertu préservative.

SECONDE PARTIE.

Les observations qui forment la première partie de ce mémoire, établissent deux faits incontestables : le premier, c'est qu'on a administré des préparations mercurielles à des individus que l'on disposoit à la petite vérole, soit artificielle, soit naturelle, et à d'autres qui déjà éprouvoient les symptômes précurseurs de cette maladie, ou même en ressentoient des effets non équivoques; le second, c'est que chez quelques-uns de ces individus la petite vérole n'a pas paru, et que chez les autres, et c'est le plus grand nombre, elle a été régulière et bénigne.

Cette bénignité, cette régularité, doivent-elles être attribuées à l'action des préparations mercurielles, ainsi que les auteurs des observations l'ont conclu?

Telle est la question importante qui m'a été faite et que je me propose de discuter. Pour mettre dans cette discussion le plus de clarté qu'il me sera possible, je la placerai sous deux points de vue. 1°. Est-on raisonnablement fondé à croire que les petites véroles, dont il est question, auroient été moins régulières et moins bénignes si les individus n'avoient point fait usage des préparations mercurielles? 2°. Est-ce aux propriétés intrinsèques de ces préparations que l'on doit attribuer la régularité et la bénignité des petites véroles, ou à la

vertu, soit émétique, soit purgative, des autres médicamens auxquels elles étoient associées?

§. Ier.

Est-on raisonnablement fondé à croire que les petites véroles survenues après l'emploi des préparations mercurielles, auroient été moins régulières et moins bénignes, si les individus n'avoient point fait usage de ces préparations?

Exiger, pour la solution de cette question et de la suivante, une démonstration rigoureuse comme dans les propositions mathématiques, c'est oublier que le corps humain est une machine animée, dont mille causes incalculables, imperceptibles, et plusieurs même encore inconnues, soit intérieures, soit extérieures, peuvent altérer, supprimer les mouvemens à chaque instant, et que les données étant incertaines, la démonstration et les corollaires restent toujours hypothétiques. Exiger que, par une analyse et une synthèse exacte des médicamens et des humeurs du corps animal malade ou en santé, et par des mélanges faits sous les yeux, nous démontrions la manière d'agir des substances médicamenteuses sur le sang, sur la lymphe et sur les autres liqueurs qui en dépendent, qui même en sont séparées et portées au-dehors, c'est oublier que ces liqueurs, une fois sorties du corps, ne sont plus les liqueurs d'un corps vivant, ne sont plus soumises à la puissance qui détermine l'action du remède sur elles.

Ces expériences présentent, à la vérité, des faits, mais des faits dont on ne peut assurer la réalité dans le corps vivant.

Ce n'est donc point sur des argumens à priori que la médecine pratique peut fonder ses axiomes et ses préceptes, mais c'est sur l'observation, c'est-à-dire, sur la collection d'expériences en nombre suffisant pour autoriser à espérer que tel événement, tel effet, aura lieu toutes les fois que les moyens et les circonstances seront les mêmes ou à peu près les mêmes.

Les conséquences sorties de cette source ne sont point, à la vérité, immuablement sûres dans la pratique, parce que leur application dépend de la sagacité et du jugement d'un homme: et en cela, qu'il me soit permis de le dire, la médecine a le même sort que les sciences exactes appliquées à la pratique; car elles n'ont que trop souvent à regretter l'intelligence et l'exactitude des artistes, lorsque les vérités qu'elles ont démontrées jusqu'à l'évidence, sont confiées à leurs mains pour être exécutées.

Ainsi je ne chercherai ma réponse à la question proposée que dans la réunion d'observations, d'expériences comparées sous tous les rapports capables d'en éclairer le résultat.

Aucun médecin n'ignore que les petites véroles épidémiques sont plus irrégulières, plus difficiles, plus dangereuses que les sporadiques, c'est-à-dire, celles qui n'attaquent que des sujets isolés et à des temps différens. En effet, ces épidémies sont presque toujours

accompagnées d'altération des humeurs, dépendante de la constitution de l'air ou d'autres causes : ou, ce qui est à mon avis la même chose, la petite vérole alors n'est pas seule; car s'il n'existe pas d'autre maladie dans le corps qui est attaqué de la petite vérole, celle-ci, même au milieu d'une épidémie varioleuse, meurtrière, peut être très-régulière, très-bénigne. L'expérience ne laisse aucun doute sur cette heureuse exception.

Le danger de la complication est une de ces vérités qu'il n'est pas permis de révoquer en doute, d'après le témoignage des auteurs qui ont écrit l'histoire des constitutions varioleuses, et notamment d'après ce qu'ont observé Sydenham, Huxham, Baillou, Helvétius, etc. Ainsi, raisonnablement, on est fondé à craindre que la petite vérole ne soit irrégulière et dangereuse toutes les fois qu'elle est épidémique, et sur-tout dans le milieu de l'épidémie; car tous les observateurs s'accordent à dire qu'ordinairement ce n'est ni au commencement ni sur la fin d'une épidémie que se manifestent les accidens les plus graves.

Si donc il est vrai que c'est au milieu d'une petite vérole épidémique meurtrière que cette maladie a été peu abondante en pustules, et si bénigne que les malades n'ont pas été même dans la nécessité de garder le lit; si d'ailleurs le nombre de ces malades étoit assez considérable pour que l'on ne pût pas penser qu'ils avoient tous le même tempérament, la même nature d'humeurs, la même sensibilité dans les solides, en un mot la même vitalité et la même disposition favorable.

à la bénignité de la petite vérole, ne seroit-on pas moralement, pour ne pas dire physiquement, fondé à attribuer cette bénignité de leur maladie au traitement auquel ils auront été soumis, ce traitement ayant été le même pour tous? Je ne pense pas qu'on puisse hésiter. Or c'est ce qui est arrivé aux soixante-dix cadets inoculés à Pétersbourg par M. Wan-Voensel. Ce traitement a consisté spécialement dans l'administration d'une préparation mercurielle, le muriate mercuriel doux (calomélas), avant qu'ils fussent inoculés. On ne peut donc raisonnablement rejeter la conséquence qu'en a tirée ce médecin, que cette préparation mercurielle avoit adouci la petite vérole et l'avoit rendue trèsbénigne chez tous.

Rosen nous fournit un argument plus favorable et plus positif. Dans une épidémie varioleuse et très-mauvaise qui régnoit à Upsal en 1744, il donna aux enfans ses pilules préservatives. (J'en ai transcrit la composition dans la première partie de ce mémoire.) Le succès évident qu'il en obtint, le détermina à répandre son procédé dans toute la Suède : les heureux effets furent les mêmes qu'à Upsal. On ne compte pas ici le nombre des individus qui, après l'usage de ces pilules préservatives, n'ont pas eu la petite vérole, ou l'ont eue trèsbénigne; c'est dans tout un royaume que le succès a eu lieu. Il seroit difficile d'établir plus solidement le genre de démonstration dont la pratique médicinale est susceptible. Eh! n'est-ce pas par ce concours d'expériences heureuses que les préparations mercurielles ont

acquis justement le titre de spécifique de la grosse vérole?

Je ne dissimulerai pas cependant que dans ce préservatif le mercure étoit allié à un purgatif et à un sudorifique; mais l'appréciation des effets qu'ont pu produire ces ingrédiens, appartient à la seconde question que j'ai à traiter. Il me suffit à présent que ce minéral en fût une partie principale.

Les constitutions épidémiques dont il a été fait mention jusqu'à présent, n'ont pas été caractérisées par les auteurs des observations; en voici qui le sont par la description des complications, et dont par conséquent les inductions répandront plus de lumière et auront plus de poids.

Une épidémie varioleuse fit de si grands ravages à Montpellier d'abord, et ensuite dans le voisinage, en 1770, qu'il fut un temps où, dit Fouquet, si je m'en rapporte à mes observations et aux informations que j'ai prises de tout côté, le nombre des morts a été porté à deux sur dix.

Cette épidémie avoit succédé à une mauvaise rougeole qui avoit régné dans l'été et l'automne de l'année précédente: elle commença en janvier, saison toujours défavorable. La constitution de l'atmosphère avoit été, pendant l'automne et l'hiver, celle qu'on a vue donner par-tout naissance aux fluxions catharrales de toute espèce. Beaucoup d'enfans furent saisis, ou d'engorgemens considérables aux glandes du cou, ou d'une espèce de tumeur froide en différens endroits du corps.

Fouquet fut chargé d'en traiter plusieurs. A la température douce de l'automne et de l'hiver, succéda un printemps froid, qui sit place à un été si sec, que presque toutes les sources tarirent : le nord et le nord-est furent les vents dominans. De cette constitution du temps et des dispositions préexistantes des humeurs, il a résulté beaucoup de petites véroles cristallines, siliqueuses, gangréneuses et charbonneuses. « Plusieurs de nos jeunes » malades, continue notre auteur, qui furent attaqués » au commencement de l'épidémie, ont cu beaucoup » de furoncles ou clous, ou des dépôts par métastase, » qui ont mûri difficilement; chez d'autres enfans, ce » mucus glutineux qui farcissoit les glandes du cou, les » maxillaires, les parotides.... et, n'ayant pu éprouver » de coction, a corrompu le tissu de ces parties, et y » a attiré une gangrène, laquelle a éclaté dans le temps » de la fièvre secondaire, et a enlevé presque tous ces » infortunés. »

Sans doute cette description est bien capable d'inspirer la plus juste crainte pour les enfans attaqués en même temps de ces tumeurs glanduleuses et de la petite vérole; sans doute aussi on doit regarder comme blen précieux et bien recommandable un remède qui en a préservé plusieurs des maux affreux dont les autres ont été assaillis et beaucoup ont été les victimes. Or Fouquet a déclaré que plusieurs enfans écrouelleux, à qui il faisoit prendre depuis quelques mois les pilules d'extrait de ciguë avec le mercure doux, ayant été attaqués de la petite vérole, l'ont tous eue discrète et bénigne.

Cette observation, qui, par les détails qu'elle contient, doit servir de modèle aux jeunes médecins, est d'autant plus importante pour l'objet qui nous occupe, que ce n'étoit point dans le dessein d'adoucir, d'énerver le virus variolique, que son auteur avoit administré le mercure, mais pour détruire l'engorgement des glandes, le vice scrofuleux, comme j'avois fait prendre les pilules de Belloste pour détruire le vice dartreux aux deux enfans qui ont été les sujets de mes observations. Au milieu des accidens effrayans qui survenoient aux autres enfans en proie aux mêmes maladies, et qui se terminoient par une pourriture générale et la mort, il n'a pu qu'être étonné de la bénignité avec laquelle la petite vérole parcouroit ses périodes et se terminoit chez ceux qui avoient fait usage de ses pilules. Il s'en est demandé la raison, et il a cru l'avoir trouvée dans l'usage du mercure employé long-temps avant l'invasion varioleuse : il l'a publiée; qui osera lui objecter qu'il s'est trompé? Ne seroit-ce pas s'exposer au reproche de mauvaise humeur, que d'attribuer à l'extrait de ciguë cette issue favorable d'une petite vérole que tout annonçoit devoir être funeste?

Menuret, exerçant la médecine à Montélimart, a eu à traiter une petite vérole épidémique compliquée avec une disposition vermineuse, disposition endémique dans le pays. Il fit entrer le muriate mercuriel doux dans les émétiques et purgatifs qu'il donnoit au commencement et même au milieu de la maladie, et il assure que tous ceux qui prirent ces émétiques, ces purgatifs, alliés au

158 MÉMOIRES DE MATHÉMATIQUES mercure, eurent une petite vérole plus douce, plus discrète, que ceux qui n'en firent point usage.

Je sais qu'il n'est pas rare de voir des enfans rendre des vers dans le cours de leur petite vérole, sans qu'aucun symptôme extraordinaire ait pu faire soupçonner leur existence, et sans que la marche de la petite vérole ait été sensiblement dérangée; mais je sais aussi que la présence de ces animaux, leur agitation et leur décomposition ou corruption, ont jeté plusieurs enfans dans des coliques très-aiguës, avec envies de vomir, vomissemens, dévoiemens liquides très-fétides, ou ont causé une fièvre ardente accompagnée de convulsions, de délire, accidens qui troubloient la marche de la petite vérole, et exposoient les malades aux plus grands dangers, s'ils ne terminoient pas leurs jours (1); malheur dont j'ai été témoin.

Vanden-Bosen, médecin, dans son Histoire de la constitution vermineuse qui a régné dans les îles d'Ouerflacque et Goedefrede, en 1760, 1761, 1762 et 1763, s'exprime ainsi: « Quelques vermineux eurent » des petites véroles malignes, confluentes, cristallines, » et furent tourmentés par de violentes coliques ». Il ne parle point du traitement ni de l'issue de la maladie; mais le tableau qu'il en fait, généralement conforme à

⁽¹⁾ Cotunnius, déja cité, rapporte l'histoire de deux enfans qui, paroissant guéris complétement de leur petite vérole, le quatorzième jour périrent toutà-coup, au milieu des convulsions qui avoient été occasionnées par un amas de vers dans le tube intestinal.

ce que j'ai observé et à ce que nous ont transmis plusieurs auteurs, doit nous faire ranger la complication de la petite vérole avec la dépravation vermineuse, dans la classe des complications dangereuses, et les succès qu'a obtenus Menuret, dans la classe des motifs puissans d'employer le mercure dans ces circonstances très-fréquentes chez les enfans.

N'ayant pas eu occasion d'observer la coexistence de la maladie vénérienne et de la varioleuse sur des individus qui n'avoient point usé de mercure, je ne puis rien dire de l'influence du premier virus sur le second; mais Malouin nous avertit que cette complication est dangereuse, si les malades n'ont point encore fait usage des remèdes antivénériens: mais Roussel nous dit que le virus vénérien donne plus d'activité au variolique; les médecins l'ont écrit et publié, parce qu'ils l'ont observé dans leur pratique.

Or les deux malades dont j'ai parlé dans mon premier mémoire, qui ont été saisis de la petite vérole au milieu de leur traitement antivénérien; les forçats dont m'a parlé Poissonnier, et qui étoient dans le même cas; un garçon menuisier, qui avoit déjà reçu plusieurs frictions pour le guérir d'un bubon vénérien, par les conseils de Gouillart, chirurgien exerçant depuis trente ans l'art de guérir avec distinction, et qui l'a traité d'une petite vérole très-bénigne, très-discrète, sont des preuves que cette maladie est régulière et bénigne chez les individus vérolés qui ont pris avant des préparations mercurielles.

Dans les observations que je viens de discuter, nous

avons vu la petite vérole épidémique méchante, meurtrière; nous l'avons vue compliquée avec des maladies dangereuses de leur nature, ou qui, par leur association, la rendoient plus difficile; et, malgré ces circonstances fâcheuses en elles-mêmes, nous l'avons vue régulière, bénigne, chez ceux qui avoient fait usage du mercure. Je conviens que le concours de tous ces succès n'autorise pas rigoureusement la conséquence que ces petites véroles eussent été irrégulières, malignes et meurtrières sans l'effet de ce remède; mais on ne peut nier qu'il élève l'assertion contraire au plus haut degré de probabilité, quand sur-tout le nombre des expériences est aussi considérable. Je pense donc qu'on est raisonnablement fondé à admettre, avec les auteurs de ces observations, que l'usage du mercure a rendu ces petites véroles régulières et bénignes.

Je ne rappellerai point les observations que j'ai empruntées de Lobb, de Grassius, de Juncken, de Bruno Nettman, de Richardson, ni les expériences de Wan-Voensel: n'ayant pour objet que des petites véroles sans complication, les conséquences qu'elles présentent sont encore plus directes en faveur de mon opinion. Je passe à la seconde question,

§. I.I.

Est-ce aux vertus propres des préparations mercurielles que l'on doit attribuer la régularité, la bénignité des petites véroles, ou à la vertu, soit émétique, soit purgative, des autres médicamens auxquels elles étoient associées? mai grapy noi i o gib me com obrir ethog.

L'examen des préparations administrées donnera la

- 1º. Les pilules préservatives de Rosen étoient composées de quinze grains de muriate mercuriel doux (calomélas), d'autant de camphre, d'autant d'extrait aqueux d'aloès, et de vingt-cinq grains d'extrait de gaïac. L'extrait d'aloès est le seul médicament purgatif; encore légèrement purgatif, n'étant que l'extrait aqueux. La masse totale des ingrédiens étant divisée en pilules de deux grains, chaque pilule contenoit environ un tiers de grain d'extrait d'aloès; et par conséquent trois pilules, dose ordinaire pour les enfans, en contenoient un grain. L'intention de Rosen étoit que ses pilules procurassent au moins deux évacuations; c'est pourquoi il conseille d'augmenter la dose jusqu'à ce qu'on soit parvenu à obtenir cet effet.
- 2º. Grassius ajoutoit quatre grains de diagrède à vingtquatre de muriate mercuriel doux, pour une dose. Ce remède procura trois évacuations et un yomissement.
- 3º. Juncken n'ajoutoit que deux grains de diagrède à la même dose de muriate mercuriel doux, et il en obtenoit le même effet.
- 4°. J'ai donné à mes dartreux les pilules de Belloste, à la dose de quatre grains, pendant huit jours : alors elles ne purgeoient point; mais de neuf en neuf jours j'en faisois prendre trois ou quatre, c'est-à-dire douze à seize grains, et elles purgeoient.

162 MÉMOIRES DE MATHÉMATIQUES

5°. Ménuret, ayant à traiter une complication de petite vérole avec une disposition vermineuse, faisoit prendre en une seule dose six grains de muriate mercuriel doux, un grain d'oxide d'antimoine sulfuré rouge (kermès minéral), et un grain de tartite de potasse antimonié. Le remède de Ménuret faisoit vomir et purgeoit.

6°. Les pilules que prenoit la femme nourrice, dont Bruno Nettman nous a conservé l'histoire, lui avoient été conseillées comme purgatif doux.

7°. Lobb employoit l'oxide de mercure sulfuré noir (æthiops minéral) avec la fleur de soufre, donnant à la fois six grains de cet oxide et trois grains de fleur de soufre, ou il le mêloit avec la poudre de camomille, d'yeux d'écrevisses et de racine d'aunée.

8°. Fouquet a administré le muriate mercuriel doux avec l'extrait de ciguë.

9°. Suivant de Haen, disciple de Boerhaave, ce célèbre professeur de Leyde, frappé des expériences faites par Bohnius, Etmuller, Spressius et Grassius, a annoncé à ses auditeurs, dès 1709, que les préparations mercurielles et antimoniales pourroient bien être des antidotes de la petite vérole, et a déclaré que plusieurs fois il les avoit données avec succès; mais qu'intimidé par le nombre des adversaires de cette pratique et par le reproche qui lui fut fait d'avoir tué un enfant, le seul qui fût mort, quoiqu'il en eût traité plusieurs de la même manière avec succès, il n'avoit pas osé continuer. Verùm cùm tot adversarios hæc improbantes habuerim,

ego hanc rem felicioribus indagatoribus relinquam. Telles sont les expressions de Boerhaave en 1712. En 1735, après avoir recommandé la lecture du traité de Lobb, il ajouta: Olim quidem talia dabam (en parlant du mercure et de l'antimoine), et successus indè videbam; at verò, cùm multos inter sanatos infans moreretur, clamabant peremptum à me infantem esse, undè pertæsus desisti. Boerhaave faisoit prendre l'oxide de mercure sulfuré rouge (cinnabre natif), combiné avec le triple de son poids de sucre.

- 10°. Huxham ne parle que du même oxide et du muriate mercuriel doux (calomélas), sans addition d'autres remèdes.
- 11º. Wan-Voensel a donné le calomélas trituré avec le sucre.
- 12º. Le même Wan-Voensel a inoculé inutilement avec du pus trempé dans une dissolution de calomélas.
- 13°. Suivant la remarque de Malouin, il ne s'est élevé aucune pustule à l'endroit qui avoit été recouvert d'un emplâtre mercuriel avant l'éruption varioleuse.
- 14°. Un emplâtre mercuriel appliqué sur le lieu où l'insertion du pus variolique avoit été faite à un bras, la plaie ne s'est pas même enflammée, tandis qu'à l'autre bras la plaie, qui n'avoit pas été couverte de l'emplâtre, s'est enflammée et a suppuré.
- 15°. Enfin, dans les frictions employées pour guérir les forçats de Brest, chez les deux malades que j'ai vus, et chez le menuisier qu'a traité Gouillart, le mercure n'a été allié à aucun émétique, à aucun purgatif; il

164 MÉMOIRES DE MATHÉMATIQUES n'a été introduit dans le corps, et mêlé aux humeurs, que seul.

Je me résume. Dans les six premiers exemples, le mercure étoit associé avec des émétiques et des purgatifs; dans les dix autres, il étoit seul capable d'agir sur le virus variolique: car, lorsqu'on lui a joint quelqu'autre substance, c'étoit plutôt en qualité d'excipient qu'en qualité de remède actif. L'effet a été le même pour la qualité de la petite vérole.

Tout médecin rationel n'est-il donc pas autorisé à croire que c'est par sa vertu propre que le mercure a agi sur le virus variolique, et que la régularité, la bénignité des petites véroles qui ont fait le sujet de ces observations, lui sont dues, puisque son administration a été suivie de ces bons effets sans l'action simultanée d'autres remèdes, sous quelque forme qu'on l'ait donné?

Telle étoit la question que je m'étois proposé de résoudre. Il me reste à présenter les conséquences vraiment utiles qui sortent des recherches et des observations contenues dans les deux premiers mémoires.

TROISIÈME MÉMOIRE

Sur l'utilité des préparations mercurielles dans le traitement de la petite vérole naturelle,

Par le citoyen DESESSARTZ.

Lu à la séance publique du 15 vendémiaire an 7.

S1, pour le malheur de l'humanité, l'ignorance ou de grossiers préjugés sans cesse renaissans, quoique sans cesse combattus victorieusement, ou une insouciance barbare, empêchent encore aujourd'hui l'adoption de l'inoculation par tous les peuples, et par conséquent la presque-extinction de la petite vérole, au moins quant à ses funestes effets, notre devoir est de rechercher, de recueillir et d'annoncer tous les moyens d'écarter les maux dont elle est accompagnée et les malheurs dont elle est suivie, lorsqu'elle survient naturellement, et sur-tout lorsqu'elle se répand épidémiquement.

Le hasard d'abord, une induction raisonnable, et ensuite un nombre imposant de faits confirmatifs de cette induction, nous autorisent à espérer des succès. Instruit par un grand nombre d'observations, soit puisées dans les écrits publiés depuis soixante ans, soit

résultantes de ma pratique, que l'usage des préparations douces de mercure, administrées avant et même après l'introduction du virus variolique par l'inoculation, non seulement ne nuisoit pas à la marche de la petite vérole, mais la rendoit encore plus régulière, plus douce, d'une terminaison plus tranquille et plus heureuse, même au milieu d'une épidémie meurtrière: frappé de la constance du même avantage chez des malades qui usoient de préparations mercurielles lorsqu'ils ont été surpris par la petite vérole, j'ai saisi l'occasion d'employer cette méthode sur un enfant menacé d'une petite vérole inévitable, et dont beaucoup de circonstances faisoient redouter l'issue.

Agé de neuf mois, au milieu du travail des dents, il étoit nourri par sa mère, âgée de vingt-deux ans, d'une sensibilité et d'une irritabilité extrêmes (l'expression n'est pas exagérée); elle fut tout-à-coup saisie d'une fièvre violente, accompagnée de symptômes graves, avant-coureurs de la petite vérole. Dès le commencement du troisième jour son visage est couvert de boutons très-enflammés, et dont l'abondance ne permet pas de méconnoître une petite vérole confluente.

Cependant cette tendre mère ne peut céder au conseil de se séparer de son enfant : elle continue à lui donner à teter. Dans ce moment, la douce satisfaction qu'elle éprouvoit suspendoit ses douleurs, les agacemens de ses nerfs, et redoubloit son courage; mais enfin ses seins se tarirent, et l'absence totale du lait la força impérieusement à cette séparation douloureuse. Ce fut le

quatrième jour de l'éruption, le visage commençant à se gonfler.

Les détails des accidens qui accompagnèrent cette petite vérole, constamment orageuse et souvent alarmante, ne sont pas de mon objet présent : je me contenterai de dire que cette nourrice respectable vit et jouit d'une bonne santé, ainsi que du bonheur d'avoir conservé son fils unique.

Appelé à cette époque (le gonflement du visage), après avoir donné mes conseils pour la mère, mes regards et mon attention se tournèrent du côté de son enfant, qui me parut bien portant, se soutenant bien sur les bras de sa bonne. Je le vis évidemment menacé de la petite vérole, et je formai à l'instant le projet de le mettre à l'abri des dangers que naturellement on devoit craindre pour lui, sur-tout étant au milieu de la pousse de ses dents. On m'informa que depuis sa naissance il étoit incommodé d'une constipation habituelle qui obligeoit d'avoir recours à des lavemens ou à des purgatifs au moins tous les deux jours; disposition non moins dangereuse pendant le travail de la dentition que pendant celui de la petite vérole. Cette connoissance me confirma de plus en plus dans le plan que j'avois conçu.

Je conseillai de commencer sur-le-champ à le préparer, comme si j'eusse dû l'inoculer. En conséquence il prit tous les jours un quart de grain de muriate de mercure sublimé doux, avec un grain de jalap et un grain de sucre, triturés ensemble. L'effet de cette poudre, avalée dans une cuillerée de potage, fut de procurer la

liberté du ventre, et ce bénésice s'est maintenu constamment pendant tout le cours de la maladie, et même après. L'enfant buvoit, mangeoit, dormoit, étoit promené tous les jours, même au dehors, et a conservé sa gaieté ordinaire jusqu'au treizième jour, à dater de celui où il avoit commencé à prendre la poudre. Ce jour-là. qui étoit le dix-neuvième de la maladie de sa mère, il fut un peu de mauvaise humeur le soir, refusa tout aliment, ne desirant que dormir. La fièvre étoit médiocre et sans altération. Ce furent les seuls symptômes qui pendant trente-six heures précédèrent l'éruption. Celle-ci se fit lentement, mais par tout le corps. Le nombre des boutons ne s'est pas élevé au-dessus de cinquante. J'ai vu peu de petites véroles, même inoculées, parcourir tous leurs périodes avec autant de régularité et de calme. L'enfant, n'ayant pas été malade, n'a pas eu de convalescence. Les étrangers eussent refusé de croire qu'il avoit eu la petite vérole, sans les croûtes adhérentes à la peau et les taches rouges qu'elles ont laissées à découvert quand elles sont tombées.

Qu'il me soit permis de le demander, seroit-ce une témérité d'attribuer la douceur de cette petite vérole naturelle, au moins en partie, à l'action du muriate de mercure doux sublimé que l'enfant a pris constamment chaque jour, avant que l'action du virus qu'il avoit reçu de sa mère se manifestât? Je ne peux le croire. Il y a plus. J'ai été si convaincu du bon effet de cette préparation mercurielle, administrée avec la prudence que dicte la connoissance du sujet, et secondée par un

régime approprié, que je n'ai point hésité à le conseiller à des pères qui craignoient la contagion de la petite vérole pour leurs enfans, dont quelques-uns en ont fait usage et m'en ont assuré le succès. Quelques mois après ce fait heureux dont je viens de donner les détails les plus essentiels, je fus prié de donner mes soins à une fille de cinq ans, qui étoit au dixième jour d'une petite vérole confluente; mais elle avoit un frère âgé de trois ans : ce frère étoit constamment dans sa chambre; il n'avoit point eu la petite vérole. Je le soumis au même traitement que l'enfant dont je viens de donner l'histoire, et l'issue n'en a pas été moins favorable, malgré quelques erreurs commises dans le régime par la fausse amitié des femmes environnantes; (inconvénient malheureusement trop réel et trop fréquent, souvent seule source des accidens qui traversent le cours de cette maladie, sur-tout quand elle est inoculée. Je pourrai fournir des preuves de cette triste vérité par la suite; elles importent au succès de l'inoculation.) Je reviens au sujet de ce mémoire.

Ces deux enfans, à qui j'ai fait prendre la préparation mercurielle pour rendre la petite vérole naturelle plus douce, étoient dans des circonstances qui commandoient la certitude qu'ils ne pouvoient échapper à cette maladie. Ils l'ont eue en effet; mais ils l'ont eue douce, sans aucun accident, et peu fournie en boutons. Lorsque la petite vérole régne dans une commune, on doit légitimement la craindre pour les individus qui ne l'ont pas encore eue. Pourquoi ne les prépareroit-on pas de la

170 MÉMOIRES DE MATHÉMATIQUES même manière? cette méthode est douce, et n'exige que quelques réserves dans la qualité et la quantité des alimens.

Les médecins observateurs ont remarqué que la complication d'une affection vermineuse, d'un vice scrofuleux, dartreux, vénérien, rendoit les petites véroles naturelles plus dangereuses et souvent meurtrières. Aux observations que j'ai déjà citées (1) je pourrois en joindre beaucoup d'autres qui ne concourroient pas moins à autoriser l'espoir de diminuer singulièrement le danger des petites véroles, et par conséquent la mortalité qu'elles entraînent, ne fût-ce qu'en combattant, en anéantissant ou suspendant les complications qui les rendent orageuses et même funestes : avantage bien précieux aux yeux d'un praticien qui sait qu'il est bien plus facile de triompher d'une maladie simple que d'une composée; avantage inestimable à mes yeux, regardant comme un principe incontestable cette assertion, que la petite vérole seule est une maladie exempte de tout danger par elle-même, et n'exigeant que très-peu de secours étrangers aux règles d'une bonne diététique.

P. S. C'est d'après ma conviction personnelle, d'après les connoissances que j'ai du succès qu'a déjà eu la méthode que je propose (2), que, sur la demande

⁽¹⁾ Voyez les observations de Fouquet, de Ménuret, de Rosen, de Lobb, etc. second mémoire, pages 132 et suiv.

⁽²⁾ Blin, médecin à Nantes, a envoyé à la Société de médecine de Paris

qui m'en a été faite par mon collègue Legendre, membre de l'Institut national, j'ai dressé le plan de conduite que je suis et qu'il est important de suivre. Je crois remplir le vœu du Gouvernement dans la fondation de l'Institut, en publiant ce plan à la suite des mémoires qui le justifient.

Méthode à suivre dans l'emploi du muriate mercuriel doux, quand on veut préparer des enfans à l'inoculation, ou les prémunir contre les orages qui accompagnent la petite vérole naturelle lorsqu'elle est épidémique.

Le muriate mercuriel doux est ce qu'on appeloit autrefois le mercure doux, aquila alba, et, à une trèspetite différence près, ce que les Anglais appellent calomélas. Il est important de le prendre chez un pharmacien chimiste qui l'ait préparé lui-même.

On l'associe avec le double de son poids de jalap, d'iris de Florence et de sucre, en les triturant ensemble.

On donne la dose prescrite de cette poudre, le matin à jeun, entre deux tranches de pain trempées dans du bouillon, dans de l'eau sucrée, dans de la moelle de pomme cuite, ou dans tout autre véhicule, pourvu qu'il ne soit pas liquide. On donne de suite à déjeûner avec

des observations sur une épidémie variolique, pendant laquelle il a disposé les personnes qui n'avoient pas encore été attaquées, en leur faisant prendre des préparations mercurielles. Il a eu depuis constamment lieu de s'en applaudir.

172 MÉMOIRES DE MATHÉMATIQUES du pain et du bouillon, ou de la panade, ou du chocolat très-léger, ou du fruit cuit.

Si la dose employée purge, c'est-à-dire, fait aller à la garde-robe plus qu'à l'ordinaire, tous les jours, après les trois premiers, on ne la donnera plus que de deux jours l'un.

On peut continuer, soit tous les jours, soit de deux jours l'un, pendant plusieurs décades, et tant que la petite vérole règne épidémiquement.

Lorsque les premiers symptômes de la maladie s'annoncent, on double, le jour même ou le lendemain, la dose que l'enfant avoit coutume de prendre afin de le purger, et on en seconde l'effet par deux ou trois bouillons aux herbes légers, ou simplement de veau. Les jours suivans on continue la dose ordinaire, jusqu'à ce que la suppuration soit complétement établie.

J'observe que l'emploi de cette poudre, dans le moment de l'invasion, n'empêche pas l'administration des autres moyens que le médecin jugera commandés par la constitution individuelle du malade, ou par d'autres circonstances, tels que les bains de pieds, l'application des cataplasmes de navets ou autres, les boissons délayantes, etc.

Lorsque le ventre n'est pas libre pendant le cours de la petite vérole, on fait prendre, de trois jours l'un, la même dose qui avoit été donnée le premier jour de l'invasion, et après, plusieurs tasses de bouillon ordinaire coupé avec cinq sixièmes d'eau.

La suppuration finie, le traitement se fait à l'ordinaire.

Doses.

On peut donner cette poudre aux enfans à la mamelle, pourvu qu'ils ne soient pas trop incommodés par le travail de la dentition.

La dose est pour eux d'un quart de grain de muriate mercuriel doux, d'un demi-grain de jalap, d'un demigrain d'iris de Florence, et d'un grain de sucre, qu'on leur fait avaler dans une cuillerée de panade.

Pour les enfans depuis un an jusqu'à ce que toutes les premières dents, ou au moins seize, soient sorties,

Un demi-grain de muriate mercuriel doux et le double de jalap, d'iris et de sucre.

Pour les enfans qui ont leurs premières dents, jusqu'à la sortie complète de celles de sept ans,

Trois-quarts de grain de muriate mercuriel doux, et le double des autres poudres.

Après cette époque jusqu'à celle de quatorze ans on peut donner

Un grain de muriate mercuriel doux, et les autres poudres en proportion.

Au lieu de donner ces poudres dans les véhicules qui sont indiqués, on peut les donner sous forme de pilules.

Quoique l'expérience n'ait encore fait connoître aucun inconvénient de l'administration ainsi graduée de ces poudres, la prudence néanmoins veut qu'elle soit toujours soumise au jugement et à la direction d'un

médecin; car il est des constitutions auxquelles les préparations mercurielles, même les plus douces, ne conviennent point: par exemple, chez les enfans qui ont un vice scorbutique, qui sont sujets à des hémorrhagies, à de fréquens dévoiemens, qui sont tristes, mélancoliques, et ont presque tous les soirs une petite fièvre lente, à moins que ces derniers accidens ne soient occasionnés par des vers.

Régime.

Les règles du régime que l'on doit prescrire aux enfans, sont, 1°. de les faire déjeûner avec quelque chose de chaud, après avoir pris la dose de poudre. La matière de ces déjeûners a été désignée plus haut.

2°. De les faire boire un peu plus qu'à l'ordinaire, soit pendant les repas, soit entre leurs repas, s'ils ont soif; dans le dernier cas leur boisson sera une légère infusion de feuille d'orangers avec un peu de sucre ou du miel blanc.

Si l'enfant est à la mamelle, sa mère boira dans la journée deux ou trois tasses de la même infusion ou de toute autre analogue, pourvu qu'elle ne soit pas acide.

3°. A dîner, on le laissera manger à son appétit, et ses mets ordinaires seront de bonne qualité et de facile digestion.

4°. Trois heures après le diner on lui donnera à goûter du pain sec, ou tout au plus avec du miel ou quelque fruit cuit.

5º. Au souper, du potage seulement, ou des herbes potagères, des racines, accommodées au maigre.

On continuera à donner du vin à celui qui est dans l'habitude d'en-boire.

On n'interrompra point les bains, s'il est dans l'usage d'en prendre; s'il n'est pas dans cet usage, on ldi lavera au moins les pieds et les jambes dans de l'eau tiède, tous les trois ou quatre jours.

Sans rien changer à ses exercices, on veillera à ce qu'il ne soit pas exposé trop long-temps à la pluie, au vent froid et humide; et, s'il est mouillé, on le changera de vêtemens. Il est important de ne pas négliger cette attention: stone de moran de uni

On ne le tiendra ni plus long-temps ni plus couvert qu'à l'ordinaire, dans son lit.

DÉTERMINATION

THÉORIQUE ET EXPÉRIMENTALE

DES FORCES

Q v 1 ramènent différentes aiguilles aimantées à saturation, à leur méridien magnétique,

Par le citoyen Couloma.

- 1. Dans les différens mémoires que j'ai présentés à la ci-devant Académie des sciences, j'ai trouvé, au moyen de ma balance de torsion, par des expériences qui paroissent décisives, les principales lois de l'action des élémens du fluide magnétique.
- 2. Il résulte de ces expériences que, quelle que soit la cause des phénomènes magnétiques, tous ces phénomènes pouvoient s'expliquer et être soumis au calcul, en supposant dans les lames d'acier ou dans leurs molécules, deux fluides aimantaires, les parties de chaque fluide se repoussant en raison directe de leur densité, et en raison inverse du carré de leur distance, et attirant les molécules de l'autre fluide dans le même rapport;

en sorte que chaque lame de fer ou d'acier renferme dans chaque molécule, avant d'être aimantée, une quantité des deux fluides suffisante pour se saturer ou s'équilibrer mutuellement, que les deux fluides ainsi réunis n'exercent plus aucune action l'un sur l'autre.

3. Il résulte de cette supposition que tout l'art d'aimanter une lame consiste à séparer les deux fluides, et j'ai prouvé dans les mémoires que je viens de citer, que, soit qu'ils soient seulement séparés dans chaque molécule de l'acier, soit qu'ils soient transportés d'une extrémité de la lame à l'autre, les résultats étoient les mêmes quant au calcul.

4. Mais comme ces deux fluides supposés séparés dans les lames aimantées, agissent pour se réunir; ils se réuniroient effectivement, s'il n'y avoit pas dans les lames aimantées quelque force qui empêchât cette réunion. La supposition la plus simple pour satisfaire à cette condition, est une force d'adhérence de ce fluide aux molécules de l'acier, qui l'empêche de se déplacer. Mais si cette force d'adhérence existe, elle a une limite: ainsi toutes les fois que l'action du fluide magnétique sur une molécule de ce fluide, sera plus considérable que son adhérence à l'acier, cette molécule se déplacera, et ce déplacement continuera jusqu'à ce qu'il y ait égalité entre les forces qui agissent sur chaque molécule aimantaire pour la déplacer, et la force d'adhérence qui s'oppose à ce déplacement.

5. Il résulte de l'article qui précède que la distribution du fluide magnétique dans une lame aimantée;

1. т. 3.

offre au calcul un problème indéterminé; car ce sluide peut être distribué de toutes les manières possibles, pourvu qu'il n'y ait aucun point dans la lame où l'action qui tend à le déplacer soit plus grande que l'adhérence du fluide aux molécules de l'acier. Parmi toutes les suppositions que l'on peut faire pour la distribution de ce sluide, et qui rendent ce problème déterminé, il en est une où l'on peut dire que l'aiguille est aimantée à saturation: c'est celle où chaque point du sluide éprouve de la part de tout le fluide de la lame une action qui tend à le déplacer, précisément égale à celle que la cohérence oppose à ce déplacement. Cette condition détermine, comme on voit, la disposition du sluide, et pour lors la question peut être soumise au calcul.

6. L'on parvient à aimanter à saturation, ou au moins à approcher très-près de cet état dans les lames d'acier, soit par la méthode de la double touche, soit par celle dont j'ai fait usage (1). Par cette dernière méthode, le fluide magnétique est transporté d'une extrémité de la lame à l'autre, et est par conséquent séparé par les forces réunies des poles opposés de quatre forts aimans. Lorsqu'on sépare ensuite la lame aimantée des aimans, le fluide se trouve avoir, aux extrémités de la lame, plus de densité que dans l'état de saturation, c'est-à-dire que tout le fluide répandu dans la lame agit sur chacune de ses molécules avec une force plus grande que la résistance qu'oppose l'adhérence: ainsi le fluide aimantaire

⁽¹⁾ Volume de l'Académie des sciences pour 1789, p. 504.

se déplace de chaque point de l'aiguille, jusqu'à ce qu'il y ait par-tout égalité entre l'action qui tend à le déplacer, et l'adhérence qui s'oppose à ce déplacement.

Il arrive quelquefois dans des lames qui sont trèslongues, relativement à leurs autres dimensions, et surtout dans celles qui sont fortement trempées, qu'il se forme plusieurs centres aimantaires; ou que le centre aimantaire ne se place pas au milieu de l'aiguille. Nous rendrons compte de cet effet dans un autre mémoire; nous dirons seulement que c'est à cette difficulté de placer le centre magnétique dans le centre de gravité des lames, que l'on doit attribuer un fait absolument nécessaire de connoître dans la construction des aiguilles de boussole. Voici en quoi il consiste. Lorsque l'on trempe à blanc une lame d'acier longue et peu épaisse, qui auroit, par exemple, 330 millimètres de longueur, 10 millimètres de largeur et 1 millimètre d'épaisseur, l'on trouve que la force directrice qui la ramène dans son méridien est beaucoup moins grande que lorsque l'aiguille est revenue à consistance de ressort. Le contraire a lieu dans les petites aiguilles : il faut, pour que le moment de force directrice soit un maximum, qu'elle soit trempée rouge-blanc. J'avois déjà trouvé une partie de ces faits (1); mais j'avois pour lors trop généralisé les résultats. Je serai obligé d'y revenir dans un ou deux mémoires qui suivront immédiatement celui-ci, et qui termineront le travail que j'ai entrepris

⁽¹⁾ Volume de l'Académie pour 1789, p. 494.

180 MÉMOIRES DE MATHÉMATIQUES sur les lois du magnétisme et leurs usages dans la construction des aiguilles aimantées.

7. Je reviens à l'objet du mémoire que je soumets aujourd'hui au jugement de l'Institut. Dans une des expériences décrites dans le mémoire que je viens de citer, j'avois réuni en faisceaux plusieurs aiguilles de fil de fer, et en les aimantant à saturation ainsi réunies, j'avois trouvé qu'en formant des faisceaux semblables, ou, ce qui revient au même, dont toutes les dimensions correspondantes fussent proportionnelles, ces faisceaux étoient ramenés au méridien magnétique par des forces dont le momentum étoit comme le cube des dimensions semblables. J'avois ensuite tâché de prouver, par une méthode de tâtonnement, que, relativement à l'axe de deux cylindres aimantés à saturation, la théorie donnoit le même résultat:

J'ai aujourd'hui pour objet de prouver que, quelle que soit la figure de deux aiguilles aimantées, pourvu que les figures soient semblables, c'est-à-dire les parties correspondantes proportionnelles entre elles, il résulte de l'expérience que le momentum de leur force directrice vers le méridien magnétique est comme le cube de leurs dimensions correspondantes.

Je prouverai ensuite, par une méthode rigoureuse, que, d'après la théorie que je viens d'expliquer, ce résultat doit avoir lieu. La réunion de ces deux preuves ne laissera plus de doutes, non sur les causes du magnétisme, qui offriront toujours un champ vaste à tous les systèmes, mais sur les lois d'après lesquelles l'on doit

calculer et déterminer d'une manière rigoureuse tous les phénomènes magnétiques.

Première expérience.

8. J'AI tiré d'une même planche d'acier laminé deux aiguilles parallélogrammatiques; elles avoient 250 millimètres de longueur, 30 millimètres de largeur, et à peu

près un millimètre d'épaisseur.

L'on a réuni par leur plan ces deux aiguilles, en liant fortement les deux extrémités, de manière à les contenir en contact; on les a pour lors aimantées à saturation, on les a placées dans la balance de torsion dont nous parlerons tout à l'heure, et l'on a trouvé que pour les retenir à 27 degrés de distance de leur méridien, il a fallu une force de torsion de 332 degrés.

Seconde expérience.

9. J'AI coupé dans la même planche d'acier une troisième lame, qui avoit précisément la moitié de la longueur et de la largeur de la première. Comme elle avoit été tirée de la même planche, elle avoit nécessairement la moitié de l'épaisseur des deux lames réunies. Cette lame étant aimantée à saturation, il a fallu une force de torsion de 42 degrés pour la retenir, comme la première, à 27 degrés de son méridien magnétique.

Explication et résultat de cette expérience.

10. J'AI expliqué, dans les Mémoires de l'Académie pour 1789, tous les détails de la construction d'une

balance de torsion fondée sur les lois de la force de torsion des fils de métal. Voici le précis de cette construction. Lorsqu'on suspend à un fil de métal très-fin un cylindre, de manière que l'axe de ce cylindre se trouve dans la prolongation du fil et du point d'attache, il y aura une position où ce cylindre s'arrêtera, et c'est celle où la torsion du fil est nulle; mais si, sans déranger l'axe de la situation verticale où il se trouve, l'on fait tourner ce cylindre autour de cet axe, le fil se tordra, et la force de torsion, lorsqu'on lâchera le cylindre, l'obligera de tourner et de faire des oscillations autour de cet axe. Or, si l'on observe avec une montre à secondes le temps des oscillations, l'on trouvera que, soit que l'angle de torsion soit seulement de quelques degrés ou de plusieurs cercles, les oscillations seront isocrones; d'où il résulte, par une théorie connue de tous les géomètres, que les forces de torsion d'un même fil sont proportionnelles à l'angle de torsion. La valeur absolue de cette force de torsion se détermine ensuite en poids d'une manière exacte, d'après le temps des oscillations du cylindre, dont on connoît le poids et le rayon. J'ai prouvé (1) qu'en déterminant la force de torsion d'un fil de métal, d'après les oscillations d'un cylindre suspendu à ce fil, et tournant autour de son axe au moyen de cette force de torsion, l'on trouvoit que le moment de cette force étoit égal à $\left(\frac{Pa^2}{2\lambda}\right)$ multiplié par l'angle

⁽¹⁾ Mémoires de l'Académie pour 1784.

de torsion, où P est le poids du cylindre, a son rayon, et λ la longueur du pendule qui bat des oscillations isocrones avec les oscillations du cylindre. On trouve dans le volume des Mémoires de l'Académie pour 1784, tous les détails d'expérience et de calcul nécessaires pour déterminer la force de torsion des différens sils de suspension relativement à leur longueur, à leur grosseur et à leur nature.

11. Actuellement, pour se servir de la force de torsion d'un fil de métal à déterminer le rapport de la force qui ramène deux aiguilles à leur méridien magnétique, l'on n'a besoin que de savoir que la force de torsion pour le même fil est proportionnelle à l'angle de torsion; d'après cela l'on suspend dans une boîte, horizontalement et successivement au moyen d'un fil de métal, les deux aiguilles aimantées, en faisant en sorte que, lorsque les aiguilles sont dans leur méridien magnétique, la torsion soit nulle. L'on tord ensuite le fil au moyen d'une pince qui le saisit dans sa partie supérieure, et qui porte un index qui mesure l'angle de torsion; l'on fait en sorte, comme dans nos deux expériences, que la torsion soit telle que les lames aimantées se trouvent, dans l'une et dans l'autre, former le même angle avec le méridien magnétique, et pour lors le momentum de la force qui ramène les deux aiguilles au méridien, est proportionnel à l'angle de torsion. L'on sent que pour avoir le véritable angle de torsion, il faut ôter de l'angle que parcourt l'index, celui dont la lame aimantée, entraînée par la force de torsion,

184 MÉMOIRES DE MATHÉMATIQUES

l'éloigne de son méridien. L'on trouvera dans le volume des Mémoires de l'Académie pour 1789, tous les détails d'après lesquels on peut déterminer les lois magnétiques au moyen de la balance de torsion : il faut seulement avertir que, dans l'usage de cet instrument, on doit observer les aiguilles à droite et à gauche du méridien, et prendre une moyenne pour corriger l'erreur qui peut résulter, soit de l'incertitude de la ligne méridienne tracée sur le milieu de l'aiguille, soit de l'angle primitif de torsion relativement à cette méridienne.

12. Voici à présent le résultat de l'expérience qui précède. L'aiguille, composée des deux grandes lames, dans la première expérience, avoit toutes les dimensions doubles de la petite lame de la seconde expérience: ainsi les cubes de ces dimensions étoient entre eux :: 8 : 1. L'on trouve, pour les forces de torsion, les nombres 322 et 41, qui sont très-approchant entre eux :: 81 : 10. Ainsi les momens des forces qui ramènent les deux aiguilles à leur méridien magnétique, sont entre eux comme le cube de leurs dimensions homologues.

Troisième expérience.

13. J'AI réuni trois lames semblables aux deux de la première expérience, et pour éloigner cette aiguille ainsi composée, de 21 degrés de son méridien, j'ai trouvé qu'il falloit une torsion de 340 degrés.

Quatrième expérience.

and other than it all the . 14. Une lame tirée de la même planche, mais qui n'avoit que le tiers de la largeur et de la longueur des trois précédentes, a été retenue à 21 degrés de son méridien par une force à peu près de 13 degrés 1.

15. Dans les deux dernières expériences, les cubes des dimensions homologues sont entre eux :: 27 : 1. Les forces de torsion sont entre elles dans un rapport un peu plus grand que 25 à 1, quantités que l'on peut regarder comme très-approchées dans des expériences

de cengenre liber el poya soldi ibilianos mon e dena cob 16. Enfin, pour n'avoir aucun doute sur la continuité de cette loi, j'ai voulu comparer entre elles des aiguilles, soit parallélogrammatiques, soit cylindriques, dont le rapport des cubes fût représenté par un très-grand nombre, comme, par exemple, 150 à 1. D'ailleurs, dans les expériences précédentes, mes premières aiguilles étoient de plusieurs pièces, et je voulois comparer entre elles des aiguilles d'une seule pièce, pour savoir si les aiguilles ou les aimans, composés d'une ou de plusieurs pièces, avoient la même force que les autres; mais je me suis aperçu, d'après les résultats des expériences qui précèdent, qu'en plaçant de très-petites aiguilles dans la chappe de la balance magnétique qui est destinée à porter ces aiguilles, je n'aurois, en éloignant ces petites aiguilles de 20 à 30 degrés de leur méridien, que des angles de torsion très-petits, et que les erreurs de

186 MÉMOIRES DE MATHÉMATIQUES

l'observation mettroient pour lors de l'incertitude dans les résultats. Je me suis déterminé, dans ce dernier cas, à me servir de la méthode des oscillations qui convient pour ce genre d'expérience, et dont le calcul est trèsfacile lorsqu'on ne veut comparer entre elles que des figures simples qui ont dans toute leur longueur le même nombre de fibres égaux.

17. Voici en quoi consiste cette méthode. Euler avoit trouvé avant moi, et j'ai développé cette théorie dans le neuvième volume des Mémoires des Savans étrangers, que lorsqu'une aiguille aimantée, de forme, soit paral-lélogrammatique, soit cylindrique, oscille en formant des angles peu considérables avec le méridien magnétique, le môment des forces qui la ramènent à ce méridien étoit assez exactement représenté par la formule (1) $\frac{Pl^2}{3\lambda}$, multiplié par l'angle dont elle est éloignée de ce méridien, où P est le poids de l'aiguille, l la moitié de l la moitié l la moitie l la moitié l la moitie l la moiti

ACN = s; NCa = (A - s); $C\mu = r$.

 μ iétant une molécule aimantaire placée en μ , l'on a pour le moment de l'action de la terre qui ramène l'aiguille à son méridien CA,

onthe in third ar and (A - s) defour;

et u étant la vîtesse angulaire, l'on aura rdu pour l'accélération du point u,

⁽¹⁾ Voici la démonstration de ce résultat. Dans la fig. 4, ab représente le méridien magnétique; ACB = A, l'angle que forme l'aiguille avec son méridien, lorsqu'elle commence à osciller autour de son centre C, angle que l'on suppose très-petit; φ la force aimantaire de la terre qui agit sur le point μ parallélement au méridien magnétique; NC la position de l'aiguille au bout du temps τ :

sa longueur, et λ la longueur d'un pendule qui battroit les oscillations isocrones à celle de l'aiguille.

Ainsi si, dans les expériences où nous voulons comparer deux aiguilles semblables, nous fesons P le poids de la première, l sa longueur, et λ le pendule qui bat des oscillations isocrones aux vibrations de cette aiguille; P', l' et λ' les quantités correspondantes de la seconde

et du. $\int \mu r^2$ pour le moment d'accélération de toute l'aiguille; d'où résulté $(A-s) \int \phi \mu r$. $dt = du \int \mu r^2$, ou

$$(A-s) dt \frac{f\phi\mu r}{f\mu r} = du.$$

Mais si un pendule ordinaire oscille, l'on a

$$(a'_1-s') dt \frac{g}{L} = du.$$

Ainsi, si l'on suppose, ce qui est très-permis, les deux équations identiques, l'aiguille et le pendule feront leur oscillation dans le même temps, et l'on aura dans ce cas per le permis permis permis et l'on aura dans ce cas per le permis permis et l'on aura dans ce cas permis per

$$\frac{\int \varphi \, \mu \, r}{\int \mu \, r^2} = \frac{g}{L}.$$

Mais si h est la surface qui représente la section de l'aiguille, section dont on suppose les dimensions très-petites relativement à la longueur de l'aiguille, l'on aura $\int \mu r^2 = \int h r^2 \cdot dr$, dont l'intégrale est $\left(\frac{h}{3}r^3\right)$, et R étant la moitié de la longueur de l'aiguille, l'on aura pour l'aiguille entière $\frac{2hRR^4}{3}$; ainsi $\int \varphi \mu r = g^2 hR \frac{R^3}{3L}$; et comme $g^2 hR$ représente le poids de l'aiguille, l'on a $\int \varphi \mu r = \frac{PR^3}{3L}$, quantité qui représente le momentum de l'action magnétique que la force aimantaire de la terre exerce pour ramener l'aiguille à son méridien magnétique.

188 MÉMOIRES DE MATHÉMATIQUES aiguille; si l'on nomme φ le moment magnétique de la première, et φ' celle de la séconde, l'on aura

$$\frac{\varphi}{P'\, I'^2, \, \lambda'} = \frac{P\, I^2, \, \lambda'}{P'\, I'^2, \, \lambda'}$$

Mais comme la longueur de deux pendules est dans le rapport du carré du temps des oscillations, si T est le temps où la première aiguille fait un certain nombre d'oscillations, et T' celui où la seconde fait le même nombre d'oscillations, l'on aura $\frac{\lambda}{\lambda'} = \frac{T^2}{T'^2}$; ainsi

$$\frac{\varphi}{\varphi'} = \frac{P l^2 \cdot T'^2}{P' l'^2 \cdot T^2}.$$

Mais comme nous voulons comparer ici des aiguilles, soit parallélogrammatiques, soit cylindriques, de dimensions semblables, il en résulte que $\frac{P}{P'} = \frac{f^3}{I^3}$; ainsi

$$\frac{\varphi}{\varphi'^{\epsilon}} = \frac{l^5 \cdot T'^2}{l^{5 \cdot 1} T^2}, \text{ i.e.}$$

Et si $\frac{\varphi}{\varphi'}$ étoit, ainsi que nous l'avons trouvé, par les expériences qui précèdent, proportionnel à $\frac{P}{P^3}$, l'on auroit, ad'appès cette formule, simple par imp

$$\frac{l^3}{l^{'3}} = \frac{l^5 \cdot T^{\prime 2}}{l^{'5} \cdot T^2}, \text{ ou } = \frac{T'}{T};$$

c'est-à-dire qu'en supposant que les momens des forces magnétiques de deux aiguilles de dimensions semblables soient, ainsi que les expériences précédentes nous l'ont indiqué, proportionnels au cube de ces dimensions, on doit trouver les temps des oscillations proportionnels aux longueurs des lames.

Il sera facile par conséquent de vérifier, par ce rapport très-simple, si la loi qui nous a été indiquée dans les précédentes expériences, existe encore lorsque le nombre qui représente le raport des cubes de ces dimensions est très-grand.

Cinquième expérience.

18. J'AI pris deux lames parallélogrammatiques rectangles d'acier fondu: la première pesoit 100.3 grammes; la seconde, 0.61 gramme. Les racines cubes de ce poids sont entre elles :: 5.5 : 1.0; c'est aussi le rapport que l'on a donné à leurs dimensions semblables. La première avoit 321 millimètres de longueur, la seconde avoit 58 millimètres; les autres dimensions étoient dans le même rapport. Ces lames aimantées toutes deux à saturation, la première a fait 30 oscillations dans 300, la seconde a fait 30 oscillations dans 55.

Résultat de cette expérience.

19. Si l'on prend la racine cube du poids des deux aiguilles, nous trouvons ces racines très-approchant :: 55: 10; les longueurs, les largeurs et les épaisseurs étant dans les mêmes proportions, nous trouverons le temps d'un même nombre d'oscillations :: 300: 55, très-approchant :: 55: 10. Ainsi les temps d'un même nombre d'oscillations étant comme la longueur des aiguilles, il résulte du calcul de l'article précédent que

les momens des forces directrices sont entre eux comme les cubes des dimensions.

Les cubes des dimensions, et par conséquent le rapport des forces, se trouve ici :: 164 : 1; ce qui ne laisse aucun doute sur la vérité du résultat que nous établissons d'après l'expérience.

Sixième expérience.

20. J'A1 pris deux aiguilles cylindriques d'excellent acier fondu, telles qu'on les trouve répandues dans le commerce.

La première pesoit 46.388 grammes; sa longueur étoit de 322 millimètres. La petite pesoit 2.159 grammes; elle avoit 115 millimètres de longueur.

La grosse aiguille a fait 10 oscillations en 90"; la petite aiguille a fait 10 oscillations dans 32".

Résultat de cette expérience.

21. Le rapport des racines cubes des poids des deux aiguilles est approchant :: 28 : 10; celui des longueurs des aiguilles :: 28 : 10; celui d'un même nombre d'oscillations :: 90 : 32 :: 28 : 10.

Ces trois rapports calculés rigoureusement, en employant un plus grand nombre de chiffres, sont si rapprochés que, dans des expériences de ce genre, on peut les regarder comme égaux.

22. Je n'augmenterai pas inutilement ce mémoire d'un

nombre d'expériences qui toutes m'ont donné le même résultat; je préviens seulement que, pour les faire réussir, il faut absolument que les aiguilles soient dans le même état, c'est-à-dire, ou recuites rouge-blanc, ou trempées rouge-blanc. Le premier état est préférable; 1°. parce que dans les aiguilles ainsi recuites, à moins qu'elles n'aient une très-grande longueur relativement aux autres dimensions, il est très-rare que leur centre aimantaire ne les partage pas par le milieu, ou qu'elles aient plusieurs centres. C'est ce qu'il faut toujours vérifier avant de faire la comparaison des expériences.

En second lieu, c'est que s'il est très-difficile de saisir, en trempant deux aiguilles, précisément le même degré de trempe; il est encore plus difficile, en les faisant recuire jusqu'à l'état de ressort, de leur donner le même degré de recuit: et pour lors, l'état de l'acier n'étant pas le même dans les deux aiguilles, l'adhérence des molécules aimantaires à celle de l'acier, n'est pas la même.

22. Il me reste, pour remplir l'objet de ce mémoire, à faire voir l'accord du calcul théorique avec les expériences qui précèdent.

Les fig. 1 et 2 représentent deux parallélépipèdes dont les côtés sont homologues. Je choisis ces figures à cause de leur simplicité. L'on verra tout-à-l'heure que, quels que soient les corps que l'on compare entre eux, pourvu que les deux figures soient semblables, la démonstration qui va suivre pourra s'y appliquer.

Je rapporte un point quelconque µ aux trois coor-

192 MÉMOIRES DE MATHÉMATIQUES données perpendiculaires l'une à l'autre, et parallèles aux faces du parallélépipède. Je fais cp = x, pq = y, et qu = z.

Je prends ensuite dans le parallélépipède A' B' D' F' un point c', placé d'une manière homologue au premier.

Je divise chaque parallélépipède en un nombre infini de parallélépipèdes semblables aux parallélépipèdes ABDF, A'B'D'F'; en sorte que chaque parallélépipède en contient un nombre égal.

D'après ces suppositions, l'action d'une molécule élémentaire placée en μ sur le point c, sera représentée par la masse de cette molécule multipliée par sa densité, et divisée par le carré de sa distance.

Et si l'on décompose cette force parallélement à l'axe cP, l'on aura la force décomposée suivant la direction de cet axe, égale à

 $\frac{\int dx \, dy \, dz \, x}{(xx + yy + zz)^{\frac{1}{2}}}$

Où s'est la densité du fluide magnétique en μ . L'on aura pour le petit parallélépipède, en nommant les mêmes lettres avec un accent, les quantités correspondantes,

 $\frac{\int dx' dx' dy' dz' x'}{(x'^2 + y'^2 + z'^2)^{\frac{3}{4}}}$

Mais puisque les molécules sont supposées, dans les deux parallélépipèdes, en égal nombre et semblables aux parallélépipèdes qu'ils composent, il résulte de cette supposition que

$$\frac{x}{x'} = \frac{y}{y'} = \frac{z}{z'} = \frac{l}{l'} = \frac{dx}{dx'} = \frac{dy}{dy'}$$
, etc.

où l'et l' sont les longueurs des deux parallélépipèdes. Ainsi la force qui agit dans le second parallélépipède devient

$$\frac{\delta' l'}{l} \frac{(x dx dy dz)}{(xx + yy + zz)^{\frac{1}{2}}}$$

D'où il résulte que l'action d'une molécule aimantaire, dans le premier parallélépipède sur le point c, est à l'action correspondante, dans le second parallélépipède sur un point c', semblablement placé :: δ : $\frac{\delta'}{l}$.

Mais nous observerons que les deux parallélépipèdes contiennent chacun un même nombre de parallélépipèdes semblables et placés semblablement, relativement aux points c et c', et que l'adhérence étant la même dans les deux parallélépipèdes, il faut que la somme des actions de toutes les molécules aimantaires qui agissent suivant pc dans le grand parallélépipède, soit égale à l'action aimantaire qui agit semblablement sur le point c' dans le petit parallélépipède : ce qui aura lieu si l'on suppose que les molécules correspondantes dans les deux parallélépipèdes, exercent sur les points c et c'une action égale; d'où résulte $\delta' l' = \delta l$.

Ainsi les densités magnétiques des points correspondans dans deux parallélépipèdes semblables, sont entre elles en raison inverse des longueurs de ces deux parallélépipèdes.

23. Il faut actuellement prouver que, d'après ce rapport des densités, les momens des forces magnétiques 1,

т. 3, 25 194 MÉMOIRES DE MATHÉMATIQUES qui ramènent deux aiguilles semblables à leur méridien, sont entre eux comme les cubes des dimensions homologues.

Dans la fig. 3, NS représente le méridien magnétique, ag une fibre longitudinale prise dans la longueur de l'aiguille, μ une molécule de cette fibre, sur laquelle la force magnétique de la terre agit suivant μf , parallèle au méridien magnétique; mais comme le centre d'action de la terre est à une distance que l'on peut regarder comme infinie, relativement à la longueur ga de l'aiguille, il en résulte qu'elle sera par-tout proportionnelle à la densité du fluide de la molécule μ , multipliée par son volume. Le momentum de cette force, si l'aiguille forme l'angle AcN avec son méridien magnétique, sera égal à $F\mu c\mu$ sin. acN.

Si l'on compare ce premier résultat avec ce qui auroit lieu pour une fibre correspondante, et semblablement placée dans le petit parallélépipède, l'on auroit pour cette fibre correspondante δ' μ' cu'. sin. acN.

Ainsi les momens des deux molécules correspondantes dans les deux parallélépipèdes, sont entre elles pour un même angle $acS:: \delta. c\mu. \mu: \delta'. c'\mu'. \mu'$; mais les molécules étant semblables aux parallélépipèdes, $\frac{\mu}{l} = \frac{l^3}{l'^3}$ et $\frac{cu}{c' \mu'} = \frac{l}{l'}$. Nous avons trouvé tout-à-l'heure que $\delta l = \delta' l'$: ainsi nous aurons $\delta c\mu. \mu: \delta' c' \mu'. \mu'$: $: \delta' l^4: \delta' l'^4: l^5: l'^5$, comme l'expérience nous l'avoit primitivement appris.

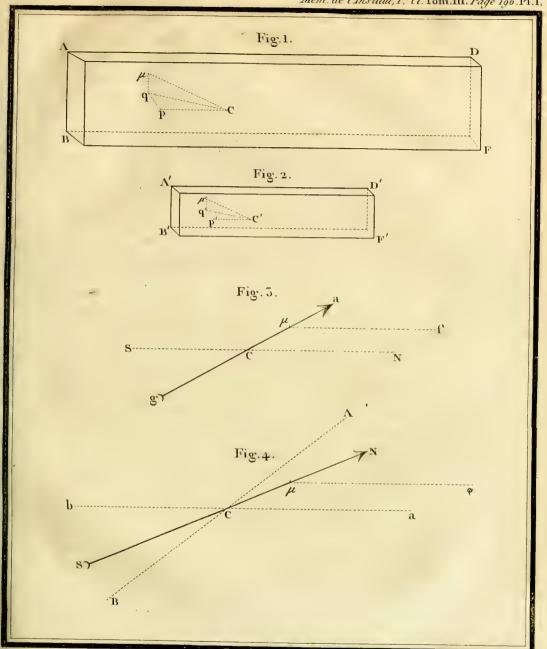
Ainsi il résulte également de l'expérience et de la théorie, que deux parallélépipèdes d'acier de même nature, et au même degré de recuit et de trempe, ont les momens de leurs forces directrices comme les cubes de leurs dimensions homologues.

- 24. Nous avons cru nécessaire de présenter la théorie qui précède dans un exemple particulier où les calculs élémentaires sont très-simples; mais il est facile de sentir, et cette remarque n'est pas pour ceux qui sont habitués à traiter ces sortes de questions, que le même résultat a lieu dans tous les corps de figures semblables, puisque l'on peut toujours prendre des points semblablement placés dans les deux corps semblables, et supposer chaque corps divisé en molécules dont la masse soit proportionnelle à la masse totale du corps; ce qui donnera en même temps un égal nombre de molécules dans chaque corps, et tous les résultats qui précèdent. C'est encore ce que l'expérience prouve : car en comparant entre elles des aiguilles aimantées de figures semblables, telles que celles dont on est dans l'usage de se servir dans les boussoles, qui sont ordinairement, ou des parallélépipèdes rectangles longs et applatis, ou des aiguilles cylindriques, ou des aiguilles en flèches, plates ou coniques, j'ai toujours trouvé que les momens de leurs forces directrices étoient comme le cube des dimensions homologues.
- 25. Lorsque l'on compare entre elles deux aiguilles semblables, mais qui ne sont pas de la même nature,

196 MÉMOIRES DE MATHÉMATIQUES

pour lors l'adhérence du fluide dans les molécules des deux aiguilles d'acier, n'est pas la même, et, dans les résultats de l'article 23, au lieu de faire $\mathcal{I} = \mathcal{I}'$, il faut, pour que l'équilibre subsiste, faire Il: I' !: A : A', ou $\mathcal{I} A' = \mathcal{I}' A'$, en supposant A la force d'adhérence dans la première aiguille, et A' celle de la seconde; et pour lors, pour avoir le rapport des momens de la force directrice, il faudra mettre, au lieu de $\delta' \ l' = \delta l, \ \delta' \ l' = \frac{A' \ \delta l}{A};$ ce qui donne le rapport des momens des forces magnétiques des deux aiguilles semblables, mais de nature différente :: Sl4 : A Sl l'3 :: Al3: A' l'3. Ainsi, dans deux aiguilles semblables, mais de nature différente, les momens de la force directrice sont entre eux en raison composée de l'adhérence du fluide aimantaire aux molécules de l'acier et du cube d'une des dimensions.

26. La méthode analytique que je viens de mettre sous les yeux de l'Institut est entièrement élémentaire; elle paroît devoir donner lieu à cette observation. La plus grande partie des questions de physique présentent des phénomènes d'attraction, de répulsion et de cohésion, dont il est presque toujours plus curieux qu'utile de connoître les causes, et nous y parvenons rarement; mais il n'en est pas de même des lois d'attraction et de répulsion, suivant lesquelles les corps agissent les uns sur les autres. Ces lois une fois connues, quelle que soit la position des molécules, si cette position est



Gravé par E. Collin .



donnée, la question se réduit à un problème d'analyse le plus souvent très-difficile à résoudre, sur-tout lorsque beaucoup d'élémens agissent les uns sur les autres suivant des lois différentes; mais il y a presque toujours dans chaque question des points de vue qui les simplifient, et qui sont suffisans pour vérifier les lois qui servent de base aux calculs, et dans lesquels une analyse souvent élémentaire peut avoir prise.

MÉMOIRE

SUR

LA THÉORIE DE LA LUNE,

Par le citoyen LAPLACE.

Lu le 26 prairial an 8.

In existe dans l'orbite lunaire un mouvement de nutation analogue à celui de l'équateur terrestre, et dont la période est celle du mouvement des nœuds de la Lune. Le sphéroïde terrestre, par son attraction sur ce satellite, fait osciller l'orbite lunaire, comme l'attraction de la Lune sur le sphéroïde terrestre fait osciller notre équateur. L'étendue de cette nutation dépend de l'applatissement de la Terre, et peut ainsi répandre un grand jour sur cet élément important. Il en résulte dans la latitude de la Lune, une inégalité proportionnelle à sa longitude moyenne, et dont le coefficient est — $6^{\circ}, 5$, si l'applatissement de la Terre est $\frac{1}{3\cdot 3\cdot 4}$. Ce coefficient augmente et s'élève à — $13^{\circ}, 5$, si cet applatissement est $\frac{1}{2\cdot 3\cdot 6}$. Cette inégalité revient à supposer que l'orbite lunaire, au lieu de se mouvoir sur l'écliptique, en

conservant sur elle une inclinaison constante, se meut avec la même condition sur un plan passant par les équinoxes, entre l'équateur et l'écliptique, et incliné à ce dernier plan de 6",5, dans l'hypothèse de \frac{1}{3.5.4} d'applatissement; phénomène analogue à celui que j'ai remarqué dans les orbes des satellites de Jupiter. (Voyez l'Exposition du systême du monde, liv. IV, chap. 6.)

Déjà la comparaison d'un grand nombre d'observations avoit indiqué à M. Burg, astronome allemand très-distingué, une inégalité périodique dans le mouvement des nœuds de la Lune, dont le maximum positif lui paroissoit répondre à peu près aux années 1778 et 1795, et dont le maximum négatif répondoit aux années 1768 et 1787; ce qui est conforme à la marche de l'inégalité que j'ai trouvée. Mais M. Burg n'a pas déterminé la loi de cette inégalité qui influe à la fois sur la position des nœuds de la Lune et sur l'inclinaison de son orbite. La découverte de cette loi est donc un nouveau bienfait de la théorie de la pesanteur universelle, qui, sur ce point comme sur beaucoup d'autres, a dévancé les observations. M. Burg, dans sa pièce qui vient d'être couronnée par l'Institut national, m'avoit engagé à rechercher la cause des anomalies qu'il avoit remarquées par les observations, dans les nœuds de la Lune : l'analyse m'a conduit à celle que je viens d'annoncer. Le citoyen Bouvard vient d'en comparer le résultat aux observations : 220 observations de Maskeline, dans lesquelles l'inégalité précédente étoit à son maximum positif, combinées avec 220 observations

200 MÉMOIRES DE MATHÉMATIQUES

dans lesquelles elle étoit à son maximum négatif, lui ont donné — 7'',5 à très-peu près, pour son coefficient; ce qui répond à $\frac{1}{3+4}$ d'applatissement pour la Terre. Ce coefficient s'éleveroit à — 13'',5, si la Terre étoit homogène. Son homogénéité est donc exclue par les observations mêmes du mouvement de la Lune.

La considération de l'inégalité précédente, m'a fourni une nouvelle détermination de l'inégalité de la Lune, dépendante de la longitude du nœud. Les observations avoient porté Mayer à admettre cette dernière inégalité, quoiqu'elle ne fût indiquée par aucune des théories de la Lune: il l'avoit fixée à 4" dans son maximum. Mason, par la comparaison d'un grand nombre d'observations de Bradley, l'a trouvée de 7". Enfin M. Burg, par un très-grand nombre d'observations de Maskeline, vient de la fixer à 6",8. L'existence de cette inégalité paroît donc incontestable. Je ne l'avois trouvée d'abord, par la théorie de la pesanteur, que de 2" au plus; mais ayant reconnu depuis la nutation de l'orbite lunaire, j'ai vu qu'elle influe très-sensiblement sur cette inégalité, et j'ai trouvé que son coefficient est à celui de l'inégalité précédente du mouvement en latitude, comme neuf fois et demie la tangente de l'inclinaison moyenne de l'orbite lunaire est à l'unité. Cela donne 5",6 pour ce coefficient, dans l'hypothèse de 1/33A d'applatissement pour la Terre. Il s'éleveroit à 11",5, si cet applatissement étoit -1 ; et comme toutes les observations donnent un coefficient plus petit, elles concourent avec celles du mouvement de la Lune en latitude, pour exclure

l'homogénéité de la Terre. Le coefficient 6",8, trouvé par M. Burg, répond à 1 306 d'applatissement; ce qui diffère peu de l'applatissement 1 donné par l'inégalité du mouvement en latitude. On voit donc que la comparaison d'un très-grand nombre d'observations de la Lune, tant en longitude qu'en latitude, peut déterminer cet applatissement avec autant de précision que les mesures directes; et il est remarquable que cet astre, par l'observation suivie de ses mouvemens, nous découvre la figure de la Terre dont il fit connoître la rondeur aux premiers astronomes, par ses éclipses. Il résulte encore de ces recherches, que la pesanteur de la Lune vers la Terre n'est point exactement dirigée vers le centre de cette planète, et se compose des attractions de toutes ses parties : ce qui fournit une confirmation nouvelle de l'attraction réciproque des molécules de la matière.

Voici présentement l'analyse qui m'a conduit à ces résultats, et qui est entièrement fondée sur les formules que j'ai données dans mon Traité de mécanique céleste, auquel je renvoie pour les démonstrations de ces formules. Je conserverai toutes les dénominations de cet ouvrage: je supposerai, ainsi que dans le nº 15 du livre II, que les lettres m, r, u, s, v, etc. se rapportent à la Lune; que les lettres m', r', u', s', v', etc. se rapportent au Soleil; que le plan fixe auquel on rapporte leurs mouvemens est celui de l'écliptique, et que M est la Terre. Je prendrai de plus, pour unité de masse, la somme M+m, des masses de la Terre et de la Lune.

202 MÉMOIRES DE MATHÉMATIQUES Cela posé, on aura par le nº 14 du livre II, et par le nº 35 du livre III,

$$Q = \frac{u}{\sqrt{1+ss}} + m'u' + \frac{m'u'^3}{4u^2} \cdot \left[1 - 2s^2 + 3.\cos(2v - 2v')\right] + \frac{u^3}{(1+s^2)^{\frac{3}{2}}} \cdot \left[\frac{1}{2}\alpha\phi - \alpha p\right] \cdot D^2 \cdot \left(\mu^2 - \frac{1}{3}\right);$$

 αp exprimant ici l'applatissement de la Terre dont D exprime le rayon moyen, et $\alpha \phi$ exprimant le rapport de la force centrifuge à la pesanteur à l'équateur. μ est le sinus de la déclinaison de la Lune. En nommant λ l'obliquité de l'écliptique, on aura à très-peu près,

$$\mu \equiv \sin \lambda$$
. $\sin \nu + s$. $\cos \lambda$.

La valeur de Q'contient donc le terme

2
$$D^2$$
. u^3 s. $\left(\frac{1}{2}\alpha\varphi - \alpha p\right)$. sin. λ . cos. λ . sin. v ;

et par conséquent l'expression de $\left(\frac{dQ}{ds}\right)$ contient le terme

2
$$D^2$$
. u^3 . $\left(\frac{1}{2}\alpha\varphi - \alpha p\right)$. sin. λ . cos. λ . sin. v .

La troisième des équations (K) du n° 15 du livre II donnera ainsi, par son développement, une équation de cette forme:

$$o = \frac{d d s}{d v^2} + (1 + 2 i) \cdot s - \frac{2 D^2 u}{h^2} \cdot \left(\frac{1}{2} \alpha \varphi - \alpha p\right).$$

$$sin. \lambda. cos. \lambda. sin. u + etc.;$$

— iv étant le mouvement rétrograde du nœud de la Lune. En l'intégrant, on voit que s contient le terme

$$\frac{D^2}{a^2i} \left(\frac{1}{2} \alpha \varphi - \alpha p \right). \ sin. \ \lambda. \ cos. \ \lambda. \ sin. \ v;$$

 $\frac{1}{u}$ et h^2 étant à fort peu près égaux à la moyenne distance a de la Lune à la Terre.

 $\frac{D}{a}$ est la parallaxe horizontale de la Lune, que nous supposerons de 57'; on a

$$\alpha \varphi = \frac{1}{289}$$
; $\lambda = 23^{\circ} 28'$, et $i = 0,004022$;

ce qui donne — 6",5. sin. ν pour l'inégalité précédente, en supposant $\alpha p = \frac{1}{334}$. Elle seroit — 13",5. sin. ν , si l'on supposoit $\alpha p = \frac{1}{230}$.

Considérons présentement l'inégalité du mouvement de la Lune en longitude. Pour cela reprenons la formule (T) du n° 46 du livre II. Nous observerons que dans cette formule, $R = \frac{1}{r} - Q$; ce qui donne, en considérant que $u = \frac{\sqrt{1+ss}}{r}$,

$$R = -m' u' - \frac{m' u'^{3} \cdot r^{2}}{4} \cdot \left[1 - 3s^{2} + 3 \cdot \cos \cdot (2v - 2v')\right] - \left(\frac{1}{2} \alpha \varphi - \alpha p\right) \cdot \frac{D^{2}}{r^{3}} \cdot 2s \cdot \sin \cdot \lambda \cdot \cos \cdot \lambda \cdot \sin \cdot v - \text{etc.}$$

Or on a, par ce qui précède,

$$s = \gamma \cdot \sin \cdot \left[(1+i) \cdot v - \theta \right]$$

$$+ \frac{D^2}{a^2 i} \cdot \left(\frac{1}{2} \alpha \varphi - \alpha p \right) \cdot \sin \lambda \cdot \cos \lambda \cdot \sin \nu.$$

204 MÉMOIRES DE MATHÉMATIQUES R contient donc la fonction

$$\frac{3}{4} \cdot m' u'^{3} \cdot r^{2} \cdot \frac{D^{2} \gamma}{a^{2} i} \cdot \left(\frac{1}{2} \alpha \varphi - \alpha p\right) \cdot \sin \lambda \cdot \cos \lambda \cdot \cos \cdot (i \upsilon - \theta)$$

$$-\left(\frac{1}{2} \alpha \varphi - \alpha p\right) \cdot \frac{D^{2} \gamma}{r^{3}} \cdot \sin \lambda \cdot \cos \lambda \cdot \cos \cdot (i \upsilon - \theta).$$

Si l'on désigne par nt et n't, les moyens mouvemens de la Lune et du Soleil, t exprimant le temps; on a, en regardant l'orbite du Soleil comme circulaire,

$$m' u'^3$$
. $a^3 = \left(\frac{n'}{n}\right)^2$.

On sait de plus, par la théorie de la Lune, que *i* est à fort peu près égal à $\frac{3}{4}$. $\left(\frac{n'}{n}\right)^2$; les termes précédens de R deviennent ainsi,

$$\frac{D^2 \cdot \gamma}{a^3} \cdot \left(\frac{1}{2} \alpha \varphi - \alpha p\right) \cdot \left(\frac{r^2}{a^2} - \frac{a^3}{r^3}\right) \cdot \sin \lambda \cdot \cos \lambda \cdot \cos \lambda \cdot (int - \theta).$$

Maintenant on peut supposer que, dans la formule (T), la caractéristique \mathcal{S} se rapporte à la quantité $\frac{1}{2} \alpha \varphi - \alpha p$; nous ferons donc cette supposition : mais alors, pour avoir la valeur complète de $\mathcal{S}R$, il faut avoir celle de $\mathcal{S}r$; car le terme $-\frac{m' \ u'^3 \cdot r^2}{4}$ de l'expression de R, donne dans $\mathcal{S}R$ celui-ci, $-\frac{m' \ u'^3 \cdot r \mathcal{S}r}{2}$, auquel il seroit nécessaire d'avoir égard, si $\mathcal{S}r$ contenoit un terme de la forme $\frac{K}{i} \cos (int - \theta)$; car $m' u'^5 \cdot a^5$ étant égal à $\frac{4}{3}i$, il en résulteroit dans $\mathcal{S}R$ un terme dépendant de $\cos (int - \theta)$, qui seroit du même ordre que ceux

auxquels nous venons d'avoir égard dans l'expression de R. Il importe donc de déterminer la valeur de δr .

Pour cela, reprenons l'équation (S) du n° 46 du livre II. La caractéristique différentielle d se rapportant aux seules coordonnées de la Lune, elle se rapporte à l'angle $int - \theta$; en ne considérant donc que les termes dépendans de cet angle, on aura $\int \mathcal{L} dR = \mathcal{L}R$, et alors l'équation (S) prendra cette forme,

$$o = \frac{d^2 \cdot r \, \delta r}{d \, t^2} + \frac{r \, \delta r}{r^3} + H \cdot \cos \cdot (int - \theta).$$

En l'intégrant, on voit que l'expression de $\Im r$ ne contient point de termes dépendans de \cos . $(int - \theta)$ qui aient i pour diviseur; il est donc inutile d'avoir égard au terme $-\frac{m' u'^3 \cdot r \partial r}{2\pi u^4 \cdot c}$ de l'expression de $\Im R$. Cela posé, si l'on substitue dans la formule (T), au lieu de $\Im R$, $\frac{D^2 \cdot \gamma}{a^3} \cdot \left(\frac{1}{2} \alpha \varphi - \alpha p\right) \cdot \left(\frac{r^2}{a^2} - \frac{a^3}{r^3}\right) \cdot \sin \lambda \cdot \cos \lambda \cdot \cos \cdot (int - \theta)$;

et si, après les différentiations relatives à \mathcal{I} , on suppose r = a; on aura

$$d. \, \delta v = \frac{10. \, D^2 \, \gamma. \, n \, dt}{a^2} \cdot \left(\frac{1}{2} \, \alpha \, \phi - \alpha \, p\right). \, \sin. \, \lambda. \, \cos. \, \lambda. \, \cos. \, (int-\theta).$$

dv est ici l'angle compris entre les rayons vecteurs consécutifs r et r + dr; or v, exprimant la longitude de la Lune sur l'écliptique, on a, par le n° 46 du livre II,

$$dv_1 = dv. \left(1 + \frac{1}{2}s^2 - \frac{1}{2} \cdot \frac{ds^2}{dv^2}\right).$$

206 MÉMOIRES DE MATHÉMATIQUES En substituant donc pour s, sa valeur

 $\gamma \cdot sin \cdot [(1+i) \cdot v - \theta] + \frac{D^2}{a^2 i} \cdot (\frac{1}{2} \alpha \varphi - \alpha p) \cdot sin \cdot \lambda \cdot cos \cdot \lambda \cdot sin \cdot v;$ on aura à très-peu près

$$d\mathcal{S}v = d\mathcal{S}v - \frac{D^2 \cdot \gamma \cdot ndt}{2 \cdot a^2} \cdot \left(\frac{1}{2}\alpha \varphi - \alpha p\right) \cdot \sin \lambda \cdot \cos \lambda \cdot \cos \cdot (int - \theta);$$

substituant pour $d \mathcal{I} v$, sa valeur, et intégrant, on aura dans v, le terme

$$\frac{19}{2}$$
. $\frac{D^*}{a^2i}$. $(\alpha p - \frac{1}{2}\alpha \varphi)$. $\sin \lambda$. $\cos \lambda$. $\sin (\theta - int)$,

où l'on doit observer que l'angle θ — int exprime la longitude du nœud.

Soit donc L cette longitude; cette inégalité est 5^n , 6. sin. L, si $\alpha p = \frac{1}{334}$; elle s'élève à 11 n , 5. sin. L, si $\alpha p = \frac{1}{230}$.

SUITE

DES RECHERCHES

SUR

LES LOIS DE L'AFFINITÉ.

DE L'INFLUENCE

DESPROPORTIONS

DANS LES AFFINITÉS COMPLEXES,

Par le citoyen BERTHOLLET.

1. J'AI établi, dans mes recherches sur les lois de l'affinité, les principaux résultats que présente l'affinité complexe, lorsque la force de cohésion ou celle de l'élasticité sont assez grandes pour produire l'échange de base qu'on avoit attribué à la supériorité des affinités divellentes sur les affinités quiescentes; mais j'ai négligé d'entrer dans les détails nécessaires pour déterminer les changemens qui peuvent provenir des différentes

proportions des substances qui sont mises en action, lorsque la force de cohésion n'est pas assez grande pour faire disparoître les effets de cette différence. J'ai annoncé (art. XII, n° 6), que je reviendrois sur cet objet; c'est ce que je vais exécuter.

Selon la théorie que j'ai exposée (art. V, nº 5), toutes les substances exercent une action réciproque pendant qu'elles sont dans l'état liquide; de sorte que dans une dissolution, par exemple, de sulfate de potasse et de muriate de soude, ces deux sels ne sont pas distincts, pendant qu'une cause ne détermine pas la séparation de leur combinaison; mais qu'il y a dans ce liquide de l'acide sulfurique, de l'acide muriatique, de la soude et de la potasse. Cependant je continuerai de me servir du langage ordinaire, qui, après cet avertissement, ne doit point produire d'équivoque.

2. Je commence par des mélanges dans lesquels une force de cristallisation considérable doit décider les combinaisons qui se forment.

Expérience A. Parties égales de nitrate de chaux et de sulfate de potasse ont été mêlées : après la séparation du sulfate de chaux qui s'est d'abord formé, et dont je ne parlerai plus dans les expériences suivantes, on a fait évaporer le liquide, et l'on n'a obtenu par des opérations successives que du nitrate de potasse et du sulfate de chaux. Cependant, après la dernière évaporation, l'on a eu quelques cristaux de sulfate de potasse : il n'est resté que très-peu de liquide incristal-

lisable, qui a précipité avec le carbonate de soude et avec le nitrate de barite; de sorte qu'il étoit formé d'un peu d'acide sulfurique et de chaux, et très-probablement d'une portion plus grande de nitrate de potasse.

La quantité de sulfate de chaux qui s'est déposée dans le cours de l'évaporation, étoit beaucoup plus considérable que celle qu'on auroit obtenue d'une simple dissolution de ce sel par l'eau; de sorte que sa solubilité étoit augmentée par l'action des autres substances.

Expérience B. DEUX parties de sulfate de potasse, et une de nitrate de chaux, ont donné, par une première évaporation, du sulfate de potasse et du sulfate de chaux, et, par les suivantes, du nitrate de potasse avec les deux sulfates dont les proportions sont allées en diminuant jusqu'à la dernière cristallisation. Il n'est resté que quelques gouttes du liquide sans cristalliser : elles n'ont pas précipité avec le carbonate de soude, mais avec le nitrate de barite; ainsi elles étoient probablement formées de sulfate de potasse et d'une petite proportion de nitrate de potasse.

Expérience C. Deux parties de nitrate de chaux et une partie de sulfate de potasse ont donné, pendant la première évaporation, un peu de sulfate de chaux, et, par le refroidissement, du nitrate de potasse; les autres évaporations n'ont produit que du nitrate de potasse. Cependant on a aperçu dans la dernière, à la surface du liquide, quelques cristaux de sulfate de chaux. Malgré

т. 3. 1.

qu'on ait soumis le résidu, qui étoit abondant, plusieurs fois de suite à l'évaporation et au refroidissement, il n'a plus donné de cristaux d'aucun sel. Ce résidu incristallisable, traité par l'alcool, a formé un dépôt abondant, qui, ayant été dissous par l'eau, n'a presque pas donné de précipité avec le nitrate de barite; de sorte qu'il ne contenoit presque pas d'acide sulfurique, et que c'étoit du nitrate de potasse pur : ce qui avoit été dissous par l'alcool étoit du nitrate de chaux, avec une petite proportion de nitrate de potasse. Le résidu incristallisable étoit donc composé de nitrate de potasse et de nitrate de chaux.

On voit dans cette expérience que le sulfate de chaux a beaucoup moins été rendu soluble que dans les expériences précédentes; mais qu'une quantité considérable de nitrate de potasse a perdu la propriété de cristalliser par l'action qu'a exercée sur lui le nitrate de chaux.

3. Dans ces trois expériences il devoit se former du sulfate de chaux, parce que la chaux et l'acide sulfurique, se trouvant en contact, devoient se séparer en raison de l'insolubilité qui appartient à leur combinaison.

Le sulfate de chaux, dans l'expérience A et dans l'expérience B, a été rendu beaucoup plus soluble qu'il ne l'est naturellement par l'action des substances qui étoient en dissolution; mais, dans l'expérience C, sa solubilité n'a pas été sensiblement augmentée, probablement parce que le nitrate de chaux et le nitrate de potasse qui formoient le liquide incristallisable,

éprouvoient mutuellement un degré de saturation qui affoiblissoit beaucoup leur action sur le sulfate de chaux.

4. De ces considérations je vais déduire d'abord la théorie des résidus incristallisables que l'on trouve dans les dissolutions des sels qu'on fait évaporer; elle sera confirmée par les observations qui suivront.

Les substances salines exercent les unes sur les autres une action qui augmente leur solubilité, effet qui est particulièrement établi par les expériences qu'a publiées mon savant collègue Vauquelin (Annales de chimie, t. XIII). Cette action réciproque varie dans les différens sels : on a cru cependant que les sels à base terreuse n'augmentoient pas la solubilité du nitrate de potasse, et ce sont ceux qui l'augmentent le plus.

Il y a sans doute, à cet égard, dans l'effet que produisent les sels, une différence qui dépend de leur nature; mais cette différence est en général très-petite auprès de celle qui provient de la force de cristallisation.

Expérience D. Un mélange de parties égales de nitrate de potasse et de sulfate de potasse a donné, par l'évaporation, successivement et en raison de leur solubilité, du sulfate de potasse et du nitrate de potasse, sans laisser de liquide incristallisable; mais ayant fait la même expérience sur un mélange de nitrate de soude et de sulfate de soude qui l'un et l'autre n'ont qu'une foible disposition à cristalliser, et qui ont une solubilité à-peu-

212 MÉMOIRES DE MATHÉMATIQUES

près égale, il ne s'est séparé par la cristallisation qu'un peu de sulfate de soude, et tout le reste est demeuré liquide, sans qu'on ait pu y déterminer aucune cristallisation. Un mélange de muriate de soude et de sulfate d'alumine ayant été soumis à la même épreuve, on a bien reconnu que les deux sels étoient devenus plus solubles; mais ils ont fini par se séparer entièrement par les alternatives d'évaporation et de refroidissement.

On voit donc que les substances qui possèdent une force de cristallisation considérable, quoique rendues plus solubles, se séparent en raison de leur insolubilité, et ne laissent que très-peu ou point de résidu incristallisable.

Mais, lorsqu'il se trouve des sels qui n'ont qu'une foible disposition à cristalliser, leur action mutuelle contrebalance leur force de cristallisation, de sorte qu'alors il reste beaucoup de liquide qui ne peut point cristalliser; ce qui arrive sur-tout lorsque, dans ce résidu, se trouve une substance par elle-même incristallisable; comme dans l'expérience C, où, par les proportions employées, il s'est trouvé une surabondance de nitrate de chaux qui, par son action sur le nitrate de potasse, en a réduit une quantité considérable en liquide incristallisable.

Comment se fait-il donc que les plus savans chimistes, Lavoisier, Fourcroy, Vauquelin, Guyton, que les commissaires de l'académie des sciences, au nombre desquels j'étois, aient été décidés, par les expériences qui ont été faites sur les épreuves du salpêtre, à croire que

le nitrate de chaux n'exerçoit point d'action sur le nitrate de potasse, et n'augmentoit pas sa solubilité (Ann. de chimie, t. XI, XIII, XV, XXIII)? c'est que, dans les expériences qui ont été faites, on a mis en digestion une eau de nitrate de potasse sur du nitrate de chaux desséché; celui-ci a dû faire un partage de l'eau sur laquelle il a une grande action: il auroit donc précipité une quantité considérable de nitrate de potasse, si cet effet n'eût été compensé ou à-peu-près par la solubilité qu'il donnoit à ce sel; mais si l'on eût fait évaporer la dissolution, l'on en auroit retiré, par la cristallisation, beaucoup moins de nitrate de potasse que le liquide n'en contenoit, et l'on auroit eu un résidu incristallisable pareil à celui de l'expérience C: l'épreuve donc, qui étoit concluante pour l'objet qu'on se proposoit, a pu induire en erreur sur le phénomène chimique.

Il suit delà que lorsqu'on décompose par la potasse les eaux mères des salpêtriers, on ne retire pas seulement le nitrate de potasse qu'on vient de former, mais encore celui qui avoit été rendu incristallisable par les sels à base terreuse.

5. J'ai fait des mélanges de sulfate de soude cristallisé et de nitrate de chaux : ici le sulfate de soude et le nitrate de soude qui pouvoient provenir de l'opération, différoient peu par leur solubilité, et avoient une force de cristallisation moins considérable que le sulfate et le nitrate de potasse.

Expérience E. Parties égales de sulfate de soude

214 MÉMOIRES DE MATHÉMATIQUES cristallisé et de nitrate de chaux réduit à l'état de dessication, n'ont donné, par le moyen de l'évaporation, qu'un peu de nitrate de soude; le résidu incristallisable qui étoit abondant ne précipitoit pas avec le muriate de barite, mais avec l'acide oxalique.

Expérience F. Deux parties de sulfate de soude et une partie de nitrate de chaux ont donné, après l'évaporation, une plus grande quantité de nitrate de soude que dans l'expérience précédente; le résidu incristallisable n'a pas précipité avec l'acide oxalique, mais avec le muriate de barite. Pour comparer les deux dernières expériences avec les expériences A, B, C, il faut observer que le sulfate de soude cristallisé contient plus de la moitié de son poids d'eau de cristallisation.

Même dans l'expérience F, il ne s'est point formé de sulfate de soude, comme il s'étoit formé de sulfate de potasse dans les expériences A et B, parce que le sulfate de potasse a une force de cristallisation beaucoup plus grande que le sulfate de soude.

Le résidu de l'expérience E ne contenoit pas une quantité d'acide sulfurique qui fût rendue sensible par le muriate de barite; mais il étoit formé de nitrate de soude et de nitrate de chaux qui probablement épuisoient assez, par leur action mutuelle, leur force dissolvante, pour ne pas empêcher la séparation du sulfate de chaux, n° 3.

Dans l'expérience F, le résidu n'a pas précipité avec l'acide oxalique, mais avec le muriate de barite, de sorte que ce résidu étoit composé de sulfate de soude et d'une plus grande proportion de nitrate de soude, qui ont empêché mutuellement leur cristallisation comme dans l'expérience D.

6. Expérience G. Parties égales de nitrate de potasse et de sulfate de soude ont donné, par des cristallisations successives, 1°. du sulfate de potasse et quelques petits cristaux de nitrate de potasse; 2°. un peu de sulfate de potasse et une plus grande proportion de nitrate de potasse; 3°. de petits cristaux de nitrate de potasse et beaucoup de nitrate de soude : il y a eu un résidu incristallisable, malgré les soins qu'on s'est donné pour obtenir le plus de cristallisation; ce résidu étoit formé de nitrates et de sulfates, car il a précipité abondamment avec le nitrate de barite, et après la dessication, il a fusé sur les charbons ardens. Il devoit se rapprocher de celui de l'expérience F.

Expérience H. Une partie de nitrate de potasse et deux de sulfate de soude, ont donné, 1°. du sulfate de potasse; 2°. du sulfate de potasse et quelques aiguilles de nitrate de potasse; 3°. du sulfate de potasse en petits prismes suspendus à une pellicule formée par du nitrate de soude, de beaux cristaux de nitrate de potasse et du nitrate de soude: le résidu contenoit des nitrates et des sulfates.

Dans ces deux expériences, le sel le moins soluble de ceux qui peuvent se former, le sulfate de potasse est le premier qui cristallise; lorsque les proportions 216 MÉMOIRES DE MATHÉMATIQUES ont changé par-là, l'action de l'acide nitrique sur la

potasse reprend la supériorité, et il se forme du nitrate de potasse, quoique le liquide contienne encore de l'acide sulfurique.

Dans la seconde, l'acide sulfurique plus abondant donne naissance à une plus grande quantité de sulfate de potasse; cependant, après la première cristallisation, il se forme encore du nitrate de potasse, quoiqu'il y ait eu assez d'acide sulfurique pour faire un échange complet de base, si cet échange devoit se faire comme on l'a imaginé. Le résidu est formé même dans l'expérience G, de sulfate de soude et de nitrate de soude, et probablement d'un peu de sel à base de potasse.

7. Expérience I. On a mêlé ensemble poids égaux de nitrate de potasse et de muriate de chaux: par l'évaporation, on a obtenu, 1°. du nitrate de potasse, 2°. du muriate de potasse dans lequel se trouvoit un peu de nitrate de potasse: le résidu a donné avec l'acide sulfurique un précipité abondant de sulfate de chaux, et a laissé dégager des vapeurs d'acide muriatique et d'acide nitrique.

Expérience K. L'expérience ayant été faite avec deux parties de muriate de chaux et une de nitrate de potasse, il s'est fait une cristallisation abondante de muriate de potasse, sans aucune apparence de nitrate de potasse: le résidu, traité comme dans l'expérience précédente, a donné des résultats analogues.

Expérience L. On a fait un mélange opposé à ceux des expériences précédentes; il étoit formé de parties égales de muriate de potasse et de nitrate de chaux. Il a donné, 1°, du nitrate de potasse mêlé d'un peu de muriate de potasse; 2º. du muriate de potasse qui étoit mêlé d'un peu de nitrate de potasse. On a dissous le résidu incristallisable dans l'alcool; il s'est séparé du nitrate de potasse qui a fusé sur les charbons ardens, mais qui contenoit un peu de muriate de potasse, comme l'a fait voir l'épreuve avec la dissolution d'argent. L'acide sulfurique a montré que la partie dissoute par l'alcool contenoit de l'acide muriatique, de l'acide nitrique et de la chaux.

Dans les expériences qu'on vient de présenter, et dans lesquelles on a employé des substances dont les combinaisons ne pouvoient avoir une force considérable de cristallisation, et différoient peu entre elles à cet égard, on voit manifestement que la formation des sels qu'on obtient ensuite par la cristallisation dépend des proportions des substances qui agissent entre elles. Dans l'expérience I, qui pouvoit donner du nitrate et du muriate de potasse; comme ces deux sels diffèrent peu par leur solubilité, qui est néanmoins un peu moins grande dans le dernier, c'est du nitrate de potasse qu'on a obtenu par la première cristallisation; mais, comme dans l'expérience K, l'acide muriatique s'est trouvé en plus grande proportion, on n'a obtenu que du muriate de potasse : une partie de la potasse et de l'acide muriatique, l'acide nitrique et la chaux, ont formé le résidu. Les proportions employées dans l'expérience L,

218 MÉMOIRES DE MATHÉMATIQUES diffèrent peu de celles de I, et les résultats ont été à

peu près les mêmes.

On obtient donc des combinaisons opposées, selon les proportions qu'on emploie, ou selon l'époque de la cristallisation; c'est-à-dire, selon les proportions des substances qui restent en action, lorsqu'il n'existe pas une force de cohésion suffisante dans les combinaisons qui peuvent se former; mais dans l'opinion adoptée par les chimistes, on juge même, par une première cristallisation, de l'échange total de base qui a dû se faire.

Si, par exemple, on obtient d'abord du nitrate de potasse des proportions qu'on a employées de muriate de potasse et de nitrate de chaux, on conclut qu'il s'est fait un échange de base entre l'acide muriatique et l'acide nitrique. Si l'on eût employé d'autres proportions qui eussent donné du muriate de potasse, comme dans l'expérience K, on auroit tiré une conséquence opposée. On a même été plus loin: de ce qu'on a conclu un échange de base, par exemple, entre l'acide muriatique et l'acide nitrique, on en a déduit que les combinaisons opposées à celle qui avoit donné cet échange de base ne pouvoient en éprouver par leur mélange.

8. J'ai examiné quel changement dans les résultats pouvoit être produit par une substance qui ait la propriété de former des sels triples, telle que la magnésie.

Expérience M. PARTIES égales de sulfate de potasse et de muriate de magnésie ont donné, 1°. du sulfate de potasse; 2°. du sulfate de potasse, un peu de muriate

de potasse, et un sel triple composé d'acide sulfurique, de potasse et de magnésie; ce sel forme de beaux rhombes qui, par l'exposition à l'air, ne perdent point leur transparence; sa solubilité est à peu près la même que celle du sulfate de potasse: 3°. du muriate de potasse et du sulfate de magnésie. Le résidu contenoit de l'acide sulfurique, de l'acide muriatique, de la potasse et de la magnésie.

Expérience N. Deux parties de muriate de magnésie et une de sulfate de potasse ont donné, 1°. du sulfate de potasse; 2°. du muriate de potasse, et le sel triple de l'expérience précédente; 3°. du muriate de potasse et du sulfate de magnésie: le résidu étoit analogue à celui de l'expérience précédente.

Dans l'expérience M on a retiré du sulfate de potasse dans deux cristallisations; mais dans l'expérience N, où l'acide muriatique étoit en plus grande proportion, on n'en a retiré que dans la première cristallisation: le sel triple, qui approche du degré de solubilité du sulfate de potasse, a cristallisé après la seconde évaporation. Quand la proportion de l'acide sulfurique s'est trouvée assez diminuée par ces cristallisations, c'est le muriate de potasse qui, suivant à peu près l'ordre de solubilité, s'est séparé; et enfin la magnésie, qui étoit encore abondante, a pu cristalliser avec une partie de l'acide sulfurique.

L'on voit que dans ces deux expériences on auroit pu porter un jugement différent, selon l'époque de la

cristallisation sur laquelle on auroit porté son attention, et combien est éloignée de la réalité l'opinion qui s'est établie que dans le mélange du muriate de magnésie et du sulfate de potasse, il se fait un échange complet de base.

Dans l'expérience M, où l'acide sulfurique se trouve en plus grande proportion, on obtient du sulfate de potasse dans les deux premières cristallisations; mais dans l'expérience N, où l'acide muriatique a plus d'influence par sa proportion, on n'a du sulfate de potasse que dans la première cristallisation; la magnésie reste, pour la plus grande partie, dans le résidu incristallisable, parce qu'elle n'a point de force de cristallisation avec l'acide muriatique, et qu'elle n'en a qu'une foible avec l'acide sulfurique: d'autres sels d'ailleurs cristallisables sont retenus dans ce résidu, qui s'oppose à leur cristallisation.

La différence que l'on observe entre les résultats de ces deux expériences et ceux des expériences A, B, C, dans lesquelles on a mis en action un sel calcaire déliquescent avec le sulfate de potasse, correspond exactement avec la différence de solubilité qui se trouve entre le sulfate de chaux et le sulfate de magnésie.

9. Après m'être servi dans les expériences précédentes des substances salines, comme si elles formoient des combinaisons séparées dans un liquide, je vais considérer quelques effets qui sont dûs à l'action réciproque que dans la réalité toutes exercent lorsqu'elles sont mêlées dans cet état.

Expérience O. On a versé peu à peu de l'eau d'acétite de plomb dans une dissolution de muriate de soude, jusqu'à ce qu'il ne se soit point produit de précipité: le liquide qui surnageoit le précipité rougissoit beaucoup plus le papier bleu, que l'eau d'acétite de plomb ne le faisoit. Ce liquide ne précipitoit ni avec l'acétite de plomb, ni avec le muriate de soude; mais il prenoit une couleur foncée avec les hydrosulfures, et il donnoit un précipité abondant avec l'acide muriatique et avec l'acide sulfurique: pendant son évaporation, il s'est formé un dépôt d'un muriate de plomb très-peu soluble. et il s'est formé une croûte qui n'avoit pas une apparence cristalline, et dont il sera parlé ci-après; enfin l'on a obtenu de beaux cristaux, qui étoient un acétite de soude et d'oxide de plomb. En dissolvant la croûte saline, il s'est fait un dépôt d'un muriate de plomb avec excès d'oxide, analogue à celui qui a été décrit par Vauquelin (Annales de chimie, t. XXXI). Il a fallu répéter plusieurs fois la dissolution et la cristallisation pour que le dépôt ait cessé d'avoir lieu; alors la croûte saline s'est trouvée divisée en deux substances, en muriate de soude et en muriate de plomb.

Si l'acide muriatique reste engagé dans le liquide en concurrence avec l'acide acéteux, comme l'un et l'autre acide sont volatils, l'excès qui se trouve peu engagé, et qui peut être chassé par l'action de la chaleur, doit être composé des deux acides. En effet, ayant distillé un mélange semblable au précédent, après avoir séparé le dépôt qui s'est d'abord formé, le liquide qui a passé

222 MÉMOIRES DE MATHÉMATIQUES

dans le récipient contenoit de l'acide acéteux et de l'acide muriatique; cette circonstance mérite une attention particulière, et sert à expliquer plusieurs observations.

10. Le citoyen Prieur a remarqué que lorsqu'on se servoit du plomb pour purifier la dissolution d'argent mêlée d'acide muriatique, une partie de ce dernier acide passoit à la distillation; c'est que le muriate de plomb est soluble, et même l'est beaucoup par l'action de l'acide nitrique: le liquide se trouve donc composé d'oxide de plomb, d'acide muriatique et d'acide nitrique; l'oxide de plomb partage son action sur les deux acides, et l'un et l'autre sont soumis à l'action de l'expansibilité produite par la chaleur.

Si l'on avoit à retenir l'acide sulfurique, le plomb seroit un moyen efficace, 1°. parce que le sulfate de plomb est beaucoup moins soluble que le muriate; 2°. parce que l'acide sulfurique a beaucoup moins de volatilité que l'acide muriatique.

Le muriate d'argent étant beaucoup plus insoluble que le muriate de plomb, l'argent est beaucoup plus propre que le plomb à retenir l'acide muriatique qui se trouve mêlé avec l'acide nitrique; cependant Velter et Bonjour ont observé qu'il passoit toujours de l'acide muriatique dans la distillation, si l'opération se faisoit sans les précautions indiquées par ces savans chimistes. Il faut, pour obtenir immédiatement un acide nitrique pur, faire l'opération sur un acide qui soit peu concentré, pour qu'il ne retienne pas en dissolution

du muriate d'argent, et séparer le muriate d'argent qui se précipite, avant que de soumettre le liquide à l'action du feu, ou, ce qui est préférable, précipiter par la dissolution d'argent l'acide muriatique du nitrate de potasse; en décomposant ensuite ce nitrate, on obtient l'acide nitrique entièrement privé d'acide muriatique.

Lorsqu'il est resté du muriate d'argent en dissolution, on peut néanmoins obtenir par la distillation un acide nitrique bien pur, en séparant la première portion qui distille, jusqu'à ce que l'épreuve fasse voir qu'il n'y a plus d'acide muriatique, parce que, comme les chimistes que je viens de citer l'ont observé, l'acide muriatique prend alors la nature de l'acide muriatique oxigéné, et se dégage dans cet état au commencement de l'opération.

Expérience P. Le sulfate de potasse ayant été traité avec l'acétite de plomb, de la même manière que le muriate de potasse, il s'est précipité du sulfate de plomb: le liquide ne retenoit qu'une petite quantité d'oxide de plomb; par le progrès de l'évaporation, on a obtenu quelques cristaux de sulfate de potasse, quoiqu'avant l'évaporation, l'acétite de plomb ne produisît plus de précipité, enfin de l'acétite de potasse qui retenoit un peu d'oxide de plomb. La décomposition du sulfate de potasse a été beaucoup plus complète que celle du muriate de soude.

Dans les expériences que je viens de rapporter, on voit donc que les décompositions ou l'échange des bases

suivent également l'ordre des solubilités des combinaisons qui peuvent se former, et que la seule différence qu'on observe avec la plupart des expériences précédentes, vient de la propriété qu'a l'oxide de plomb de former des combinaisons triples, qui quelquefois se séparent encore en combinaisons de différente solubilité, comme il arrive au muriate de soude et de plomb. Expérience O.

11. L'expérience suivante confirmera que la force de cohésion produit un effet différent, selon les propriétés du dissolvant.

Expérience Q. J'AI mêlé une eau de plombate de soude avec l'eau de sulfate de soude; il ne s'est fait qu'un léger précipité, quoique l'acide sulfurique et l'acide muriatique ajouté aient produit un précipité abondant : l'expérience étant faite avec le muriate de soude, le précipité a été beaucoup plus abondant qu'avec le sulfate de soude.

Au premier aperçu, on croiroit que ces effets sont contraires aux principes que j'ai établis; car le sulfate de plomb est beaucoup moins soluble que le muriate de plomb, de sorte qu'on devroit s'attendre à obtenir un précipité plus abondant dans l'expérience faite avec le sulfate de soude, que dans celle avec le muriate de soude : c'est que le sulfate de plomb est beaucoup plus soluble dans la soude, ainsi que je m'en suis assuré, que le muriate de plomb avec excès d'oxide, tel qu'est celui qui se précipite dans les expériences précédentes;

et la précipitation n'est pas un produit direct de la force de cohésion, mais du rapport de la force de cohésion à celle du dissolvant.

12. Les observations que j'ai présentées dans ce mémoire se réduisent aux résultats suivans : Dans les affinités complexes, ou doubles affinités, la force de cohésion, lorsqu'elle est considérable, et qu'elle diffère beaucoup par son intensité entre les combinaisons qui peuvent se former, détermine un échange entre les bases, de manière que la combinaison la plus insoluble se forme et se sépare indépendamment des proportions qui n'influent que sur l'état des substances qui restent en dissolution. On peut donc prévoir alors le résultat d'un mélange de différentes substances salines, par la seule considération de la solubilité.

Dans ce cas, la théorie adoptée des affinités quiescentes et divellentes, ne trompe pas sur le principal résultat, c'est-à-dire sur la formation du sel insoluble; mais, comme elle n'est pas déduite de faits d'un ordre supérieur, elle exige autant d'expériences que de faits particuliers: elle ne se trouve établie sur aucune base d'où l'on puisse prévoir le jeu des substances qu'on mettra en action; de plus, elle a le désavantage de ne rien indiquer sur les propriétés que doit présenter la partie qui est restée liquide, lorsqu'on lui fera subir l'évaporation ou l'action d'une nouvelle substance.

Si un certain rapport dans les résultats pouvoit laisser de l'incertitude sur la théorie dans le cas précédent, il n'en est pas de même lorsqu'il y a peu de distance

1, т. 3. 29 entre la solubilité des combinaisons qui peuvent se former; alors ce sont les proportions des substances qui déterminent la formation des différens sels, soit à une première cristallisation, soit dans les cristallisations par le moyen desquelles ces proportions changent, de manière que la disposition différente à la cristallisation qui peut exister, conserve son influence dans la formation successive des sels. C'est ici que l'application de la théorie des affinités quiescentes et divellentes peut produire beaucoup d'erreurs, en faisant conclure d'un commencement du phénomène une suite non interrompue, pendant qu'il s'établit une succession de combinaisons opposées, selon les forces qui agissent au moment où elles se séparent.

La combinaison de la différence de solubilité et des proportions qu'on emploie ou qui varient aux différentes époques d'une opération, peut donc guider seule dans l'explication de la formation successive de différens sels qui n'ont pas une grande différence de solubilité; cependant l'action mutuelle des substances peut apporter ici quelques différences dans les résultats annoncés par ces considérations.

Toutes les substances qui sont en dissolution exercent une action mutuelle qui augmente leur solubilité; delà vient qu'il est difficile d'obtenir, par une première cristallisation, chaque sel dans son état de pureté, à moins qu'il ne diffère considérablement des autres par sa force de cristallisation; delà viennent les résidus incristallisables qui succèdent aux cristallisations, quand il se trouve, dans le liquide, des sels qui ont peu de force de cohésion; mais alors la considération des proportions et de la solubilité sert encore à prévoir l'existence et la composition du résidu incristallisable.

Pendant que les substances sont en dissolution, l'action qu'elles exercent réciproquement fait qu'un acide peut être facilement chassé d'une combinaison, quoique, selon les idées reçues, il ait dû prendre la place de l'acide qu'on suppose plus foible.

Quand on considère l'insolubilité, il ne faut point la regarder comme une propriété absolue, mais comme une propriété relative au liquide dans lequel se fait une précipitation; ainsi une combinaison insoluble dans l'eau, peut perdre cette propriété, lorsque l'eau tiendra de l'alcali en dissolution.

Dans toutes les expériences que j'ai décrites, et dans plusieurs autres que j'ai cru inutile de rapporter, je n'ai point aperçu de changement de saturation, ni après le mélange des sels neutres, ni après la séparation des précipités ou des cristallisations qui ont eu lieu, si ce n'est dans les expériences P, Q, faites avec une substance métallique. Cet état permanent de neutralisation, après les échanges de base qui se sont faits, paroîtroit annoncer que les acides ont des rapports constans de quantité, dans les sels neutres qu'ils forment, avec différentes bases alcalines ou terreuses; de sorte que si l'acide sulfurique se trouve, par exemple, en plus grande proportion dans le sulfate de potasse que dans le sulfate de chaux, l'acide muriatique avec lequel il

228 MÉMOIRES DE MATHÉMATIQUES

fera un échange de base se trouvera dans le même rapport de quantité dans le muriate de chaux et dans le muriate de potasse : ce qui ne seroit point d'accord avec les proportions que les chimistes ont souvent attribuées aux parties constituantes des différens sels non métalliques. Guyton a déja fait sur cet objet plusieurs réflexions aussi justes qu'importantes, et il cite des observations de Richter dont je ne connois pas encore l'ouvrage. (Ann. de chimie, t. XXV, p. 292.)

SECONDE SUITE DES RECHERCHES

'S U R

1:

LES LOIS DE L'AFFINITÉ.

DES DISSOLUTIONS

ET DES PRÉCIPITÉS MÉTALLIQUES,

Par le citoyen BERTHOLLET.

1. Dans les deux mémoires précédens, j'ai principalement considéré les substances qui sont simples ou dont la composition n'est pas variable : mais on sait que les oxides métalliques ont des propriétés différentes, selon l'état de l'oxidation; ce qui doit nécessairement affecter leur action chimique.

Le but de ce mémoire est de rechercher quelle peut être l'influence du degré d'oxidation des métaux dans leur action chimique; et en général de comparer cette action avec celle des autres substances, indépendamment 230 MÉMOIRES DE MATHÉMATIQUES des propriétés dont je me suis occupé (Recherches, art. XIII.)

Les dissolutions et les précipités de mercure m'ont paru devoir sur-tout fixer l'attention, parce que les chimistes les ont observés avec plus de soin, et qu'il est plus facile d'en déterminer les conditions.

2. Fourcroy a décrit, dans les mémoires de l'Académie des sciences 1790, un sulfate de mercure qu'il prouve être analogue au mercure doux, c'est-à-dire formé par le mercure peu oxigéné : il a fait voir que le sulfate de mercure, sur-tout lorsqu'on n'employoit qu'un degré de chaleur qui ne produisoit pas la dessication complète de l'acide sulfurique et du mercure, se divisoit par l'action de l'eau en deux sulfates, dont l'un peut s'appeler sulfate oxigéné, et l'autre sulfate doux. Un moyen simple d'obtenir cette dernière combinaison, c'est d'affoiblir d'un volume d'eau à-peu-près égal l'acide sulfurique qu'on traite avec le mercure, et de faire subir l'ébullition à ce mélange; il se forme peu d'acide sulfureux, et au lieu de sulfate oxigéné de mercure, on obtient le sulfate dont Fourcroy a bien fait connoître les propriétés.

Dans la détermination que Fourcroy a donnée des parties constituantes du sulfate de mercure doux, il fixe à 0, 05 la proportion d'oxigène qui s'y trouve combinée avec le mercure; mais pour cette détermination, il suppose qu'en décomposant ce sel par la potasse, c'est l'oxide pur de mercure qui se précipite : or, les précipités métalliques retiennent une portion d'acide qu'il

a négligée; je crois donc que d'après son expérience, la proportion d'oxigène doit être un peu plus grande que celle qu'il établit. Je remarque que dans beaucoup de déterminations faites par les chimistes dans ces derniers temps, on a négligé cette considération, ce qui les rend incertaines jusqu'à un certain point.

Le sulfate de mercure doux forme une combinaison stable, et n'est pas décomposé par l'eau, comme l'est le sulfate de mercure oxigéné sur lequel je vais faire quelques observations.

Si l'on se sert du procédé indiqué par Fourcroy. c'est-à-dire, si l'on fait bouillir avec le mercure l'acide sulfurique concentré, sans parvenir jusqu'à la dessication, on a une masse blanche composée du sulfate doux et du sulfate oxigéné; on peut, par le lavage ménagé qu'il indique, séparer l'excès d'acide qui prend en dissolution, et le sulfate oxigéné, et une portion du sulfate doux.

Lorsque l'on pousse l'opération plus loin, ou lorsque l'on fait subir au sulfate doux un degré de chaleur suffisant, il se dégage une plus grande quantité d'acide sulfureux; le mercure se trouve trop oxidé pour former le sulfate doux, et la combinaison se trouve toute dans l'état de sulfate oxigéné qui varie par la quantité d'acide sulfurique qu'elle retient : examinons-la dans l'état où elle est lorsqu'on a conduit l'opération jusqu'à la dessication, et que par conséquent on peut la regarder comme n'ayant pas un excès d'acide.

Dans cet état, l'eau y produit une séparation; la

masse qui étoit blanche auparavant, jaunit; le liquide devient très-acide, et tient une partie du sulfate en dissolution; il se forme ce qu'on a appelé, depuis Rouelle, un sel avec excès d'acide et un sel avec le moins d'acide: mais les proportions de ces deux combinaisons varient, 1°. selon la quantité d'acide que la première combinaison avoit retenue; 2°. selon la quantité d'eau employée; 3°. selon la température, car la chaleur concourt avec l'action de l'eau.

Au lieu d'eau simple, si l'on emploie une solution alcaline qui exerce une action plus puissante sur l'acide que l'eau pure, il se forme deux combinaisons différentes, l'une dans laquelle se trouve presqu'entièrement l'oxide, l'autre dans laquelle l'acide se trouve engagé pour la plus grande partie : le précipité qui se fait alors diffère principalement de celui qu'auroit produit l'eau seule, par la plus petite proportion d'acide qu'il retient, et qui dépend du degré de concentration de la liqueur alcaline qui agit sur lui.

Lorsque le sulfate de mercure oxigéné a conservé un excès d'acide plus considérable, l'action de l'acide peut être assez affoiblie par l'eau, pour qu'il ne se fasse point de séparation.

3. J'ai supposé jusqu'à présent qu'il n'y avoit que deux sulfates de mercure, l'un avec la plus petite proportion possible d'oxigène, l'autre avec la plus grande proportion; mais il est manifeste qu'il n'y a que ces deux termes qui soient fixes, de sorte qu'ils peuvent genfermer entre leurs limites tous les autres degrés

d'oxidation: les propriétés de ces combinaisons intermédiaires diffèrent d'une manière à ne laisser aucun lieu à la détermination de leurs propriétés particulières, à moins qu'on ne connoisse et le degré d'oxidation et la proportion de l'acide.

Ce que je remarque ici sur les degrés intermédiaires d'oxidation doit s'appliquer aux autres sels métalliques, tels que le sulfate de fer dans lequel il n'y a également que deux termes fixes, celui de la plus foible et celui de la plus forte oxidation.

4. Bergman avoit déja reconnu que la dissolution du mercure par l'acide nitrique, faite à froid, avoit des propriétés différentes de celle qui est préparée avec le secours de la chaleur; et dans son traité si recommandable de l'analyse des eaux, il remarque que la première ne fait pas aussi facilement un précipité avec les dissolutions qui contiennent de l'acide sulfurique, et que le précipité qu'elle forme est blanc, tandis que celui de la dissolution faite à chaud est jaune: c'est que la première forme alors du sulfate de mercure doux, qui est blanc et qui est plus soluble dans l'eau que le sulfate oxigéné, pendant que la dernière forme du sulfate oxigéné.

Quand on prépare le nitrate de mercure par le moyen de la chaleur, il se dégage d'abord du gaz nitreux; mais à une certaine époque, lorsque le dégagement s'est fait, on s'aperçoit que le mercure se dissout presque sans production de gaz nitreux. Je dois cette observation au citoyen Gay, jeune chimiste de l'école polytechnique, qui joint une grande sagacité à beaucoup de zèle. On

voit donc que par le moyen de la chaleur, il se forme un nitrate oxigéné qui, si l'on n'arrête l'opération, se combine ensuite avec du mercure, comme dans une autre opération le muriate oxigéné de mercure s'unit avec une nouvelle quantité de ce métal (1); mais, dans le nitrate de mercure fluide, il n'y a pas de proportions déterminées entre le mercure le plus oxigéné et le moins oxigéné: il paroît que toutes les proportions intermédiaires peuvent exister, ainsi que je l'ai observé pour les sulfates.

Lorsqu'on précipite le nitrate de mercure avec le muriate de soude, on obtient des muriates mercuriels qui diffèrent selon l'oxidation du mercure : avec le nitrate peu oxidé, on a un précipité blanc qui retient une partie de l'acide nitrique, qui ne peut se dissoudre dans l'acide muriatique, et qui n'est dissous par l'acide nitrique concentré qu'en donnant beaucoup de gaz nitreux : avec la dissolution préparée à chaud, on obtient un précipité un peu jaune qui n'est pas soluble dans l'acide muriatique, mais qui se dissout facilement dans l'acide nitrique, et en donnant peu de gaz nitreux; le liquide qui surnageoit le précipité donne, par l'évaporation, un peu de muriate mercuriel corrosif.

⁽¹⁾ Une observation de Fourcroy fait voir que le sulfate de mercure oxigéné, soumis à l'ébullition avec l'eau et du mercure, agit aussi sur ce métal: il doit passer par là à l'état de sulfate doux. Le muriate mercuriel corrosif, lorsqu'il est dissous par l'eau, n'agit pas sur le mercure; mais, par la trituration avec le mercure sans eau, il commence à se combiner avec lui et à partager son oxigène: la combinaison devient uniforme par la sublimation.

Si l'on fait l'expérience avec un nitrate préparé de manière que le mercure soit dans l'état le plus oxidé, et qu'il n'ait pas redissous du mercure métallique, et s'il est étendu d'une assez grande quantité d'eau, il ne se forme point de précipité; mais tout le mercure se trouve en état de former du muriate mercuriel corrosif: cependant on n'en obtient dans cet état qu'une quantité plus ou moins grande, et même quelquefois on n'en obtient pas, selon la proportion de muriate de soude qu'on a employée, parce que le muriate mercuriel corrosif a la propriété de former avec le nitrate de soude un sel quadruple.

· Ce sel peut former des cristaux rhomboïdaux cannelés sur leur face, d'une grosseur considérable : il fuse sur les charbons ardens; en l'exposant à une chaleur suffisante dans une cornue, tout le mercure se sépare sous la forme de muriate mercuriel corrosif: le résidu est un nitrate de soude qui retient un peu d'acide muriatique, de sorte que la séparation qui se fait est décidée par la volatilité respective des substances et par une différence d'affinité entre l'acide nitrique et l'acide muriatique, relativement à l'oxide de mercure.

Après la cristallisation de ce sel, on en obtient un autre en petites aiguilles qui paroissent un sel complexe où l'oxide de mercure se trouve en plus grande proportion.

On ne peut rien établir de fixe sur les résultats du mélange du nitrate de mercure très-oxidé et du muriate de soude, parce qu'ils varient selon les proportions des substances qui agissent.

Le muriate mercuriel corrosif que j'ai mêlé avec quatre parties de muriate de soude, a aussi formé un sel triple plus soluble que le muriate mercuriel corrosif.

Les observations précédentes font voir que la dissolution nitrique du mercure peut tenir ce métal en dissolution, depuis le degré le plus bas d'oxidation jusqu'au plus élevé, jusqu'à celui qu'exige la constitution du muriate mercuriel corrosif; qu'elle peut l'avoir dans tous les degrés intermédiaires, mais qu'elle possède des propriétés relatives au degré d'oxidation.

5. Fourcroy pose pour principe que les oxides métalliques quelconques, donnent aux acides une couleur semblable à celle qu'ils ont eux-mêmes, et delà il conclut que lorsqu'un précipité mercuriel qui provient d'un sel blanc a une autre couleur, il faut qu'il se soit fait un changement dans l'oxidation: cette opinion ne me paroît pas fondée.

J'ai pris de l'acide muriatique, je lui ai fait dissoudre de l'oxide rouge de mercure; la dissolution s'est opérée facilement, sans qu'il se soit dégagé ni gaz oxigène, ni acide muriatique oxigéné: elle a formé d'elle-même de beaux cristaux de muriate mercuriel corrosif. Je remarquerai en passant que ce procédé me paroît le plus simple et le moins dispendieux pour la préparation du muriate mercuriel corrosif.

La combinaison que je venois de former contenoit l'oxide rouge de mercure avec tout son oxigène; elle n'avoit cependant pas de couleur: elle auroit donné avec l'ammoniaque un précipité blanc, avec la chaux et les alcalis un précipité plus ou moins orangé.

L'oxide rouge de mercure se dissout facilement dans l'acide nitrique, sans qu'il y ait dégagement d'oxigène; cette dissolution cristallise et forme un sel blanc: mais, si elle n'a pas un excès suffisant d'acide, elle donne avec l'eau seule un précipité blanc; avec une plus grande quantité d'eau distillée récemment, un précipité jaune; avec la chaux et les alcalis fixes, un précipité d'une couleur jaune beaucoup plus foncée.

Un oxide coloré peut donc former des sels blancs et ensuite prendre d'autres couleurs, sans éprouver aucun changement dans son oxidation.

6. Plusieurs chimistes ont observé que l'acide muriatique avoit plus de dispositions à se combiner avec les métaux très-oxidés, que l'acide nitrique et le sulfurique: Fourcroy s'est servi avantageusement de cette considération pour l'explication de plusieurs phénomènes. Voici comment il s'explique (Mém. de l'Acad. 1790, page 381): « Chaque acide exige des quantités » d'oxigène dans les métaux pour s'y unir; l'acide mu» riatique ne se combine en général qu'avec les métaux » très-chargés de ce principe ou très-oxidés; le mercure » paroît être plus oxidé dans le muriate corrosif que » dans le nitrate ». Je me permettrai quelques observations sur les principes exposés par mon savant collègue.

Il ne me paroît pas exact de dire que chaque acide exige des quantités différentes d'oxigène dans les métaux pour s'y unir; l'acide nitrique, le sulfurique et le muriatique forment des combinaisons avec le mercure, depuis le terme le moins oxidé jusqu'au plus oxidé, et c'est la série qui en résulte pour les muriates, qui fait la principale différence de toutes les préparations pharmaceutiques, depuis le sublimé corrosif jusqu'à la panacée mercurielle: mais il y a cette différence que la combinaison de l'acide sulfurique et de l'acide nitrique avec le mercure très-oxidé, est beaucoup plus foible, beaucoup plus facile à être décomposée, même par l'action de l'eau, que celle de l'acide muriatique, qui présente au contraire une constitution très-stable.

Si l'on porte son attention sur les métaux qui ont la propriété de prendre de grandes proportions d'oxigène, tels que le fer, l'étain, l'antimoine, on observe les mêmes propriétés relatives des acides sulfurique, nitrique et muriatique, de sorte que l'action des deux premiers qui diminue à mesure que l'oxidation avance, se trouve quelquefois si affoiblie qu'ils abandonnent entièrement ou qu'ils ne peuvent dissoudre quelques métaux très-oxidés; au lieu que l'acide muriatique les dissout, et les tient en dissolution, de manière qu'on n'aperçoit pas si son action se trouve affoiblie, ou si au contraire elle est augmentée par une plus grande oxidation.

On peut donner une explication plausible de cette propriété comparative des acides sulfurique, nitrique et muriatique: le soufre et l'azote, bases des deux premiers, s'y trouvent saturés d'oxigène, de sorte que leur affinité résultante est très-foible pour les substances qui se trouvent aussi très-oxigénées; mais l'acide muriatique, qui paroît n'avoir dans sa constitution qu'une très-petite proportion d'oxigène, doit avoir beaucoup plus de disposition à se combiner avec les substances oxigénées.

7. Dans ce qui précède, j'ai supposé que les différens alcalis partageoient l'acide d'une dissolution métallique avec l'oxide qui se précipite: je ne parle point ici des précipités par l'ammoniaque qui, dans quelques circonstances, se décompose et change par-là la constitution du précipité, ainsi que l'a fait voir particulièrement Fourcroy; mais cette propriété est sujette à des modifications qui demandent une attention particulière.

Les expériences de Bayen ont mis hors de doute que les précipités des nitrates et des muriates mercuriels retenoient une portion plus ou moins grande d'acide, de sorte qu'en exposant à une chaleur suffisante les précipités du nitrate mercuriel, il se dégage de l'acide nitreux; et en faisant la même opération sur les précipités du muriate mercuriel, il se sublime une quantité plus ou moins grande d'un muriate mercuriel insoluble. Je joindrai ici quelques observations à ce que j'en ai déja dit (Recherches, art. XIII, n°. 1).

Lorsqu'on décompose le muriate de mercure oxigéné par la quantité précise de carbonate de soude qui est nécessaire pour opérer la précipitation, le précipité contient de l'acide muriatique, de l'acide carbonique et de l'oxide de mercure en excès, de sorte qu'en exposant

le précipité à l'action de la chaleur, il se dégage du gaz acide carbonique et du gaz oxigène, à peu près la moitié de mercure se réduit en métal, et le reste du précipité se sublime, en retenant tout l'acide muriatique qui étoit resté combiné avec l'oxide, et en formant le muriate mercuriel observé par Bayen; le liquide qui surnageoit le précipité, donne, par l'évaporation, d'abord du carbonate de soude, et ensuite un sel triple dans lequel la soude domine.

Le carbonate de potasse présente des phénomènes différens : il n'en faut que très-peu pour produire toute la précipitation dans la dissolution de muriate mercuriel corrosif, et le précipité qu'on obtient ne fait pas la moitié du poids de celui que donneroit la même quantité de muriate de mercure oxigéné, précipité par le carbonate de soude. Ce précipité exposé à l'action de la chaleur donne de l'acide carbonique, et se sublime presqu'en entier dans l'état de muriate mercuriel avec le moins d'acide; il n'y en a qu'une très - petite partie qui reprenne l'état métallique : le liquide qui surnage le précipité ne fait aucune effervescence avec les acides; de sorte qu'ici tout l'acide carbonique est combiné dans le précipité avec l'oxide et une proportion d'acide muriatique à-peu-près double de celle du précipité par le carbonate de soude. Le liquide évaporé donne un sel triple beaucoup plus soluble dans l'eau que le muriate de mercure oxigéné: ce sel cristallise en aiguilles soyeuses.

Le carbonate d'ammoniaque fait efservescence, en décomposant le muriate mercuriel corrosif, et l'on ne

retrouve point d'acide carbonique ni dans le précipité, ni dans le liquide qui le surnage : le poids du précipité forme à peu près les cinq sixièmes du muriate décomposé; il s'en dégage de l'ammoniaque, en y mêlant de la chaux; lorsqu'on le pousse au feu, l'ammoniaque se décompose, et l'on ne reçoit que du gaz azote : tout le mercure se sublime sans réduction; mais l'on voit que, dans ce sublimé, le mercure ne peut être autant oxidé que dans la sublimation des précipités par les alcalis fixes ou par la chaux, puisqu'il a perdu une partie de son oxigène par la décomposition de l'ammoniaque. Le liquide qui surnageoit le précipité contenoit une combinaison d'oxide de mercure, d'acide muriatique et d'ammoniaque.

La précipitation par l'ammoniaque a présenté les mêmes phénomènes, excepté l'effervescence.

- 8. En portant son attention sur les autres dissolutions et précipitations métalliques, on y reconnoît facilement le caractère de celles du mercure, à part les modifications qui dépendent des affections particulières de chaque oxide; je crois donc pouvoir établir les principes suivans:
- 1°. Les acides agissent sur les oxides métalliques comme sur les autres substances, non en raison de leur seule affinité, mais en raison de leur masse, puisque, lorsqu'un métal est devenu peu soluble ou insoluble, il peut être dissous par un excès d'acide, ou former, à l'aide de cet excès, une combinaison plus stable.
- 2º. Lorsqu'on décompose une combinaison métallique, l'alcali ou la terre alcaline dont on se sert, fait

1. MT. 3. h. inthe seconds, on the tim 31

un partage de l'acide en raison de l'énergie de son action. Si la combinaison métallique est foible, l'eau suffit pour la décomposer; alors se forment les sels avec le plus ou avec le moins d'acide : en cela les oxides métalliques suivent les mêmes lois que les autres substances; mais il arrive quelquefois que ce n'est pas la base alcaline qu'on ajoute qui fait le partage de l'acide, et que c'est l'oxide métallique qui partage, au contraire, le précipitant avec l'acide, comme lorsqu'on forme l'or fulminant ou l'orate d'ammoniaque: quelquefois aussi le précipitant, l'acide et l'oxide métallique forment deux combinaisons complexes, dont l'une est insoluble et l'autre reste liquide, ainsi que nous l'avons vu dans la décomposition du muriate mercuriel corrosif par l'ammoniaque, et dans les expériences que j'ai décrites (première suite, nos 10, 11).

En général, mais particulièrement pour les dissolutions métalliques, il ne faut pas séparer par la pensée la substance qu'on emploie sous le nom de précipitant, du liquide dans lequel on opère la précipitation; mais il faut porte régalement son attention sur toutes les substances qu'on met en présence, et qui peuvent former de nouvelles combinaisons.

3º. Les oxides colorés peuvent produire des combinaisons sans couleur; mais en cédant une partie de l'acide avec lequel ils étoient combinés, leur couleur reparoît proportionnellement à la quantité d'acide qu'ils ont cédée; de sorte que cette couleur est un indice de la constitution qui s'est établie, pourvu qu'il n'y ait pas de circonstance qui ait pu changer l'état d'oxidation.

4º. Les oxides métalliques ne peuvent pas être comparés entre eux, à moins qu'on ne les prenne dans un état déterminé d'oxidation; toutes les combinaisons qu'ils peuvent former varient non seulement par cette cause, mais aussi par la proportion d'acide qu'elles retiennent lorsque cette proportion n'est pas déterminée par une cristallisation: il n'y a relativement à l'oxidation que les deux extrêmes, celui de la plus petite et celui de la plus grande oxigénation, qu'on puisse regarder comme constans.

Il suit de là que la nomenclature ne peut indiquer que d'une manière vague, et avec une grande latitude, les combinaisons métalliques dans lesquelles l'oxidation et la proportion de l'acide ne sont pas déterminées.

- 5°. Les acides ne suivent pas la même progression dans leur affinité relative aux degrés d'oxidation : il y en a dans lesquels l'affinité diminue avec l'oxidation, tels sont l'acide nitrique et l'acide sulfurique; il y en a dans lesquels elle paroît même augmenter, tel est l'acide muriatique. De là on voit combien étoit peu fondée, indépendamment de toutes les considérations que j'ai exposées, la prétention de classer les affinités des métaux pour les différens acides, en les regardant comme des forces constantes.
- 6º. Les résultats des affinités complexes des dissolutions métalliques mêlées avec d'autres sels, peuvent encore varier par la proportion de ces sels, conformément à ce qui a été établi (De l'influence des proportions dans les affinités complexes); de sorte qu'alors la proportion

244 MÉMOIRES DE MATHÉMATIQUES de l'oxide dans l'oxide métallique, celle de l'oxide dans la dissolution, et celle de la combinaison saline qu'on met en action avec elle, contribuent toutes aux nouvelles combinaisons qui s'établissent.

On reconnoît donc dans l'action chimique des dissolutions métalliques les lois que nous avons constatées dans celle des autres combinaisons, si ce n'est que l'oxidation fait varier l'affinité du métal, soit pour les acides, soit pour les autres substances, et multiplie, pour ainsi dire, dans les métaux la propriété de former des combinaisons; ce qui complique souvent les résulats à un tel point que l'observation exacte peut bien démêler dans les faits les circonstances qui les déterminent, mais que la théorie ne peut les prévoir par la seule considération des propriétés connues, comme elle peut le faire à l'égard des autres substances dont l'action dépend d'un plus petit nombre de conditions.

9. L'état dans lequel l'oxigène se trouve combiné avec les métaux, influe aussi sur les propriétés des oxides et des précipités métalliques comparés entre eux. Bayen a observé que plusieurs précipités mercuriels, ainsi que l'oxide rouge, détonoient fortement, quoique d'une manière inégale, lorsqu'on les exposoit à la chaleur après les avoir mêlés avec du soufre, et que quelques-uns étoient privés de cette propriété, sans qu'il ait indiqué la raison du phénomène et de l'exception. Il me paroît indubitable que cette propriété de l'oxide de mercure, et des précipités dans lesquels il domine, dépend de ce que l'oxigène y possède plus de calorique

qu'il n'en conserve dans la combinaison qu'il forme avec le soufre, ou dans l'acide sulfurique. Il arrive donc la même chose qu'avec le nitrate et le muriate oxigéné de potasse, si ce n'est que l'effet n'est pas aussi considérable; mais dans les précipités du muriate mercuriel corrosif, il n'y a que la partie qu'on peut regarder comme non engagée dans l'acide muriatique, celle qui peut se réduire en métal par l'action de la chaleur, qui puisse produire la détonation. Ceux donc de ces précipités qui retiennent assez d'acide muriatique pour qu'il ne se fasse qu'une petite réduction de mercure par l'action de la chaleur, ne peuvent point produire de détonation: tels sont effectivement les précipités par l'ammoniaque, par le carbonate d'ammoniaque, par le carbonate de potasse.

La propriété découverte par Bayen est donc analogue à la propriété fulminante de l'orate et de l'argentate d'ammoniaque; mais on ne l'aperçoit pas dans les autres oxides et précipités métalliques. Il faut donc que l'oxigène se trouve dans ces derniers plus dépourvu de calorique.

10. Les propriétés qui dépendent de l'oxidation varient donc dans chaque métal en raison des proportions de l'oxigène; et celles qui dépendent de l'état de concentration de l'oxigène sont le principe des phénomènes qui sont dus aux changemens de combinaison qu'éprouvent les substances élastiques (Recher. art. XIV, nos 12, 15).

EXPÉRIENCES

Destinées à déterminer la cohérence des fluides et les lois de leur résistance dans les mouvemens très-lents,

Par le citoyen Coulomb.

Lu le 6 prairial an 8.

Lorsqu'un corps est frappé par un fluide avec une vîtesse un peu considérable, plus grande, par exemple, que deux ou trois décimètres par seconde, soit que ce soit le corps en mouvement qui frappe le fluide, soit que ce soit le fluide en mouvement qui frappe le corps, l'on trouve, d'après l'expérience, la résistance proportionnelle au carré de la vîtesse.

Mais dans les mouvemens extrêmement lents, audessous, par exemple, d'un centimètre par seconde, la résistance n'est plus uniquement proportionnelle au carré de la vîtesse, mais à une fonction de la vîtesse dont tous les autres termes disparoissent dans les grandes vîtesses, relativement à celui qui est proportionnel au carré; mais comme, en supposant la vîtesse très-petite, la quantité qui représente la résistance est également très-petite, il est très-difficile de l'évaluer par les moyens ordinaires, et encore plus de séparer dans cette évaluation ce qui appartient aux différens termes de la formule.

D'après ce premier aperçu, mon objet dans ce mémoire a dû être de remplir les deux conditions suivantes:

- 1°. D'employer un genre de mesure avec lequel il me fut possible de déterminer d'une manière presque exacte les plus petites forces;
- 2°. De pouvoir donner, à ma volonté, aux corps que je voulois soumettre à l'expérience, un degré de vîtesse assez petit pour que la partie de la résistance qui est proportionnelle au carré de la vîtesse, devînt comparable avec les autres termes de la fonction qui représente cette résistance; ou même, dans quelques cas, que la partie de la résistance proportionnelle au carré de la vîtesse devînt si petite comparativement aux autres termes, que l'on pût la négliger.

Ainsi, ayant trouvé, comme on le verra dans les expériences qui vont suivre, que la résistance des fluides dans les mouvemens très-lents est représentée par deux termes, l'un proportionnel à la simple vîtesse, l'autre au carré de la vîtesse; si, dans un exemple particulier, la portion de la résistance proportionnelle à la simple vîtesse est égale à celle proportionnelle au carré de la vîtesse, lorsque le corps a un centimètre de vîtesse par seconde, il en résultera que lorsque le corps aura un mètre de vîtesse par seconde, la partie proportionnelle au carré de la vîtesse sera cent fois plus considérable que celle proportionnelle à la simple vîtesse : mais si

la vîtesse du corps n'étoit que d'un dixième de millimètre par seconde, la partie de la résistance proportionnelle à la simple vîtesse seroit cent fois plus grande que celle qui est proportionnelle au carré.

C'est en me conformant à cette observation que, maître de diminuer les vîtesses autant que je le voulois, il m'a été possible, dans presque toutes les expériences qui suivent, de rendre la partie de la résistance proportionnelle à la simple vîtesse plus grande que celle qui est proportionnelle au carré; il y a même des cas, et tel est celui où un plan se meut dans le sens de sa surface avec un mouvement très-lent, où la portion de la résistance proportionnelle au carré disparoît presque en entier et peut être négligée.

2. Newton, en cherchant (liv. II des Principes, proposition XL,) la résistance que l'air oppose au mouvement oscillatoire d'un globe dans les petites oscillations, s'est servi d'une formule composée de trois termes: l'un comme le carré de la vîtesse, le second comme la puissance 3 de la vîtesse, et le troisième comme la simple vîtesse.

Dans une autre partie du même ouvrage, en calculant la résistance que les globes éprouvent en tombant lentement dans l'air ou dans l'eau, il réduit la formule à deux termes; l'un comme le carré de la vîtesse, l'autre constant.

D. Bernouilli, en soumettant au calcul (t. III et V des Mémoires de Pétersbourg,) les expériences du pendule faites par Newton, suppose seulement deux termes

pour représenter la résistance; l'un comme le carré de la vîtesse, l'autre constant : mais il ajoute que quoique les expériences ne s'accordent point avec la théorie, l'on ne peut cependant en rien conclure, parce que les observations du pendule sont si délicates qu'il est trèsdifficile de déterminer la petite quantité constante d'après l'observation de la diminution successive des oscillations.

Sgravesande, Élémens de physique, §. 1911, a trouvé que la pression du fluide en mouvement contre un corps en repos, est en partie proportionnelle à la simple vîtesse, et en partie au carré de la vîtesse; mais que quand le fluide est en repos et le corps en mouvement, c'est le cas du pendule : alors la résistance, selon le même auteur, §. 1975, est en partie proportionnelle au carré de la vîtesse, et en partie à une quantité constante. Ainsi dans cette circonstance, c'est-à-dire lorsque c'est le corps en mouvement qui rencontre le fluide, MM. Newton, Bernouilli et Sgravesande sont d'accord entre eux, et supposent la formule qui représente la résistance des fluides composée de deux termes; l'un comme le carré de la vîtesse, l'autre constant.

Les expériences qui vont suivre prouveront, je crois, d'une manière incontestable, que lorsque le corps en mouvement frappe le sluide, la pression qu'il éprouve est représentée par deux termes, l'un proportionnel à la simple vîtesse, l'autre au carré de la vîtesse, et que, s'il y a un terme constant, il est dans tous les fluides qui ont peu de cohérence, telle que seroit l'eau, par

т. 3. 1.

250 MÉMOIRES DE MATHÉMATIQUES exemple, si peu considérable qu'il est presque impossible de l'apprécier.

Préparation aux expériences.

3. JE me suis servi, dans les expériences qui vont suivre, de la force de torsion d'un fil de laiton. L'on voit, fig. 1, que l'appareil qui a servi aux expériences 1, 2, 3 et 4 est un vase de 8 décimètres de diamètre et de 4 décimètres de hauteur. Ce vase est plein d'eau, et c'est dans cette eau qu'oscille, au moyen de la force de torsion du fil de suspension ag, le corps dont on veut évaluer la résistance.

Au haut de la potence NLK est un petit cercle fe percé à son centre, où entre une cheville terminée en a par une pince.

L'extrémité supérieure a du fil de suspension ag est saisie par cette pince; l'extrémité inférieure du même fil est saisie par une autre pince g qui répond au centre du disque DQ. Cette pince est placée à l'extrémité supérieure d'un cylindre de cuivre g, et dont le diamètre est 10 à 12 millimètres; ce cylindre traverse le disque perpendiculairement à son plan; l'axe du cylindre est le même que l'axe du disque; l'extrémité inférieure du cylindre plonge dans l'eau de 4 ou 5 centimètres.

Le disque DQ se trouve ainsi suspendu horizontalement au-dessus de la surface de l'eau, et la circonférence de ce disque est divisée en 480 degrés ou parties égales. Lorsqu'il est en repos, ce qui arrive lorsque la torsion du fil est nulle, l'on place l'index fQ sur le point o de la division du disque. La petite régle fm, qui porte l'index, peut s'élever ou se baisser à volonté autour de son axe n, et la potence fmgh se transporte autour du disque, suivant la position où s'arrête le point o de ce disque.

C'est au-dessous du cylindre gd que l'on place les plans et les corps dont on veut déterminer la résistance. L'on fait tourner légèrement le disque DQ en le soutenant avec les deux mains jusqu'à une certaine distance de l'index, sans déranger la position verticale du fil de suspension. L'on abandonne ensuite ce disque à lui-même. Pour lors la force de torsion le fait osciller: l'on observe la diminution successive des oscillations. Une formule très-simple donne en poids la force de torsion qui produit les oscillations; une autre formule, connue de tous les géomètres, mais qu'il m'a paru nécessaire de présenter de nouveau sous la forme qui s'adapte le mieux à nos expériences, détermine par une approximation suffisante dans la pratique, au moyen de la diminution successive des oscillations comparées avec l'amplitude de l'oscillation, quelle est, relativement à la vîtesse, la loi de résistance qui produit cette diminution.

4. L'on voit, d'après cet exposé, que la méthode dont j'ai fait usage dans la réduction des expériences est à peu près la même que celle d'après laquelle Newton et plusieurs autres géomètres ont cherché à déterminer

la résistance des fluides, en observant les diminutions successives d'un pendule oscillant dans un milieu résistant; mais le moyen que j'emploie est beaucoup plus propre à faire connoître les petites quantités qu'il faut évaluer dans cette recherche.

Dans le pendule, si le corps est soutenu par un fil, l'on ne peut tenter d'expériences qu'avec un globe sphérique, toute autre figure ne conservant pas dans les oscillations une position fixe; si, pour éviter cet inconvénient, le corps est soutenu par une verge, l'incertitude dans l'évaluation des frottemens et de la résistance de la verge ne permet plus d'apprécier la petite quantité que l'on veut déterminer.

En se servant du pendule, il faut commencer par déterminer la pesanteur spécifique du corps relativement à celle du fluide : la moindre erreur dans cette évaluation rend les résultats incertains.

Dans les différentes situations du pendule qui oscille, le fil ou la verge du pendule plonge successivement plus ou moins dans le fluide, et les altérations qui peuvent en résulter sont souvent plus considérables que les petites quantités qui sont l'objet de cette recherche.

L'on peut observer encore que ce n'est que dans les petites oscillations que la force qui ramène le pendule à la verticale est proportionnelle à l'angle qu'il forme avec cette verticale dans ses différentes positions, condition nécessaire à l'application des formules; mais les petites oscillations ont de très-grands inconvéniens, et les pertes successives ne s'y déterminent que par des

quantités assez difficiles à évaluer exactement, et qui sont altérées par le moindre mouvement du fluide ou de l'air de la chambre où se fait l'observation.

Il ne faut pas non plus oublier que le fil ou la verge qui soutient le corps éprouve, dans les petits degrés de vîtesse, une résistance beaucoup plus grande au point de flottaison que dans les autres parties; que cette résistance est très-variable, parce que le fil, ou la verge qui soutient le corps, oblige le fluide de monter le long du fil plus ou moins, suivant la vîtesse du pendule et suivant que le fil a été primitivement mouillé ou non dans la partie placée au-dessus de la flottaison.

Enfin, dans la pratique, il est impossible d'augmenter considérablement la durée de chaque oscillation, à moins de donner au globe soutenu par le fil presque la même pesanteur spécifique qu'au fluide; mais pour lors il est très-difficile d'être sûr que le centre de gravité du corps est le même que son centre de figure. Ainsi le globe soutenu par un fil aura presque toujours des mouvemens de rotation autour de son centre de gravité, et ce centre parcourra une ligne courbe qui ne sera pas dans le même plan.

5. Tous ces inconvéniens, qu'il nous paroît impossible d'éviter, ont jeté une si grande incertitude dans les résultats des expériences, que des physiciens géomètres, tels que Newton et D. Bernouilli, n'ont pu en déduire les lois de la résistance des fluides dans les mouvemens très-lents; mais ces irrégularités ne paroissent pas à craindre en se servant de l'appareil que nous venons de décrire, et en comparant les résistances des fluides avec la force de torsion du fil de suspension. Ici le corps est entièrement submergé dans le fluide, et chaque point de sa surface oscillant dans un plan horizontal, le rapport des densités spécifiques du fluide et du corps n'influe en rien sur l'évaluation de la force qui produit le mouvement; nous sommes donc exempts de ce genre d'altération.

L'on peut, dans les expériences, donner aux oscillations jusqu'à un ou deux cercles d'amplitude, et rendre la durée de chaque oscillation aussi longue qu'on le desire, soit en diminuant le diamètre du fil, soit en augmentant sa longueur; ou, si on le préfère, en augmentant le moment d'inertie du disque soutenu par le fil.

J'ai fait plusieurs expériences où chaque oscillation duroit plus de 100 secondes; mais pour lors je me suis aperçu que le moindre mouvement dans le fluide, l'ébranlement occasionné par le passage d'une voiture, altéroient sensiblement les résultats; et, après beaucoup d'essais, j'ai trouvé que la durée de chaque oscillation, qui convenoit le mieux à ce genre d'expérience, étoit entre 20 et 30 secondes, et que l'amplitude des oscillations qui donnoient le plus de régularité dans les résultats, étoit comprise entre 480 degrés, division entière du disque, et 8 ou 10 divisions à compter du point o de torsion.

Dans les amplitudes au-dessous de 8 divisions, la force qui produit les oscillations se trouve si petite que la moindre irrégularité étrangère à la résistance du fluide l'altère quelquefois d'une manière sensible; et si l'on étoit obligé, comme dans quelques expériences particulières, d'observer des oscillations d'une trèspetite amplitude, il faudroit s'établir dans un endroit bien fermé, et éloigné de tout ce qui peut produire le moindre ébranlement.

6. D'après les différentes observations qui précèdent, il est facile de voir que ce n'est que dans les mouvemens très-lents, tels que ceux qui font l'objet de ce mémoire, que les corps oscillans, ou parcourant des cercles, peuvent donner des résultats satisfaisans : dans les oscillations de peu de durée ou dans des mouvemens circulaires très-prompts, le fluide frappé par le corps est continuellement en mouvement, et lorsque le corps revient à la même place, son mouvement est contrarié ou aidé par le mouvement antérieur qu'a conservé le fluide.

Aussi notre confrère le citoyen Bossu, dans la suite des belles et nombreuses expériences qu'il a publiées sur la résistance des fluides, voulant donner aux corps soumis à l'expérience des degrés de vîtesse d'après lesquels on pût calculer leur résistance dans toutes les questions relatives, soit à la mécanique, soit à la navigation, a disposé son appareil de manière que chaque point du corps suivît nécessairement une ligne droite sans pouvoir osciller dans aucun sens.

De la force de torsion des fils de métal.

7. J'AI donné en 1777, dans un Mémoire sur les bonssoles de déclinaison, imprimé dans le tome IX des Mémoires des Savans étrangers, la théorie des forces de torsion des cheveux et des soies; en 1784, Mémoires de l'Académie des sciences, j'appliquai la même théorie aux fils de métal, et je la fondai sur un grand nombre d'expériences. Je trouvai pour lors que le moment de la force de torsion d'un fil de métal tordu autour de son axe, étoit en raison composée de l'angle de torsion de la quatrième puissance du diamètre, et en raison inverse de la longueur du fil, le tout multiplié par un coefficient constant dépendant de la nature du métal.

Nous n'aurons besoin, dans les expériences qui suivent, que de savoir que la force de torsion est proportionnelle à l'angle de torsion; loi que tout le monde peut vérifier par une expérience très-simple : car si l'on suspend un corps quelconque par un fil de métal, l'on trouvera que quelqu'étendues que soient les oscillations que fasse le corps autour de l'axe vertical formé par le fil de suspension, la durée de chaque oscillation sera toujours la même; d'où il résulte, d'après une proposition connue de tous les géomètres, que le moment de la force de torsion est proportionnel à l'angle de torsion.

8. Pour avoir, d'après l'expérience, la force de torsion représentée par un poids connu, je suspends (fig. 2,

no 1) un disque de métal di, qui a par-tout la même épaisseur, et qui est soutenu horizontalement par le fil fc; je détermine avec une balance la pesanteur de ce disque, je mesure son diamètre, je le fais ensuite osciller autour de son centre C ou autour de l'axe vertical fc, ayant soin que dans con oscillation il se dérange très-peu de sa situation horizontale. J'observe le nombre d'oscillations qu'il fait dans un temps donné : ces quantités connues suffisent pour évaluer en poids la force de torsion.

Soit (fig. 2, n° 2) ABE le plan du disque dont le centre est en C, que ACB représente l'angle de torsion du fil au commencement du mouvement, A étant le point de départ; soit ACB = A; ACm = S.

Lorsque l'angle de torsion sera réduit à BCm, le moment de la force de torsion qui tend à ramener le disque vers le point B, où la torsion est nulle, sera égal à n(A-S), où n est une quantité constante qui dépend de la nature du métal; et si u est la vîtesse angulaire, dt l'élément du temps, $\int u r^2$ la somme des momens d'inertie de tous les points du disque relativement au centre C, l'on aura l'équation

$$n(A-S) dt = du \int \mu r^2;$$

mais dans le pendule ordinaire, dont la longueur est l_2 , on a pour la formule qui exprime le mouvement oscillatoire, en supposant l'angle, depuis le départ jusqu'à la verticale, égal à \mathcal{A} , et g la force de la gravité,

$$\frac{g}{t}(A-S) dt = du;$$
1. T. 3. 33

et si l'on fait en sorte que les deux formules soient identiques, les oscillations produites par la torsion, et celle du pendule seront d'une égale durée : l'on aura par conséquent

 $\frac{n}{S_{l^2}r^2} = \frac{g}{l},$

où l'représente la longueur d'un pendule qui fait chaque oscillation dans le même temps que le disque oscillant en vertu de la force de torsion.

Il ne s'agit plus que d'avoir une valeur effective, la quantité n; c'est-à-dire qu'il faut avoir, à la place de n, un poids déterminé multiplié par un levier connu.

9. Reprenons pour cela le disque EBA (fig. 2, n° 2), sur lequel nous avons tracé le segment élémentaire m C'm, dont l'angle est représenté par ds; que Cm, rayon du disque, soit R, soit Cr = r; rr' = rds; le petit élément rr' ss' = rdr ds, est représenté dans la formule par la molécule μ : ainsi $\int \mu r^2 = \int r^5 dr ds = S \frac{r^4}{4}$; et si l'angle ds est étendu à un cercle entier, que C soit le rapport de la circonférence au rayon, l'on aura $n = \frac{gCR^4}{4L}$; mais $\frac{CR^2}{2}$ représente la surface du disque $\frac{gCR^2}{2}$ représentera par conséquent le poids du disque. Ainsi P étant le poids du disque, R son rayon, l la longueur du pendule qui fait les oscillations de la même durée que celle du disque, l'on aura

$$n = \frac{PR^2}{2l},$$

quantité, comme l'on voit, qui ne renferme que des quantités connues, et qui est représentée par le poids P du disque, multiplié par un levier dont la valeur est $\frac{R^2}{2l}$.

10. La valeur générale $n = \frac{\int \mu r^2}{l}$, que nous avons trouvée, art. 8, pour tous les corps, quelle que soit leur figure, donne dans les expériences une grande facilité, lorsqu'une fois la valeur numérique de n a été fixée par une expérience particulière, pour déterminer par un corps quelconque la valeur de $\int \mu r^2$, sans connoître aucune des dimensions de ce corps.

Supposons que nous suspendions successivement au même fil de métal deux corps différens; nous avons prouvé, dans le volume des Mémoires de l'Académie pour 1784, que la tension plus ou moins grande du fil de suspension n'influoit pas sensiblement sur la force de torsion: ainsi, quel que soit le poids suspendu à un même fil, la valeur du moment de la force de torsion représentée par n restera la même; ainsi, si µ' représente une molécule du corps suspendu, r' la distance de cette molécule à l'axe de suspension, l' la longueur du pendule qui feroit ses oscillations dans le même temps que la force de torsion, l'on aura toujours la quantité constante

$$n = \frac{g}{l'} \int \mu' r'^2,$$

où l'est donné par l'observation du temps qu'aura duré un certain nombre d'oscillations.

Et si $\int \mu r^2$ est la quantité primitive d'où nous avons tiré la valeur de n, nous aurons

$$\int \mu' r'^2 = \frac{l'}{l} \int \mu r^2$$
;

mais les longueurs de deux pendules étant comme le carré du temps d'un même nombre d'oscillations, si l'on nomme T' le temps qui répond à $\int \mu' r'^2$, et T' le temps qui répond à $\int \mu r^2$, nous aurons

$$\int \mu' r'^2 = \frac{T'^2}{T^2} \int \mu r^2.$$

Ce qui donne, comme l'on voit, un moyen très-facile de déterminer $\int \mu' r'^2$, puisqu'il suffit d'observer la durée d'un certain nombre d'oscillations du corps, en le suspendant au même fil de métal qui a servi à déterminer n d'après la formule $n = \frac{g}{l} \int \mu r^2$, en se servant d'un corps d'une figure telle, qu'il a été facile d'en déduire en valeurs numériques $\int \mu r^2$.

Mais *n* une fois connu, puisque $\int u r^2 = \frac{nl}{g}$, nous avons également, quel que soit le corps qui fasse ses oscillations dans le temps T,

$$\int \mu' r'^2 = \frac{n l T'^2}{g T^2}.$$

11. Nous venons de déterminer le moment de la force de torsion dont nous comptons faire usage en la comparant, dans les mouvemens oscillatoires, avec la résistance des fluides; voici, relativement à cette résistance,

ce que la théorie paroît indiquer, et ce qui effectivement se trouve conforme à l'expérience.

Lorsque le corps en mouvement frappe les molécules du fluide, il éprouve deux espèces de résistances; l'une due à la cohérence des molécules du fluide qui se séparent l'une de l'autre, et ce nombre de molécules ainsi séparées étant proportionnel à la vîtesse du corps, la résistance qui dépend de la cohérence est aussi proportionnelle à cette vîtesse.

L'autre partie de la résistance est due à l'inertie des molécules, qui, frappées par le fluide, acquièrent un certain degré de vîtesse proportionnel au degré de vîtesse du corps; mais comme le nombre de ces parties est proportionnel à la vîtesse, il en doit résulter une résistance proportionnelle au carré de la vîtesse.

La théorie semble donc nous indiquer que la résistance des fluides doit être représentée par la somme de deux quantités; l'une proportionnelle à la simple vîtesse, l'autre au carré de la vîtesse. En adoptant ces deux suppositions, que la théorie nous indique, et que nous allons trouver confirmées par l'expérience dans les mouvemens très-lents, il est facile de soumettre au calcul la résistance que les corps éprouvent dans les mouvemens oscillatoires.

12. Supposons (fig. 1) qu'en d, au-dessous du cylindre gd, l'on ait fixé horizontalement plusieurs leviers très-sins du, d'u', etc., à l'extrémité desquels se trouvent les petits corps \(\mu, \mu', \text{ etc.}, \text{ qui sont en entier plongés} \) dans le sluide. Nous négligeons pour le moment la

petite résistance des leviers. Soit l'angle de torsion primitif, au moment du départ, edA = A, qu'après le temps t cet angle soit $ed\mu$; faisant $Ad\mu = S$; que u soit la vîtesse angulaire.

Après le temps t, lorsque l'angle de torsion sera réduit à μde , le moment de la force de torsion qui fait osciller tout le système sera égal à n(A-S), et le moment de la résistance due au fluide $(au+bu^2)$. Dans cette expression, a et b sont des quantités constantes dépendantes de la figure et du nombre des corps qui oscillent dans le fluide, et de la longueur du levier ou de la distance de chacun de ces corps à l'axe de rotation. Nous déterminerons dans la suite ces quantités a et b, pour pouvoir comparer la résistance des différens corps d'après les expériences.

Le moment de la force de torsion qui fait osciller les corps dans le fluide, et la résistance qu'ils éprouvent, étant données par les deux expressions qui précèdent, les principes de dynamique nous donnent, pour la formule qui représente la résistance, comparativement avec la force de torsion

$$[n(A-S)-au-bu^2]dt=duf\mu'r'^2;$$

ou, ce qui revient au même,

$$[n(A-S)-au-bu^2] ds \equiv udu \int \mu' r'^2;$$

où $\int \mu' r'^2$ représente le moment d'inertie de tous les petits corps μ' . L'on remarque que lorsque la résistance

n'est pas très-considérable relativement à la force, l'on tire la valeur approchée de u de la formule

$$udu = \frac{n(A-S)ds}{\int \mu' r'^2};$$

ce qui donne $u = \left(\frac{\pi}{S u' r'^2}\right)^{\frac{1}{s}} (2 A s - s s)^{\frac{s}{s}}$.

Cette valeur de u, introduite dans les termes qui représentent la résistance, elle deviendra

$$uu \int \mu' r'^2 = n \left(2 A s - s s \right) - 2 a \left(\frac{n}{S \mu' r'^2} \right)^{\frac{1}{2}} \int ds \sqrt{2 A s - s s} - \frac{2 b n}{S \mu' r'^2} \int ds \left(2 A s - s s \right).$$

L'intégrale de $\int ds \sqrt{2As-ss}$ est l'aire d'une portion de cercle dont s est le sinus verse et A le rayon. Ainsi lorsque l'oscillation sera achevée, S étant à peu près égal à 2A, cette intégrale donnera par approximation un demi-cercle, dont A est le rayon.

La seconde partie $\frac{2bn}{S\mu'r^2}\int ds$ (2 As — ss), s'intègre complétement. Ainsi l'on aura, lorsque l'oscillation sera achevée, et que u sera égal à o, en nommant C le rapport de la circonférence au rayon, et S l'arc total parcouru,

$$n \frac{(2A-S)}{A} = \frac{aC}{4} \left(\frac{n}{S\mu'r'^2} \right)^{\frac{1}{2}} + \frac{4bnA}{3S\mu'r'^2}$$

Mettons à la place de $\int \mu' r'^2$, sa valeur $\frac{T'^2 n l}{g T^2}$, trouvée article 10, et nous aurons pour la formule que nous voulons comparer aux expériences,

$$\frac{2A-S}{A} = \frac{aCT}{4nT'} \left(\frac{g}{l}\right)^{\frac{1}{2}} + \frac{4bT^2}{3nT'^2} \left(\frac{g}{l}\right)^{\frac{1}{2}}$$

13. Dans cette formule, n représente le moment de la force de torsion du fil de suspension, quantité qui se détermine par la durée T des oscillations du disque; ce qui donne la longueur l du pendule qui fait ses oscillations dans le même temps. T' est le temps d'une oscillation du systême, composé du disque et des corps fixés sous le cylindre, que l'on soumet ici à l'expérience.

(2 A - S) est la différence entre l'oscillation descendante, mesurée depuis le point où la force de torsion est A, jusqu'au point où elle est nulle, et l'oscillation montante, depuis le point o jusqu'au point où l'oscillation s'achève. L'on remarquera que le disque DQ (fig. 1), sous le cylindre duquel gd l'on fixe en d le plan ou le corps que l'on veut faire osciller dans le fluide, a un momentum d'inertie en général si considérable relativement au moment des corps soumis à l'expérience, que dans beaucoup de cas l'on peut, dans l'expression qui précède, faire T = T'.

14. L'on remarquera encore, ce qui simplifie l'usage de la formule, que lorsque c'est le même corps qui oscille, si la diminution des amplitudes des oscillations n'est pas considérablement altérée à chaque oscillation, le temps des grandes et des petites oscillations est à peu près le même. Ainsi, dans ce cas qui a souvent lieu dans nos expériences, il ne se trouve dans la formule d'autres quantités variables que l'amplitude \mathcal{A} de l'oscillation, et la différence (2 $\mathcal{A} - \mathcal{S}$) entre l'oscillation descendante et l'oscillation montante.

Si l'on fait par conséquent (2A - S) = dA, et les

constantes $\frac{aCT}{4nT'}\left(\frac{g}{l}\right)^{\frac{1}{2}} = m; \frac{4bT^2}{3nT'^2}\left(\frac{g}{l}\right) = p;$ notre formule se réduira à la forme

$$\frac{dA}{A} = m + pA;$$

où m et p sont des quantités constantes lorsque T = T', et variant avec T', lorsque T' n'est pas égal à T.

Donnons un exemple qui servira de modèle pour la plus grande partie des applications de la théorie aux expériences. Par est la la companient de la companient de

Je suppose que, dans une expérience, en tordant le fil de suspension d'un cercle, ou de 480 degrés, qui est la division de mon disque, le systême, à la seconde oscillation, ne revient qu'à 460 degrés. Il y a par conséquent 20 degrés de perte, ou 10 degrés à chaque oscillation : ainsi dA = 10 degrés ; l'amplitude moyenne A entre les deux oscillations = $\left(\frac{480 + 460}{2}\right)$ = 470 degrés.

Si ensuite, en tordant seulement de 240 degrés, le systême, après deux oscillations, revient à 232 degrés, il y aura 8 degrés de perte pour deux oscillations, ou 4 degrés pour chacune.

Ainsi
$$dA = 4$$
 degrés; et $A = \frac{240 + 232}{2} = 236$.

En substituant ces valeurs dans la formule précédente, j'aurai les deux égalités suivantes:

Première ...
$$\frac{10}{470} = m + 470 p = 0.0213;$$

Seconde ... $\frac{4}{236} = m + 236 p = 0.0169.$
1. T. 3.

266 MÉMOIRES DE MATHÉMATIQUES

Retranchant la seconde de la première, m s'évanouit, et j'ai $p = \frac{0.0044}{234} = 0.000018$.

Je substitue cette valeur de p dans une des deux équations, et j'en conclus la valeur de m.

C'est ainsi qu'au moyen de cinq ou six observations faites à des amplitudes d'oscillations différentes, je vérifie par leur comparaison si m et p sont des quantités constantes, et que je trouve que la résistance des fluides dans les mouvemens très-lents est en partie proportionnelle au carré de la vîtesse, et en partie à la simple vîtesse.

15. Mais il faut remarquer qu'avant de faire cette comparaison, il faut avoir égard à une petite correction qui provient, soit de l'imperfection de l'élasticité, soit de la petite résistance due au mouvement du disque dans l'air, ainsi qu'à celle du cylindre gd, qui plonge de 2 ou 3 centimètres dans l'eau. J'ai trouvé dans le mémoire déja cité, imprimé en 1784 (Mémoires de l'Académie des sciences), que la force de torsion étoit un peu altérée dans les différens degrés de torsion, parce que l'élasticité de torsion n'étoit pas parfaite; en sorte que la diminution de l'amplitude à chaque oscillation résultante de cette imperfection, étoit toujours proportionnelle à l'amplitude des oscillations: même résultat, comme l'on voit, que nous aurions eu si l'on avoit supposé cette altération proportionnelle à la vîtesse : ainsi il ne résulte de cette imperfection dans l'élasticité, qu'une petite quantité qui se trouve

réunie, et qu'il faut retrancher du coefficient m, qui répond à la portion de résistance due à la simple vîtesse.

Quant à la résistance de l'air sur le disque, et à celle de l'extrémité du cylindre dans l'eau, elle est, comme on va le voir tout-à-l'heure, proportionnelle à la vîtesse, et si peu considérable dans l'eau, que l'on pourroit, pour ainsi dire, la négliger. Ce n'est que dans les fluides très-cohérens que cette dernière quantité est sensible. Quelle qu'elle soit au surplus, elle se trouvera toujours comprise dans la petite correction que nous ferons aux résultats des expériences.

16. Lorsque, par la nature des expériences que l'on exécute, le terme proportionnel au carré des vîtesses disparoît, comme lorsqu'un plan se meut, dans le sens de sa surface, d'un mouvement très-lent; la formule de l'article 14 se réduit à $\frac{dA}{A} = m$; et en nommant A'l'arc remonté, l'on a par conséquent $\frac{A-A}{A} = m$, où A représente la partie de l'oscillation depuis le point de départ jusqu'au point où la torsion est nulle, et A' l'autre partie de l'oscillation, depuis le point où la torsion est nulle, jusqu'au point où l'oscillation se termine. Cette quantité $\frac{A-A'}{A} = m$, donne A' = A (1-m). Ainsi si, après un nombre q d'oscillations successives, À représente l'amplitude de la dernière oscillation, l'on aura $\stackrel{(q)}{A} = A$ $(1-m)^q$: d'où résulte qu'après un nombre

d'oscillations q l'on aura toujours $\frac{\log A - \log A}{q}$

— log. (1 — m); c'est-à-dire qu'après un nombre q d'oscillations, le logarithme de la quantité qui exprime l'amplitude de la première oscillation, depuis le point de départ jusqu'au point où la torsion est nulle, moins le logarithme de l'amplitude de la dernière oscillation observée, divisé par le nombre des oscillations, est toujours une quantité constante, quel que soit le nombre des oscillations.

Je vais faire usage de cette dernière formule dans l'évaluation de la résistance qu'éprouve un plan qui se meut d'un mouvement très-lent dans le sens de sa surface, et qui pour lors paroît ne faire que détacher les molécules du fluide l'une de l'autre, sans leur donner une vîtesse sensible; car lorsque le plan a beaucoup de vîtesse, il faut, dans la réduction des expériences, faire nécessairement entrer le terme proportionnel au carré de la vîtesse.

Première expérience.

J'AI fixé horizontalement, au moyen d'une vis, sous le cylindre en d (fig. 1), un cercle de fer-blanc de 195 millimètres de diamètre. Le système suspendu au fil de laiton étoit composé du disque DQ, du cylindre gd et du plateau de fer-blanc AA'C; il a fait quatre oscillations en 97''.

Premier essai. LE départ, à 192d du point o de

$$\frac{\log. 192 - \log. 52.3}{10} = 0.0565;$$

le second essai donne, d'après cette même formule,

$$\frac{\log. 13.8 - \log. 3.3}{10} = 0.0571.$$

Observation sur cette expérience.

18. Dans le premier essai, le point de départ étoit à 192 degrés du point o; dans le second, il n'étoit qu'à 13d8 du même point : ainsi l'amplitude du départ au premier essai étoit à peu près quatorze fois plus considérable qu'au dernier; et, malgré cela, on trouve qu'après dix oscillations la différence des logarithmes des amplitudes, divisée par le nombre des oscillations, est presque exactement la même. Ainsi l'on peut conclure de cette expérience que la résistance étoit ici proportionnelle à la vîtesse, et que le terme qui exprime la partie de la résistance proportionnelle au carré de la vîtesse, n'altéroit pas sensiblement le mouvement du plan.

Il faut au surplus remarquer que le jour où j'ai fait cette expérience, le temps étoit très-calme; ce qui m'a

270 MÉMOIRES DE MATHÉMATIQUES permis d'observer de très-petites amplitudes, et de compter sur leur résultat.

Seconde expérience.

19. En suivant le procédé de l'expérience qui précède, j'ai fixé sous le cylindre un plateau de fer-blanc de 140 millimètres de diamètre; il faisoit quatre oscillations en 92". J'ai trouvé par plusieurs expériences faites depuis 200d jusqu'à 8d, que la différence des logarithmes des amplitudes, pour dix oscillations successives, divisée par 10, étoit, quelle que fût l'amplitude de départ, égale à 0.021.

Troisième expérience.

- 20. Sous le même cylindre, j'ai fixé par son centre un cercle de fer-blanc de 119 millimètres de diamètre. Le système faisoit quatre oscillations en 91". J'ai eu pour la différence des logarithmes des amplitudes de départ et d'arrivée, après dix oscillations divisées par 10, la quantité 0.0135.
- 21. Mais avant d'employer les expériences qui précèdent à déterminer le coefficient de la vîtesse dans la formule qui représente la partie de la résistance du fluide proportionnelle à la simple vîtesse, il y a, comme je l'ai dit plus haut, une petite quantité dépendante de l'imperfection de l'élasticité du fil de suspension, qui, dans les différentes amplitudes des oscillations, les altère proportionnellement à leur amplitude, ou, ce qui revient au même d'après la théorie que nous

venons d'exposer, proportionnellement à la vîtesse. Il faut donc connoître cette quantité pour pouvoir la retrancher de celle que nous fournit l'expérience, puisque, dans les expériences, la diminution des amplitudes des oscillations, dépendante de l'imperfection de l'élasticité, se trouve réunie et suivre la même loi que celle que nous venons de trouver pour la partie de la résistance des fluides qui est proportionnelle à la vîtesse.

Quatrième expérience.

22. L'extrémité d du cylindre gd, sans rien attacher dessous ce cylindre, étant plongée dans l'eau de la même quantité que dans les expériences précédentes, l'on a 4 oscillations en 91".

Premier essai. L'angle de départ, à 245d2 de torsion, après 12 oscillations, arrive à 209d.

Second essai. L'angle de départ à 120d, après 12 oscillations, arrive à 102d.

Troisième essai. L'angle de torsion à 47d5, après 64 oscillations, arrive à 20d5.

En calculant la différence des logarithmes des amplitudes des oscillations, divisée par le nombre des oscillations, l'on aura:

Premier essai .
$$\frac{\log_{\cdot} 245.2 - \log_{\cdot} 209}{12} = 0.00575;$$

Second essai . $\frac{\log_{\cdot} 120 - \log_{\cdot} 102}{12} = 0.00580;$
Troisième essai . $\frac{\log_{\cdot} 47.5 - \log_{\cdot} 20.5}{64} = 0.00585.$

272 MÉMOIRES DE MATHÉMATIQUES

23. Ces trois quantités, quoique calculées pour des amplitudes très-différentes, sont si rapprochées entre elles que l'on peut les regarder comme égales, et prendre pour leur valeur moyenne 0.0058.

Cette dernière expérience confirme d'une manière incontestable le résultat que j'avois annoncé en 1784, où j'avois trouvé que la diminution des amplitudes d'oscillations, occasionnée par l'imperfection de l'élasticité, étoit proportionnelle à l'amplitude des oscillations.

Il est facile au surplus de s'assurer que l'altération des amplitudes des oscillations est ici presque due en entier à l'imperfection de l'élasticité, en plaçant horizontalement un disque de papier très-léger au-dessus du disque DQ, et égal à ce disque; car, quoique pour lors la résistance de l'air soit doublée, l'on trouve cependant la diminution de l'amplitude des oscillations presque exactement la même qu'avec un seul disque.

Il faut actuellement tâcher de tirer de cette valeur 0.0058 le coefficient de la vîtesse auquel elle peut répondre.

Nous venons de trouver (article 16), que pour un nombre q d'oscillations, $\frac{\log A - \log A}{q} = -\log (1-m)$; quantité qui est la même pour q égal à 1, comme pour un autre nombre quelconque d'oscillations: ainsi, pour une seule oscillation, l'on a pour l'imperfection élastique,

$$-\log (1-m) = -0.0058;$$

et comme 10, dans les tables ordinaires, est la quantité. dont le logarithme est 1, j'aurai

d'où je tirerai

$$m = \frac{dA}{A} = \frac{\frac{100.00581110}{100.0058}}{\frac{1}{1000.0058}}$$

Je cherche dans les tables le nombre dont 0.0058 est le logarithme, et je le trouve égal à 1.0134 : ainsi j'ai

$$m = \frac{dA}{A} = \frac{0.0134}{1.0134} = 0.013.$$

Ainsi la quantité m, déterminée d'après les expériences qui précèdent, doit être, à cause de l'imperfection de l'élasticité, diminuée d'un nombre égal à 0.013.

24. J'ai eu dans la première expérience, pour un cercle de 195 millimètres de diamètre, en divisant la différence des logarithmes des amplitudes par le nombre des oscillations correspondant, log. (1-m) = -0.057. Ainsi, en suivant le procédé de l'article qui précède, j'aurai

$$\frac{dA}{A} = \frac{10^{0.057}}{10^{0.057}} = \frac{140}{1140} = \frac{140}{1140} = \frac{140}{1140} = \frac{140}{1140} = \frac{1140}{1140} = \frac{1140}{1$$

Otant la partie de $\frac{dA}{A}$, due à l'imperfection de l'élasticité, et que nous avons trouvée (article qui précède)

274 MÉMOIRES DE MATHÉMATIQUES égale à 0.013, il restera pour la quantité $\frac{dA}{A}$, due à la résistance du fluide, 0.0113.

25. Dans la seconde expérience, nous avons trouvé pour un disque de 140 millimètres de diamètre, la différence des logarithmes des amplitudes de départ et d'arrivée, divisée par le nombre des oscillations qui y correspondent, égale à — 0.021. Ainsi nous aurons

Il faut ôter, pour la partie de $\frac{dA}{A}$, due à l'imperfection de l'élasticité, la quantité o.o.3: ainsi la quantité $\frac{dA}{A}$, uniquement due à la résistance du fluide, donne ici $\frac{dA}{A} = 0.034$.

26. Dans la troisième expérience, le cercle de ferblanc a 119 millimètres de diamètre, et fait 4 oscillations en 91". Nous avons trouvé que la différence des logarithmes de deux amplitudes, divisée par le nombre des oscillations, étoit, dans cette expérience, 0.0135: ainsi

$$\frac{dA}{A} = \frac{\frac{10^{0.0135}}{10^{0.0135}}}{\frac{1}{10^{0.0135}}} = 0.0306.$$

Il faut retrancher de cette quantité 0.013, dues à l'imperfection de l'élasticité: ainsi l'on aura pour la résistance du sluide

$$\frac{dA}{A} = 0.0176.$$

27. La quantité $\frac{dA}{A}$ déterminée par les trois expériences précédentes, il ne reste plus qu'à comparer entre eux, au moyen de cette valeur, les résistances des différens plans relativement à la grandeur de leur diamètre. Reprenons pour cela (art. 14) la formule fondamentale $\frac{dA}{A} = \frac{a\ C\ T}{4\ n\ T'} \left(\frac{g}{l}\right)^{\frac{1}{2}}$, de laquelle il nous faut tirer la valeur de la constante a, qui, dans la formule primitive $(au + bu^2)$, représentant la résistance, étoit le coefficient constant de la vîtesse; nous pouvons ici, d'après l'expérience, négliger le terme $b\ u^2$: ainsi, d'après cette formule, nous aurons

$$a = \frac{4 n T'}{CT} \left(\frac{l}{g}\right)^{\frac{1}{2}} \frac{dA}{A}.$$

L'on voit que dans l'application de cette formule aux expériences des différens cercles, il n'y a de variable que la quantité T', durée du temps de 4 oscillations, et $\frac{dA}{A}$, quantités qui nous sont toutes les deux données par l'expérience.

Ainsi il suffit, dans la comparaison que nous voulons faire de a relativement à ds, dans des cercles de différens diamètres, de comparer entre elles les valeurs de $\frac{dAT'}{A}$, les autres quantités n, l, g, C, T, étant les mêmes dans toutes les expériences. Nous pouvons donc former le petit tableau suivant, qui nous indiquera tout de suite la loi des momens de la résistance qu'éprouvent, de la part du fluide, deux cercles qui oscillent autour

de leur centre, comparée avec les diamètres des deux cercles.

	Dramètre des des cercles.	VALEUR JA de da da de da de da de da		$log. \frac{T'dA}{A}$.	Log. DIAM.
3	195	0.113 '-' 0.034 0.0176	97" 92" 91"	0.5052	2.2900 2.1461 2.0755

Puisque nous venons de voir que a est proportionnel, pour les différens cercles, à T'dA, c'est cette quantité qu'il faut comparer avec les diamètres; mais ici il est plus simple de comparer les logarithmes, parce que cette comparaison donne tout de suite la loi que l'on cherche. Si j'ôte (n°s 1 et 2), pour les diamètres du logarithme de 195, le logarithme de 140, j'aurai le nombre 1439; si je fais la même opération pour la quantité T'dA, correspondante dans la table, j'aurai pour la différence le nombre 0.5345, qui est très-approchant quatre fois plus grand que celui qui représente le rapport des diamètres; si je compare (n°s 1 et 3) les diamètres 195 et 119, je trouverai pour la différence de leurs logarithmes la quantité 0.2145; et si je

compare les quantités $\frac{T'dA}{A}$ correspondantes, en retranchant leur logarithme l'un de l'autre, j'aurai la quantité 0.8352, encore très-approchant quatre fois plus grande que celle donnée par les diamètres.

D'où il résulte que les quantités $\frac{T'dA}{A}$, ou les quantités a, qui sont ici dans le même rapport, sont entre elles comme la quatrième puissance des diamètres.

Il faut à présent voir si le calcul théorique sera d'accord avec ce résultat.

28. acb (fig. 3) représente un petit segment de cercle dont c est le centre; l'angle acb = ds; le rayon ca = R. Soit cm = r, le petit arc mn = rds; soit de plus u la vîtesse angulaire du cercle autour de son centre.

Par la condition du problême, chaque point m a une résistance proportionnelle à sa vîtesse, et la vîtesse de ce point est ru: ainsi la résistance de ce point sera $\Im ru$, \Im étant une constante qui dépend de la cohérence du fluide, et que les expériences qui précèdent vont déterminer.

La résistance de la petite surface élémentaire mnm'n' sera par conséquent $\operatorname{Srurdsdr}$, et le moment de cette résistance autour du point de rotation C, centre du cercle, sera $\operatorname{Srurdsdrr}$, dont l'intégrale, pour la surface d'un cercle entier, sera $\frac{360^4 \operatorname{Su} R^4}{4}$, ou, si l'on veut, proportionnelle à la quatrième puissance du diamètre du cercle.

278 MÉMOIRES DE MATHÉMATIQUES

Ainsi la théorie se trouve ici absolument conforme à l'expérience, et prouve que les momens de la résistance de différens cercles mus autour de leur centre dans un fluide, sont comme la quatrième puissance des diamètres des cercles, lorsque la résistance est proportionnelle à la simple vîtesse.

29. Pour compléter cette première partie de nos recherches, il est nécessaire de déterminer la quantité a de manière qu'elle soit représentée par un poids dont la valeur soit comme multipliée par un levier donné.

Reprenons de l'article 27 la quantité

$$a = \frac{4 n T'}{CT} \left(\frac{l}{g}\right)^{\frac{1}{2}} \frac{dA}{A};$$

multiplions cette équation par u, où u, exprime la vîtesse angulaire, nous aurons

$$au = \frac{dA}{A} \cdot \frac{4 n T'}{CT} \cdot \left(\frac{l}{g}\right)^{\frac{1}{i}} \frac{Ru}{R}$$

Je multiplie, comme l'on voit, le second terme, et je le divise par R, rayon du cercle.

Si V est la hauteur dont un corps en tombant auroit acquis la vîtesse Ru, qui est celle de l'extrémité du rayon du cercle, les formules connues nous donneroient

$$Ru = (2 gV)^{\frac{1}{1}}$$

Ainsi nous avons le moment de la résistance proportionnelle à la vîtesse, et représenté dans la formule primitive par au, déterminé par l'équation suivante,

$$au = \frac{dA}{A} \cdot \frac{4 n T'}{CTR} (2 lV)^{\frac{1}{2}}.$$

Et puisque au représente le moment de la résistance due à la simple vîtesse, il ne s'agit, pour avoir la valeur de cette résistance, que de connoître en valeurs numériques les quantités qui forment le second membre de l'équation.

Détermination de la quantité n.

30. Le disque DQ (fig. 1), qui m'a servi à déterminer la quantité n, pèse 1003 grammes; il fait quatre oscillations en 91": son diamètre est de 271 millimètres. Mais nous avons trouvé (art. 9) $n = \frac{PR^2}{2l}$, où P est le poids du disque, R son rayon, l la longueur du pendule, qui fait ses oscillations d'une durée égale à celle du disque tournant autour de son centre en vertu de la force de torsion.

La longueur du pendule qui bat les secondes a été trouvée de 994 millimètres : ainsi la longueur du pendule qui feroit 4 oscillations en 91", seroit égale à

$$994 \left(\frac{91}{4}\right)^2.$$

Substituant ces valeurs dans celle de n, l'on aura en grammes et millimètres,

$$n = \frac{10035}{2.994} \left(\frac{271}{2}\right)^2 \left(\frac{4}{91}\right)^2 = 17.9.$$

Ainsi n représente un momentum équivalent à un dixième de gramme, attaché à l'extrémité d'un levier de 179 millimètres.

280 MÉMOIRES DE MATHÉMATIQUES

31. La quantité n ainsi déterminée, si nous substituons, dans la formule $\alpha u = \frac{dA}{A} \frac{4 n T'}{CTR} (2 lV)^{\frac{1}{2}}$, les valeurs numériques tirées de la première expérience, où le diamètre du cercle étoit de 195 millimètres, et $\frac{dA}{A}$ égaloit 0.113; où T', pour 4 oscillations, étoit de 97": l étant égal, comme nous l'avons vu dans l'article précédent, à 994 $\left(\frac{91}{4}\right)^{2}$, T, pour 4 oscillations, est égal à 91". Prenant pour C, rapport de la circonférence au rayon, sa valeur approchée $\frac{44}{7}$, nous aurons

$$au = 14.3 \sqrt{\gamma}$$
.

Ainsi, si la chûte V étoit d'un millimètre, le moment de la résistance qui retarderoit le cercle mu dans l'eau autour de son centre, seroit égal à un poids de 14.3 grammes, suspendu à un levier d'un millimètre; mais la vîtesse d'un corps tombant d'un millimètre de hauteur est à peu près égale à 140 millimètres (1) par seconde.

$$g = 994^{m} \left(\frac{22}{7}\right)^{2}$$
;

mais si x est la hauteur dont un corps en tombant acquiert la vitesse u, l'on a 2 gx = uu; et si x est égal à un millimètre, l'on aura $u = \sqrt{2g}$ $= \sqrt{18636} = 140$ millimètres.

⁽¹⁾ La longueur d'un pendule étant égale à λ , et T le temps d'une oscillation, g la force de la gravité, l'on a par les formules connues, pour une oscillation entière, $\left(\frac{g}{\lambda}\right)^{\frac{1}{2}}T=180^{d}=\frac{2^{2}}{7}$; et comme la longueur du pendule qui bat les secondes a été trouvée de 994 millimètres, l'on a

Ainsi, en supposant qu'un cercle de 195 millimètres de diamètre tourne autour de son centre, dans l'eau, avec une vîtesse telle que l'extrémité de son rayon parcoure 140 millimètres par seconde, le moment de la résistance que le fluide opposera à ce mouvement circulaire, sera égal à 10 de gramme multiplié par un levier de 143 millimètres.

Nous avons vu (art. 28) que lorsqu'un cercle dont le rayon étoit R, tournoit autour de son centre, et que la résistance qu'éprouvoit chaque point de sa surface étoit proportionnelle à sa vîtesse, l'on avoit

$$au=\frac{\delta CR^4u}{4},$$

où \mathcal{I} est une quantité constante dépendante de la cohérence; mais C étant le rapport de la circonférence au rayon R, CR^2 est égal à la somme des deux surfaces du cercle, et par conséquent $\mathcal{I}CR^2$. Ru représente la résistance d'un plan égal aux deux surfaces du cercle, mu directement dans le sens du plan, avec une vîtesse Ru. Ainsi, dans notre exemple, puisque $au = \frac{\mathcal{I}CR^4u}{4} = 14.3$ grammes multiplié par un millimètre; que R est égal à 97.5 millimètres, nous aurons pour représenter un poids égal à la résistance qu'éprouve le plan mu directement dans le sens de sa surface, avec une vîtesse de 14 centimètres par seconde, $\mathcal{I}CR^3$. $u = \frac{4(1483)}{97.5} = 0.587$ grammes.

Si le plan n'avoit qu'un centimètre de vîtesse par seconde, il faudroit diviser cette quantité par 14; ce 1. T. 3.

282 MÉMOIRES DE MATHÉMATIQUES qui donneroit, pour la résistance directe d'une surface égale aux deux surfaces du cercle, 0.042 grammes, à peu près 1/25 partie de gramme.

En prenant $\frac{44}{7}$ pour le rapport de la circonférence au rayon, la somme des deux surfaces d'un cercle de 97.5 millimètres de rayon sera égale à $\frac{44}{7}$. $\frac{44}{97.5^2} = 59750$ millimètres carrés. Ainsi la résistance qu'éprouveroit une surface d'un mètre carré, mue dans le sens de son plan avec une vîtesse d'un centimètre par seconde, seroit égale à $\frac{10000000 \times 0.042 \times 7}{44.97.5^2} = 0.703$ grammes, à pour près $\frac{7}{4}$ de grammes.

peu près 7 de gramme.

32. Au moyen des expériences qui précèdent, il sera facile de déterminer, comparativement avec celle de l'eau, la cohérence des différens fluides. Voici quelques expériences qui pourront servir d'exemple.

J'ai rempli un grand vase d'huile clarifiée, telle qu'elle se trouve dans le commerce pour l'usage des lampes dites à la quinquet; le thermomètre de Réaumur étant à 16 degrés au-dessus de o. (Je tiens note ici du degré de chaleur, parce que la cohérence de l'huile varie avec la température; ce qui n'est pas sensible dans l'eau, au moins depuis 10 degrés jusqu'à 16.)

L'extrémité inférieure du cylindre (fig. 1) trempoit de 4 centimètres dans l'huile. Il a donc fallu commencer par déterminer la résistance, qui dépendoit, soit de celle qu'éprouvoit l'extrémité du cylindre, soit de l'imperfection de l'élasticité.

Cinquième expérience.

33. L'extrémité du cylindre trempant dans l'huile, j'ai trouvé, en ne plaçant aucun corps sous le cylindre, et suivant les procédés indiqués dans les expériences qui précèdent, que la résistance qui retardoit le mouvement étoit proportionnelle à la vîtesse, et que $\frac{dA}{A} = 0.022$; quantité qu'il faut retrancher des résultats que nous trouverons dans toutes les expériences qui vont suivre. J'ai cru devoir ici supprimer les détails, pour ne pas augmenter inutilement le volume de ce mémoire.

Sixième expérience.

34. J'Aı fixé, au moyen d'une vis, un cercle de fer-blanc de 62 millimètres de diamètre, sous le cylindre. Le système faisoit 4 oscillations en 91". Le résultat de plusieurs oscillations faites à différentes amplitudes, m'a donné $\frac{dA}{A} = 0.0455$.

Septième expérience.

35. Un cercle de 101 millimètres de diamètre faisoit également ses 4 oscillations en 91", et, en suivant les procédés des expériences qui précèdent, l'on a eu $\frac{dA}{A} = 0.183$.

Résultat des expériences qui précèdent.

36. Comme les cercles soumis ici à l'expérience avoient très-peu de momens d'inertie, relativement au disque supérieur, le temps des oscillations étoit presque exactement le même, soit que l'on plaçât ou non les deux cercles sous le cylindre. Ainsi, dans la formule (art. 28) $a = \frac{dA}{A} \left(\frac{l}{g}\right) \frac{4^n T}{CT}$, l'on peut, sans erreur sensible, supposer T = T': ainsi ici a est très-approchant proportionnel à $\left(\frac{dA}{A}\right)$.

Mais $\frac{dA}{A}$, dans la sixième expérience, a été trouvé, pour un cercle de 62 millimètres de diamètre, égal à 0.0455; quantité dont il faut ôter la partie de $\frac{dA}{A}$, qui appartient, soit à l'imperfection de l'élasticité, soit à la résistance qu'éprouve l'extrémité du petit cylindre qui trempe dans l'huile, et qui nous a donné (cinquième expérience, art. 23) $\frac{dA}{A} = 0.022$. Ainsi, retranchant cette quantité de 0.0455, il restera pour $\frac{dA}{A}$, corrigé de l'imperfection élastique, etc. la quantité

$$\frac{dA}{A} = 0.0235.$$

Dans la septième expérience, en se servant d'un cercle de 101 millimètres, nous avons trouvé $\frac{dA}{A} \equiv 0.183$, dont il faut, pour la correction, ôter 0.022 : ainsi il

reste pour la quantité $\frac{dA}{A}$, due à la résistance d'un cercle de 101 millimètres de diamètre, 0.161.

Pour avoir, d'après ces deux dernieres expériences, le rapport des momens des résistances relativement au diamètre, il faut, dans la comparaison des deux expériences, en nommant x la puissance des diamètres qui correspondent au moment de la résistance, faire

$$\left(\frac{101}{62}\right)^x = \frac{161}{23}$$
, d'où résulte $x = \frac{\log_{10} 161 - \log_{10} 23}{\log_{10} 101 - \log_{10} 62} = 3.9$.

Ainsi, dans les expériences faites dans l'huile, nous trouvons, ainsi que dans l'eau, que le moment des résistances de deux cercles mus autour de leur centre, dans le plan de leur superficie, est comme la quatrième puissance de leur diamètre, résultat dont nous avons démontré (art. 28) la conformité avec la théorie.

L'accord de ces résultats ne laisse, ce me semble, aucun doute sur la certitude du terme proportionnel à la vîtesse dans la résistance des fluides.

Détermination du rapport des cohérences.

37. Nous avons trouvé (art. 27) pour un cercle de 119 millimètres de diamètre, oscillant dans l'eau autour de son centre, et faisant, comme les cercles qui oscilloient dans l'huile, à très-peu près 4 oscillations en 91', que $\frac{dA}{A} \equiv 0.0176$; et comme le moment des résistances de deux cercles mus dans le même fluide avec

286 MÉMOIRES DE MATHÉMATIQUES le même degré de vîtesse, a été trouvé comme la quatrième puissance des diamètres des deux cercles, un

cercle de 101 millimètres auroit donné dans l'eau

 $\frac{dA}{A} = 0.00914.$

Mais nous trouvons que le même cercle de 101 millimètres de diamètre, éprouve dans l'huile une résistance telle que $\frac{dA}{A} = 0.161$.

Ainsi, puisque le moment des résistances est ici proportionnel à $\frac{dA}{A}$, et que les cercles sont les mêmes, il paroît en résulter que la difficulté que le même plan, mu avec le même degré de vîtesse, éprouve à séparer les molécules de l'huile, est à la difficulté qu'il éprouve à séparer celle de l'eau, à peu près :: 17.5 : 1.

38. Avant de passer à un autre objet, je crois devoir parler ici de deux faits qui pourront jeter quelque jour sur la nature des fluides.

Je voulois savoir si, lorsqu'un corps est en mouvement dans un fluide, la nature de la surface influe sur la résistance. A cet effet j'ai enduit la surface d'un cercle de fer-blanc d'une couche de suif, que j'ai essuyée en partie, pour qu'elle n'augmentât pas sensiblement l'épaisseur du cercle; j'ai fait osciller ce cercle dans l'eau, de la même manière que dans toutes les expériences qui précèdent. J'ai observé avec soin la diminution successive des oscillations, et je l'ai trouvée exactement la même, pour les mêmes degrés d'amplitude d'oscillation, qu'avant que la surface eût été enduite de suif.

Sur l'enduit précédent j'ai répandu, au moyen d'un tamis, du grès en poussière, qui a adhéré à la surface, et j'ai trouvé une augmentation à peine sensible dans la résistance de la même surface.

Il paroît que l'on peut conclure de cette expérience, que la partie de la résistance que nous avons trouvée proportionnelle à la simple vîtesse, est due à l'adhérence des molécules du fluide entre elles, et non à l'adhérence de ces molécules avec la surface du corps. Quelle que soit en effet la nature du plan, il est parsemé d'une infinité d'inégalités où se logent fixément des molécules fluides.

39. J'ai voulu ensuite chercher si la pression plus ou moins grande du fluide sur un corps submergé augmentoit sa résistance.

J'avois d'abord essayé de faire osciller le corps sous l'eau, à deux profondeurs différentes; l'une de 2 centimètres, l'autre de 50, et je n'avois trouvé aucune différence dans les résistances; mais comme la surface de l'eau est chargée de tout le poids de l'atmosphère, et qu'un demi-mètre de plus dans cette charge ne peut pas produire des augmentations de résistance sensibles, j'ai employé un autre moyen qui me paroît décider la question.

Ayant placé un vase rempli d'eau sous le récipient, à tige et à collier de cuir, d'une machine pneumatique, j'attachois au crochet de la tige un fil de clavecin numéroté 7 dans le commerce; j'y suspendois un cylindre de cuivre qui plongeoit dans l'eau du vase, et sous ce

cylindre je fixois un plan circulaire de 101 millimètres de diamètre. Lorsque les oscillations étoient finies, et par conséquent la force de torsion nulle, l'on marquoit, au moyen d'un index fixé au cylindre, et d'un point correspondant sur la cloche, le point qui répondoit à o de torsion.

L'on faisoit ensuite tourner rapidement la tige d'un cercle entier; ce qui donnoit au fil un cercle entier de torsion, et l'on observoit les diminutions successives des oscillations. Nous avons trouvé cette diminution, pour un cercle de torsion, à peu près d'un quart de cercle à la première oscillation, mais exactement la même, soit que l'expérience se fît dans le vide ou non. Une petite palette de 50 millimètres de longueur et de 10 millimètres de largeur, frappant l'eau perpendiculairement à son plan, a donné un résultat semblable.

L'on peut conclure de cette expérience, que lorsqu'un corps submergé se meut dans un fluide, la pression, ou la hauteur du fluide au-dessus du corps, n'augmente pas sensiblement sa résistance, et qu'ainsi la portion de cette résistance, proportionnelle à la vîtesse, ne peut en rien être comparée avec le frottement des corps solides, qui est toujours proportionnel à la pression.

L'expérience qui précède a été faite deux fois devant des témoins éclairés. La première, dans le cabinet de l'Institut, avec notre confrère le citoyen Lasuze, qui a bien voulu ensuite la répéter lui-même; la seconde, dans le cabinet de physique du citoyen Charles, notre confrère, aidé de ses conseils, et de la sagacité que tout

le monde lui connoît dans l'art difficile des expériences. All Allowood very

De la résistance qu'éprouve un cylindre qui se meut d'un mouvement très-lent, perpendiculaire à son : axe. The state of the state of the state of the state of the

- 40. Lorsqu'un cylindre, quelque petit que soit son diamètre, se meut perpendiculairement à son axe, les molécules fluides frappées par le cylindre prennent nécessairement du mouvement, et il n'est pas possible, dans la réduction des expériences, de négliger la partie de la résistance proportionnelle au carré de la vîtesse: ainsi je suis ici obligé de disposer les expériences de manière qu'elles puissent être calculées d'après les deux parties de la résistance, sous la forme prescrite art. 14.
- 41. Les trois cylindres qui vont successivement être soumis à l'expérience, ont 249 millimètres de longueur. On les fixe, par leur milieu, sous le cylindre; en sorte qu'ils forment deux rayons horizontaux de 124.5 millimètres chacun de longueur. J'ai déterminé le diamètre de ces cylindres par leur poids, dans toutes les expériences qui vont suivre.

Huitième expérience.

42. VOULANT dans cette expérience déterminer la résistance d'un cylindre très-fin, dont la circonférence, évaluée d'après son poids, étoit de 0.87 millimètres ou de 87 d'un millimètre, j'ai fixé par leur milieu deux

37 т. 3.

290 MÉMOIRES DE MATHÉMATIQUES

de ces fils se recoupant en croix dans une situation horizontale: leur point de recoupement répond, sous le cylindre du disque, à son centre. L'on observe de suite deux oscillations, d'où l'on déduit l'amplitude moyenne d'une seule oscillation, et sa diminution; ce qui m'a donné pour les différens degrés de torsion ou d'amplitude d'oscillation qui vont être indiqués, les résultats suivans.

		Perte d'amplitude pour
Amplitude au	départ. 1900, 1 0000 1000 1000 1000	une seule oscillation.
A 456d	du point o	47 ^d o:
A 231		17 ^d o.

Ces observations me donnent, d'après la méthode décrite art. 14, ces trois égalités:

(1)
$$\frac{dA}{A} = m + 456$$
. $p = \frac{47}{456} = 0.1031$;

(2)
$$\frac{dA}{d} = m + 231$$
. $p = \frac{17}{2} = 0.0736$;

(3)
$$\frac{dA}{A} = m + 99 \cdot p = \frac{5.3}{99} = 0.0536$$
.

Il faut tirer de ces trois équations la valeur des constantes m et p.

En comparant (1) et (3) l'on a p = 0.000138;

En comparant (1) et (2) l'on a p = 0.000132.

Ainsi l'on peut prendre pour valeur moyenne

$$p = 0.000135.$$

Substituant cette valeur de p dans la troisième

équation, où le coefficient de p, étant le plus petit, doit moins altérer la valeur de m que dans les deux autres, nous trouverons m = 0.0403.

Mais l'imperfection de l'élasticité produisoit ici la même altération sur m que dans les premières expériences: ainsi cette altération étoit égale à 0.013.

Et par conséquent la valeur de m corrigée est égale

à 0.0273.

Il faut remarquer que la valeur de p n'éprouve aucune altération, parce que cette altération étant proportionnelle à la vîtesse, ne peut influer que sur le

terme qui est proportionnel à la vîtesse.

Comme dans cette expérience il y avoit deux fils en croix, les quantités qui expriment p et m pour un seul fil, n'ont que la moitié des valeurs précédentes : ainsi pour un seul fil de 249 millimètres de longueur et de $\frac{87}{100}$ de millimètre de circonférence, l'on a p = 0.000067, et m = 0.0136.

Neuvième expérience.

43. Un seul cylindre de cuivre est mis en expérience: il a, comme le précédent, 249 millimètres de longueur; la circonférence est de 11.2 millimètres. Il fait, comme le précédent, 4 oscillations en 91°.

Comme l'on a observé avec assez de soin les oscillations successives de ce cylindre, je vais donner le détail de la méthode pratique que j'ai souvent suivie

pour avoir des résultats moyens entre les amplitudes

292 MÉMOIRES DE MATHÉMATIQUES des oscillations et leurs diminutions; d'où j'ai conclumet p.

Cette méthode pratique consiste à observer successivement avec soin l'étendue des oscillations à droite et à gauche du point o : 4 oscillations de suite fixent l'étendue d'une oscillation moyenne; l'on prend ensuite le quart de la différence entre la somme des deux premières oscillations et des deux dernières, pour déterminer la différence moyenne.

Ainsi, par exemple, dans les observations qui vont suivre dans le n° 1, où les étendues des oscillations sont très-considérables, l'on a pu se contenter de deux observations pour déterminer les quantités $\left(\frac{dA}{A}\right)$; mais depuis le n° 2 jusqu'au n° 6 l'on a observé toutes les oscillations successives, et voici le type de leur réduction.

Le disque, au n° 2, part de 240 degrés à gauche du point o; il arrive à 218 degrés à droite de ce même point, retourne vers la gauche jusqu'à 191.5 degrés, et revient à droite à 177 degrés.

J'ai pour l'étendue moyenne \mathcal{A} de l'amplitude d'une oscillation comptée du point o,

La somme des deux premières observations, moins la somme des deux dernières, est 240 + 218 - 191.5 - 177, quantité dont il faut prendre le quart pour avoir une différence moyenne. Internate est 140

: Plus de précision seroit inutile dans ces sortes de recherches; c'est en suivant cette méthode que j'ai formé les équations succesives qui vont suivre.

(1)
$$\frac{dA}{A} = \frac{83}{4^{39}} = 0.1891 = m + 439.0 p;$$

(2) $\frac{89.5}{826.5} = 0.1083 = m + 206.6 p;$
(3) $\frac{63.9}{673.1} = 0.0949 = m + 168.3 p;$
(4) $\frac{47.8}{561.2} = 0.0864 = m + 140.3 p;$
(5) $\frac{37.3}{476} = 0.0784 = m + 119.0 p;$
(6) $\frac{30.3}{408.3} = 0.0742 = m + 102.1 p.$

L'on remarquera que, d'après la méthode que nous avons suivie depuis la seconde jusqu'à la sixième équation, les numérateurs qui représentent les pertes sont quatre fois plus grands que les pertes moyennes d'une seule oscillation, et que les diviseurs, qui représentent l'étendue des oscillations, étant la somme de quatre observations, sont aussi quatre fois plus grands què l'étendue moyenne de l'oscillation. C'est ce qui fait que l'on a pris seulement le quart de ce diviseur pour le coefficient de p dans les équations qui précèdent.

Si, d'après ces différentes équations, qui résultent d'observations faites avec le plus grand soin, l'on 294 MÉMOTRES DE MATHÉMATIQUES compare les différens nos 1 entre eux, l'on aura:

No	1,	co	m	pa	ıré	a	ve	С	no	2,	d	on	ne	p	=	0.000348;
N°	1									3				p	=	0.000349;
N°	1	·			•		•,	•		4		5	• '	p		0.000344;
N_{o_i}	1									5				p	-	0.000346;
N^{o}	1									6				p	=	0.000341.

Il seroit difficile, je crois, dans des expériences de ce genre, d'espérer des résultats plus d'accord les uns avec les autres. L'on aura d'après cela, pour valeur moyenne, p = 0.000345.

Ce nombre substitué dans la sixième équation, l'on aura m = 0.039; d'où ôtant, pour la correction, la quantité 0.013, l'on aura m corrigé = 0.026.

Dixième expérience.

44. Le cylindre a, comme les précédens, 249 millimètres de longueur; sa circonférence est de 21.1 millimètres: il fait 4 oscillations en 92", et est fixé en d par son milieu, comme les précédens, sous le centre du cylindre du disque.

Avec	425	deg	grés	d	'an	npl	itu	de	d	os	cil	lla	tio	n,	depuis o
		dė	tor	sio	n,	la	per	rte	,	daı	18	ur	ıe	ose	cillation,
		est								٠					129 ^d 0;
Avec	220											٠		•	41do;
Avec	102	15.		,											11d5.

D'après ces trois observations, l'on a les trois équations suivantes:

(1)
$$\frac{dA}{A} = \frac{129}{425} = 0.3035 = m + 425.0 p;$$

(2) . . .
$$\frac{41}{220}$$
 = 0.1864 = m + 220.0 p ;

(3) . . .
$$\frac{11.5}{102.5} = 0.1123 = m + 102.5 p$$
.

En comparant 1 et 2, l'on a p = 0.00059; En comparant 1 et 3, l'on a p = 0.00057: Ainsi la valeur moyenne de p est . 0.00058.

Substituant cette valeur de p dans la troisième équation, l'on aura m = 0.053; d'où ôtant 0.013 pour la correction d'élasticité, il reste m = 0.040.

45. Pour comparer, d'après les trois expériences qui précèdent, les valeurs de m et de p relativement aux diamètres, ou, ce qui revient au même, aux circonférences, les largeurs des cylindres étant les mêmes dans les trois dernières expériences, et le temps des oscillations ne différant que de 1/2 pour le plus gros cylindre, je les réunis dans le tableau suivant.

Cylindre. Circonférence.

1 . .
$$21^{m}1$$
 . . $m = 0.0400$ $p = 0.00058$
2 . . $11^{m}2$. . $m = 0.0260$ $p = 0.00034$
3 . . $0^{m}87$. . $m = 0.0136$ $p = 0.000067$

En examinant ce tableau il est facile de voir que les quantités m, qui répondent aux différens cylindres, ne 296 MÉMOIRES DE MATHÉMATIQUES sont pas entre elles dans le même rapport que les circonférences des cylindres.

La circonférence du cylindre nº 1 est à celle du cylindre nº 3, comme 21.10:0.87, à peu près :: 24:1; tandis que les quantités m, qui représentent les rapports des résistances, sont entre elles :: 400:136, à peu près comme 3 est à 1.

La comparaison du nº 1 avec le nº 2 donne la même conséquence.

L'on peut soupçonner, pour expliquer ce résultat, que la cohérence entraîne latéralement au cylindre une petite portion du fluide dont toutes les molécules se détachent. Les molécules qui touchent immédiatement le cylindre, prennent la même vîtesse que le cylindre; mais les parties latérales un peu plus éloignées prennent une plus petite vîtesse, et à une distance latérale de deux ou trois millimètres la vîtesse cesse en entier : c'est seulement dans ce dernier point que la cohérence cesse d'influer sur la résistance.

D'après cette supposition, qui a cependant besoind'être confirmée, l'on approcheroit peut-être de la vérité en augmentant d'une quantité constante le diamètre de tous les cylindres, avant de les comparer avec leur résistance. Consultons ici nos expériences. Soit x la quantité dont nous supposons qu'il faille augmenter la circonférence de chaque cylindre, pour que les résistances soient proportionnelles aux diamètres augmentés de cette quantité. Nous aurons, en comparant

 N^{08} 1 et 3; 21.1 + x: 0.87 + x:: 400 : 136; Nos 2 et 3; 11.2 + x : 0.87 + x :: 260 : 136

La première comparaison donne . x = 8.92; La seconde $\dots x = 10.45$

Ainsi l'augmentation constante x de la circonférence des cylindres, due à la cohérence du fluide, sera égale moyennement à 9.68 millimètres; c'est-à-dire que la portion de molécules fluides, détachées l'une de l'autre par le cylindre en mouvement, s'étendroit à peu près jusqu'à 1.5 millimètre des deux côtés de tous les cylindres; ce qui augmente leur diamètre à peu près de 3 millimètres.

46. Si l'on compare actuellement les quantités p, dues à l'inertie du fluide, avec les diamètres des cylindres, l'on verra également que ces quantités, dans les petits cylindres, sont plus grandes qu'elles ne devroient être respectivement aux diamètres, mais dans un rapport beaucoup moins grand que celui relatif à la partie de la résistance due à la simple vîtesse.

Si, par exemple, pour faire cette comparaison entre le cylindre de 21.1 millimètres de circonférence et celui 0.87 millimètres, l'on augmente les deux circonférences d'une quantité y, l'on aura, pour déterminer y, le rapport 21.1 + y: 0.87 + y:: 580: 67; d'où l'on tire, pour l'augmentation constante des circonférences, y = 1.77 millimètre, quantité qui n'est guère que la

38 1. T. 3.

298 MÉMOTRES DE MATHÉMATIQUES cinquième partie de celle que nous venons de trouver

pour x.

47. Il seroit facile, d'après la théorie que nous établissons, de rendre raison de cette différence. Toutes les molécules du fluide, lorsqu'elles sont détachées l'une de l'autre, opposent, quelle que soit la vîtesse qu'elles prennent, la même résistance : ainsi, comme la valeur de la quantité m dépend uniquement de la cohérence, la résistance due à cette cohérence s'étendra jusqu'au point où la vîtesse des molécules du fluide est o.

Dans la comparaison des quantités p, toutes les molécules sont supposées prendre une vîtesse égale à celle du cylindre; mais comme il n'y a que les molécules fluides qui touchent immédiatement le cylindre, qui prennent cette vîtesse, il en résulte qu'il faut donner à l'augmentation du diamètre, en déterminant la valeur de p, qui répond au carré de la vîtesse, une moindre étendue qu'en évaluant le terme m, qui dépend de la cohérence. Au surplus, ces différens degrés de vîtesse latérale doivent suivre, depuis le point de contact avec le cylindre, où la vîtesse est égale à celle du cylindre, jusqu'au point où la cohérence les rend nulles, des lois que des observations nouvelles pourront peut-être bientôt déterminer, et qui jetteront un grand jour sur cette partie intéressante de la physique.

48. En déterminant par l'expérience la partie du moment de la résistance proportionnelle à la vîtesse, dans deux cylindres d'un même diamètre, mais de différente longueur, l'on trouve le moment de la résistance

proportionnel à la troisième puissance des diamètres. La théorie annonce ce résultat; car, en supposant chaque cylindre divisé en un même nombre de parties, la longueur de chaque partie sera proportionnelle à la longueur totale. La vîtesse des parties correspondantes sera comme les mêmes longueurs, ainsi que la distance de ces parties au centre de rotation.

La même théorie donne la partie du moment de la résistance, dépendante du carré de la vîtesse, dans deux cylindres du même diamètre, mais de longueurs différentes, proportionnelle à la quatrième puissance de la longueur du cylindre.

Valeur effective de la partie de la résistance proportionnelle à la simple vitesse.

49. Je me servirai, pour former un module de comparaison, de la neuvième expérience (art. 43), parce que, d'après l'accord des détails que j'ai rapportés en rendant compte de cette expérience, il paroît difficile qu'il se trouve dans les quantités moyennes des erreurs sensibles.

Dans cette expérience, le cylindre est fixé sous le centre de rotation par son milieu; sa longueur totale est de 249 millimètres : ainsi l'on doit calculer la résistance de son moment comme celle de deux cylindres de 124.5 millimètres, fixés au centre de rotation par leur extrémité.

L'on remarquera, pour simplifier le calcul, que le moment d'inertie du cylindre est si peu considérable,

300 MÉMOIRES DE MATHÉMATIQUES relativement au moment d'inertie du disque, que le temps des oscillations est sensiblement le même que si le disque étoit seul.

Nous trouvons ici, par l'expérience (art. 43), pour la valeur de m corrigée, 0.026: nous avons vu (art. 14) que $m = \frac{a c T}{4 n T} \left(\frac{g}{l}\right)^{\frac{1}{2}}$; d'après l'observation que nous venons de faire, T' = T: ainsi la formule qu'il faut comparer avec la valeur numérique de m, est $\frac{a C}{4 n} \left(\frac{g}{l}\right)^{\frac{1}{2}}$; et par conséquent $a = \frac{4 n m}{C} \left(\frac{l}{g}\right)^{\frac{1}{2}}$, et $au = \frac{4 n m}{C} \left(\frac{l}{g}\right)^{\frac{1}{2}} u$.

Mais au est égal au moment de la résistance du cylindre tournant, avec la vîtesse angulaire u, dans le fluide, autour du point qui partage ce cylindre en deux parties égales. Nous venons de trouver par l'expérience, m = 0.026; n représente le moment de la force de torsion du fil de suspension, que nous avons trouvée (art. 30) égale à 17.9 grammes, attaché à un levier d'un millimètre. C est le rapport de la circonférence au rayon. Nous prenons 44 pour la valeur approchée de ce rapport; l est la longueur du pendule qui bat ses oscillations dans le même temps que la force de torsion fait osciller le disque; mais l'expérience nous a donné 4 oscillations en 91". Ainsi, puisque le pendule qui bat les secondes a été trouvé, par des observations trèsexactes, égal à 994 millimètres, $l = 994 \left(\frac{91}{4}\right)^2$; quantité qui représente des millimètres. g, dans la formule, représente la force de la gravité.

Substituant ces valeurs numériques dans la valeur de au ; nous aurons de au ;

$$au = \frac{4(17.9)(0.026)(7)(91)}{4(44)} \left(\frac{994}{8}\right)^{\frac{1}{2}} u.$$

Mais comme u représente une vîtesse angulaire, il faut multiplier et diviser le second membre de cette équation par 124.5 millimètres, moitié de la longueur du cylindre : ce qui donne 124.5 u, qui représentera la vîtesse de l'extrémité du cylindre dans notre expérience. Et si nous supposons V la hauteur dont un corps en tombant acquerroit cette vîtesse 124.5 u, nous aurons 124.5 $u = \sqrt{2gV}$: d'où résulte par conséquent

$$au = \frac{17.9 \times 0.026 \times 7 \times 91 \sqrt{1988}}{44. 124.5} \sqrt{V} = 2.41 \sqrt{V}.$$

Ainsi, si la chûte \sqrt{v} étoit égale à un millimètre, c'est-à-dire, si l'extrémité de la verge avoit une vîtesse due à une chûte d'un millimètre de hauteur, auquel cas, comme nous l'avons vu (art. 31), la vîtesse correspondante est de 14 centimètres par seconde; le moment de la résistance auroit été égal à un poids de 2.41 grammes, attaché à un bras de levier d'un millimètre de longueur.

50. Nous allons à présent déduire de cette valeur la résistance directe qu'éprouveroit un cylindre ayant un mouvement parallèle à lui-même et perpendiculaire à son axe.

302 MÉMOIRES DE MATHÉMATIQUES

Ca (fig. 3) représente la moitié de la longueur du cylindre mu autour du point C; δ est une quantité constante dépendante de la cohérence du fluide et du diamètre du cylindre : Cn = r, nn' = dr. La vîtesse angulaire étant u, le moment de la résistance proportionnelle à la vîtesse qu'éprouveroit le petit élément nn', seroit représenté par δr dr ru, dont l'intégrale, pour la longueur entière Cb = R de la moitié du cylindre, sera $\frac{\delta R^3 \cdot u}{3}$. Le moment de la résistance des deux parties du cylindre donnera par conséquent

$$\frac{2 \delta R^3 \cdot u}{3} = 2.41 \sqrt{\nu}.$$

Mais 2 $\mathcal{I}RRu$ est la résistance directe du cylindre mu parallèlement à lui-même et perpendiculairement à son axe. Ainsi, puisque A = 124,5 millimètres, cette résistance directe sera égale à

$$\frac{7.23}{124.5}$$
 $\sqrt{V} = 0^{5}058$ \sqrt{V} ;

et si V est égal à un millimètre, auquel cas la vîtesse du cylindre seroit de 14 centimètres par seconde, la résistance du cylindre seroit de 58 milligrammes; et pour une vîtesse d'un centimètre par seconde, vîtesse plus considérable que la vîtesse moyenne qui a eu lieu dans la plupart de nos expériences, la résistance qu'éprouveroit le cylindre seroit 0.00414 gramme, un peu plus de 4 milligrammes.

D'où il est facile de conclure que la résistance d'un cylindre de même diamètre, mais d'un mètre de longueur, mu parallèlement à lui-même avec une vîtesse d'un centimètre par seconde, seroit de

$$0.00414\left(\frac{1000}{249}\right) = 0.0166,$$

un peu plus de 16 milligrammes.

51. Dans la même huile où j'avois fait osciller les plans, et au même degré de température, j'ai mis en oscillation les cylindres qui précèdent, ou des cylindres plus courts lorsque la résistance étoit trop considérable, et j'ai trouvé, conformément aux résultats que j'avois eus dans les expériences de comparaison faites avec les plans, que la cohérence de l'huile étoit à celle de l'eau dans le rapport de 17 à 1. Il faut remarquer que lorsqu'on veut seulement déterminer par les expériences le terme de la résistance dû à la simple vîtesse, il y a de l'avantage à préférer les fluides cohérens, tels que l'huile, à l'eau; parce que pour lors, dans les petits degrés de vîtesse, le terme proportionnel au carré de la vîtesse, comparé avec celui qui est proportionnel à la vîtesse, disparoît presque en entier.

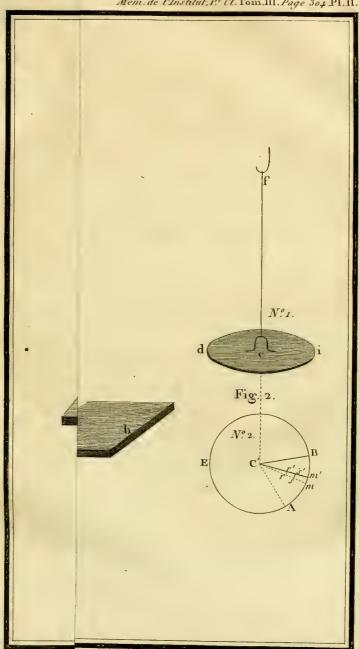
J'ai encore éprouvé, en faisant osciller des cylindres dans l'huile, un effet auquel je ne m'attendois pas : c'est que, quoique la cohérence de l'huile soit à celle de l'eau comme 17 est à 1; cependant, si l'on compare la résistance proportionnelle à la vîtesse de deux cylindres très-différens, comme seroient, par exemple, un cylindre de 11.2 de tour, avec un cylindre de 0.87 millimètres, l'on trouvera dans cette comparaison que,

304 MÉMOTRES DE MATHÉMATIQUES

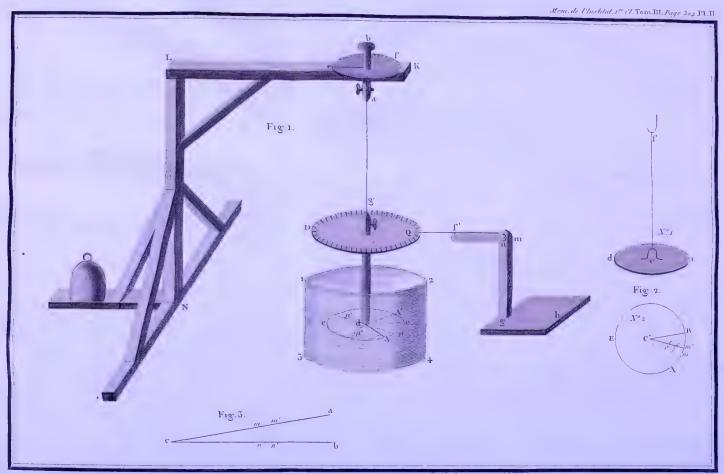
pour que les résistances soient proportionnelles aux diamètres, il faut, dans l'huile comme dans l'eau, augmenter les diamètres à peu près de 3 millimètres. J'avoue que j'avois d'abord cru que la cohérence étant plus considérable dans l'huile que dans l'eau, je devois y trouver cette augmentation du diamètre beaucoup plus grande. Cependant il me reste peu de doute sur cette conséquence tirée des expériences, l'huile m'ayant toujours donné, pour la portion de résistance proportionnelle à la vîtesse, des résultats encore plus conformes entre eux que ceux que m'avoient donnés les expériences faites dans l'eau.

53. Une seconde observation qu'il est peut-être beaucoup plus facile d'expliquer, c'est que lorsque le même
cylindre se meut dans l'huile et dans l'eau avec un
même degré de vîtesse, la partie de la résistance proportionnelle au carré de la vîtesse, et produite par
l'inertie des molécules fluides que le cylindre met en
mouvement, est presque la même dans les deux fluides.
L'on voit que cette partie de la résistance dépend de la
quantité de molécules fluides en mouvement, et non
de leur cohérence: ainsi les résistances dues à l'inertie
doivent être entre elles, dans différens fluides, proportionnelles à la densité des fluides.

Dans un second mémoire je déterminerai numériquement la valeur de la partie de la résistance proportionnelle au carré de la vîtesse; je chercherai aussi quelle est, dans cette espèce de mouvement, la résistance des globes, des palettes, des surfaces concaves et



Gravé par E. Collin .



Oravé par E. Collin

convexes, et la différence que l'on trouve entre la résistance qu'éprouve un corps entièrement submergé dans un fluide, et le même corps à flottaison: mais je puis avertir d'avance que, dans les mouvemens très-lents, la résistance des corps qui ne sont pas entièrement submergés, est beaucoup plus considérable que celle des corps submergés.

MÉMOIRE

SUR

L'AFFINAGE EN GRAND DU PLOMB,

Contenant quelques réflexions sur les inconvéniens résultans des coupelles de cendres, suivies d'une nouvelle méthode économique de construire ces coupelles,

Par le citoyen DUHAMEL.

Lu le 26 ventose an 8.

Tout le monde sait que pour opérer le départ de l'argent d'avec le plomb, on a toujours fait usage du procédé métallurgique nommé affinage ou coupellation, qui s'opère dans un bassin auquel on a donné le nom de coupelle; on sait aussi que ce bassin est formé avec des cendres d'os d'animaux ou de végétaux, après avoir été lessivées pour leur enlever ce qu'elles contiennent de salin.

La grande quantité de cendres de bois qu'exige la construction des coupelles, et la difficulté de se les procurer, m'ont, depuis long-temps, porté à chercher un moyen plus simple et moins coûteux de former les bassins dont il s'agit.

Les anciens chimistes ayant observé que le plomb s'oxide ou se réduit en ce qu'on appelle litharge, lorsqu'il est exposé au feu et au contact de l'air atmosphérique, tandis que l'argent qui lui est uni conserve sa forme métallique; il ne restoit plus à ces chimistes qu'à trouver le moyen d'opérer la séparation de ces deux métaux : ils y ont été conduits en observant que l'oxide de plomb, dans son état de liquéfaction, pénètre avec facilité les substances qui lui sont en contact, sur-tout les cendres des os d'animaux, sans déformer les vaisseaux qui en sont construits. Aucune autre matière n'est en effet plus propre que celle-ci à former les petites coupelles d'essai.

La difficulté, et souvent même l'impossibilité de se procurer six à huit hectolitres de cendres d'os pour chaque affinage en grand dans les fourneaux à l'allemande, a fait recourir aux cendres de bois; mais, outre qu'elles sont coûteuses, souvent on ne peut s'en procurer en quantité suffisante; elles ont même un grand inconvénient, c'est de s'enlever et de surnager le plomb en bain : pour lors l'affinage est manqué; ce qui a lieu toutes les fois que les cendres sont mal préparées, que la coupelle est insuffisamment et inégalement battue, ou que les canaux destinés à l'évaporation de l'humidité ne sont ni en assez grand nombre, ni disposés convenablement, et recouverts d'une couche de scories sur laquelle on établit la sole qui reçoit les cendres; sole qui doit être construite en briques les plus poreuses, afin que l'eaudont on est obligé d'arroser les cendres puisse 308 MÉMOIRES DE MATHÉMATIQUES

les pénétrer en se vaporisant, se rendre dans le lit de scories, et s'échapper par les soupiraux qui sont à la base du fourneau (1).

Pour s'assurer de la teneur du plomb en argent, il suffit d'en passer quelques grammes dans une petite coupelle de cendre d'os, placée sous la moufle d'un fourneau d'essai; à mesure que le plomb s'oxide il s'imbibe dans la coupelle, et il finit par faire son éclair; ce qui annonce que tout le plomb est dissipé, que l'argent qu'il contenoit est affiné et parvenu à son maximum de pureté.

Dans l'affinage en grand, on a de même pour objet de séparer l'argent du plomb, mais non de faire pénétrer tout ce dernier dans la coupelle, ce qui d'ailleurs est impraticable; car alors il faudroit encore beaucoup plus de cendre pour l'absorption totale de ce métal, et l'opération exigeroit plus de dix fois le temps ordinaire à un affinage, et occasionneroit une dépense décuple de combustible, et un beaucoup plus grand déchet sur les métaux que dans le procédé en usage, où la majeure partie du plomb s'obtient en litharge, tandis qu'une portion pénètre dans la coupelle, et en imbibe environ cinq centimètres d'épaisseur, qu'on est obligé de sondre pour en revivifier le plomb. Cette réduction est aussi plus dispendieuse, et éprouve un plus grand déchet que la litharge, qui est facile à fondre, et qui, sans passer au fourneau, peut être livrée au commerce.

⁽¹⁾ L'élasticité de cette vapeur aqueuse occasionne souvent des explosions qui non seulement soulèvent la coupelle, mais qui ébranlent et dérangent la maçonnerie du fourneau, s'il n'est pas construit comme il doit l'être.

Les minérais de plomb et les litharges peuvent être fondus, comme en Angleterre et dans les départemens de la ci-devant Bretagne, au fourneau à réverbère, dont les soles ou bassins sont formés en argile humectée et pilée. Ces soles résistent à l'action du feu, ainsi qu'à celui de l'oxide de plomb, pendant six à huit mois d'un travail non interrompu.

La durée de ces bassins de terre m'a donné la première idée de la méthode que je proposerai ci-après pour les fourneaux d'affinage, où il ne s'agit que d'oxider le plomb pour l'obtenir en litharge, et non de la faire imbiber en totalité dans des coupelles, comme cela a lieu lorsqu'il ne s'agit que d'essayer ce métal pour connoître ce qu'il contient d'argent.

Dans l'opération en grand, la coupelle, quoique de cendres, n'absorbe qu'une partie du plomb, ainsi que je l'ai déja exposé, en faisant observer qu'il seroit beaucoup plus avantageux d'obtenir le tout transformé en litharge, dont la réduction en plomb est infiniment plus facile que celle de l'oxide contenu dans les cendres, qui s'opposent à la fusion, et dont les scories entraînent toujours du métal.

Sur une coupelle de cendres pilées dans un cercle de de fer ovale, dont le grand diamètre n'a que quatorze à quinze décimètres, et le petit un mètre, les Anglais affinent de suite mille à douze cents myriagrammes de plomb, qui se trouve converti en belle litharge marchande, à l'exception de la petite portion qui pénètre dans la coupelle, dont l'épaisseur n'est que d'environ

sept centimètres. Cette coupelle est soutenue, sous la voûte du fourneau, par deux barres de fer. Un soufflet de cuir chasse la litharge vers la partie antérieure du fourneau, d'où elle tombe sans interruption sur l'aire de la fonderie; tandis que, pour remplir le vide que laisse l'écoulement de l'oxide, on avance peu à peu dans l'intérieur du fourneau un lingot de plomb placé à côté de la buse du soufflet : ce plomb, en fondant, tient la coupelle pleine jusque vers la fin de l'opération.

Si je donne ici un apperçu du procédé des Anglais, ce n'est que pour faire voir qu'il est possible d'opérer des affinages en n'employant que peu de cendres pour la formation des coupelles : celles dont il est question n'absorbent pas quarante kilogrammes d'oxide sur la

grande quantité de plomb qu'on y affine.

Il est donc démontré que les métallurgistes ont toujours cherché à obtenir le plus possible de litharge, et peu de cendres imbibées d'oxide; mais, ne croyant pas pouvoir s'écarter du procédé docimastique, ils ont constamment construit leurs coupelles avec des cendres.

On a vu que, dans la coupellation en petit, le plomb pénètre dans les cendres à mesure de son oxidation; quand il n'y en a plus, le petit bouton d'argent reste pur au fond du bassin, sous forme sphérique. Cette opération se fait avec d'autant plus de célérité que la surface du bain est toujours bombée dans ces petits vaisseaux; ce qui permet à la litharge de couler, comme sur un plan incliné, vers les bords de la coupelle, où elle s'imbibe aussitôt.

Il n'en est pas ainsi dans les coupelles en grand qui ont plusieurs mètres de diamètre; il faut y appliquer des soufflets, dont le vent sert non seulement à accélérer l'oxidation, mais aussi à chasser la litharge vers la voie ou rigole que l'on creuse pour son issue.

On a fait remarquer les inconvéniens et même l'impossibilité de faire pénétrer tout le plomb dans les cendres des grandes coupelles; on en sera convaincu en faisant attention que l'oxidation ne s'opère que dans les parties du bain exposées au contact de l'air et au vent des soufflets: or la litharge qui seroit vers le milieu du bassin, ne pouvant gagner ses bords, y resteroit stagnante, et s'opposeroit nécessairement à la formation d'une nouvelle couche d'oxide. Voilà ce qui a engagé les métallurgistes à chasser cette litharge par le vent des soufflets, et cela à mesure de sa formation, et de la faire couler hors du fourneau.

L'oxidation n'a donc lieu qu'à la surface du plomb, et non dans sa partie inférieure; s'il en étoit autrement, les cendres de coupelle seroient pénétrées d'oxide d'une épaisseur d'autant plus inégale que l'opération seroit longue : or j'ai toujours remarqué que le têt, ou la partie des cendres imbibée dans les affinages en grand, n'est pas plus épais vers le centre du bassin que dans son pourtour, quoique le plomb séjourne trente à quarante fois autant de temps dans le fond que sur les bords, puisque le bain diminue incessamment jusqu'à ce que tout le plomb soit réduit en litharge, et qu'il ne reste plus que le plateau d'argent au fond de la coupelle.

312 MÉMOIRES DE MATHÉMATIQUES

Si tout le plomb s'imbibe dans une coupelle d'essai, c'est que ce petit vaisseau est exposé à une chaleur égale dans toutes ses parties. La coupelle en grand ne présentant à l'action du calorique que sa surface supérieure, l'oxide qui s'y imbibe cesse d'y pénétrer à l'endroit où la température n'est plus en état de tenir cet oxide en fusion. Voilà pourquoi l'épaisseur qui en est imprégnée est égale dans toute l'étendue de la coupelle, et ce qui empêche de pouvoir faire pénétrer tout le plomb dans les cendres.

D'après les observations ci-dessus, il sera facile de juger que si l'essai du plomb doit être fait dans de petites coupelles de cendres d'os, afin que tout ce métal oxidé puisse y pénétrer ou se vaporiser en partie; il en est tout autrement de l'affinage en grand, où l'on doit chercher à accélérer l'opération, et à obtenir le plus de litharge qu'il est possible.

J'ai exposé que les cendres de bois dont on forme les coupelles des affinages en grand, sont coûteuses, et que souvent l'on ne peut s'en procurer en quantité suffisante; que d'ailleurs elles ont le défaut d'éprouver des souf-flures, de se soulever même entièrement, ce qui occasionne une perte considérable. J'ajouterai que pour donner plus de poids et de consistance aux coupelles, on est souvent obligé de mêler aux cendres une assez grande quantité de sable, sur-tout si le plomb contient des substances étrangères, comme arsenic, cobalt, antimoine, zinc, étain et autres. Si le plomb n'est qu'arsenical, après en avoir enlevé la première écume, on y

jette, de moment en moment, sur toute la surface du bain, une dixaine de kilogrammes de limaille de fer, ou de la fonte de fer de gueuse en grenaille. Ce fer, comme plus léger que le plomb, le surnage, et absorbe l'arsenic, puis on décrasse; peu après la litharge se forme sans obstacle. Ce moyen est employé en Saxe.

La nécessité d'ajouter du sable aux cendres des coupelles auroit dû conduire à la découverte du moyen que je propose: le voici.

Nouvelle construction des bassins d'affinage.

Sans rien changer au corps de la maçonnerie des fourneaux d'affinage, dits à l'allemande, on aura seulement attention de pratiquer à leur base suffisamment de canaux pour l'évaporation de l'humidité, et de les disposer de la manière la plus propre à procurer cet effet. Ces canaux ou soupiraux seront recouverts d'un lit de scories, sur lequel on fera, en briques les plus poreuses, un pavé qui n'aura d'épaisseur que celle de la brique.

Sur cette aire, qui doit être concave comme la sole sur laquelle on pile les cendres des coupelles ordinaires, on portera du sable de mouleur un peu humecté; s'il n'est pas assez terreux, on y ajoutera un peu d'argile afin de donner la solidité requise, le tout mêlé avec soin. On pilera ce sable de la même manière que cette opération a lieu pour consolider les cendres, et on en formera de même un bassin d'affinage également battu

1. т. 3. 40 314 MÉMOIRES DE MATHÉMATIQUES dans toutes ses parties. L'épaisseur de cette coupelle doit être de quinze à seize centinètres; elle pourra se faire en deux couches, comme on le verra plus loin.

Après que le bassin aura été pilé uniformément dans tous ses points, il sera bon d'y tamiser, sur toute sa surface, deux ou trois litres de cendres de bois lessivées, qu'on y rendra adhérentes avec les pilons.

La coupelle ainsi préparée, on abaissera le chapeau sur le fourneau, et on fera, dans la chauffe, un feu modéré qu'on y entretiendra pendant quelques heures, afin de faire évaporer une partie de l'eau dont on aura arrosé le sable; le surplus se dissipera sans inconvénient durant l'affinage par les canaux d'évaporation.

Après une dessiccation suffisante, qu'on pourra même se dispenser de faire, on lèvera le chapeau, on laissera un peu refroidir la coupelle, on y étendra de la paille ou du foin, puis on y arrangera les lingots ou saumons de plomb qu'on y posera doucement, afin que leur poids ne fasse pas d'impressions dans le sable: c'est pour éviter ces dépressions qu'on doit y mettre de la paille, ainsi que cela se pratique pour les coupelles de cendrés (1).

Lorsque la quantité de plomb nécessaire à remplir la coupelle sera arrangée dans le fourneau, on y abaissera le chapeau qu'on luttera tout autour avec de l'argile

⁽¹⁾ Au lieu de lingots en prismes, il convient mieux de mouler le plomb dans des poëlons de fer demi-sphériques; ces culots seroient moins sujets à endommager la coupelle.

pétrie, puis on fera du feu dans la chauffe comme pour les affinages ordinaires.

Quand le plomb sera en parfaite fusion, et le bain couvert d'écume et de paille charbonnée, on fera tomber cette écume ou crasse par la voie de la litharge, en l'y attirant avec un morceau de planche d'environ trois décimètres de longueur, au milieu de laquelle on implantera une verge de fer de longueur suffisante à pouvoir traverser le diamètre du fourneau, et d'environ un mètre de plus.

Lorsque le plomb sera bien écumé à plusieurs reprises, et qu'il commencera à rougir, on fera agir les soufflets, mais doucement d'abord; on disposera leurs buses de manière que le vent sortant de l'une et de l'autre soit dirigé au centre de la coupelle, et afin que ce vent soit toujours rabattu sur le bain, on adaptera à l'extrémité de chaque buse une petite plaque ronde de tôle. Ces espèces de soupapes, que les affineurs appellent papillons, sont employées aux affinages à l'allemande; elles sont suspendues à charnière à leur partie supérieure; chaque coup du soufflet les fait soulever à moitié, et elles rabattent le vent sur le plomb, ce qui en accélère l'oxidation.

Après que toutes les crasses ou écumes seront enlevées, le plomb devenu bien rouge et recouvert d'une couche de litharge, on fera, avec le petit crochet à ce destiné, une petite rigole dans le sable de la coupelle, qu'on creusera peu à peu, et avec précaution, jusqu'à ce que le fond de cette rigole soit parvenu au niveau du bain;

316 MÉMOIRES DE MATHÉMATIQUES

alors la litharge, poussée par le vent des soufflets vers la partie antérieure du fourneau, coulera par cette voie, et tombera sur l'aire de la fonderie, ainsi que cela a lieu aux affinages ordinaires.

Lorsque l'affineur s'appercevra qu'il ne reste que peu de litharge près de la rigole, il en arrêtera l'écoulement avec un peu de cendres humectées; mais aussitôt que le plomb se sera de nouveau couvert d'oxide, on rouvrira la voie, qu'on creusera à mesure de la diminution du bain, ayant soin qu'il ne s'échappe pas de plomb, notamment vers la fin de l'opération; car il emporteroit beaucoup d'argent qui seroit perdu.

On procédera de cette manière jusqu'à ce que l'argent ait fait son éclair, en observant d'augmenter le seu à mesure de la diminution du bain, sur-tout quand l'opération touche à sa fin, parce qu'alors l'argent se trouve rassemblé; et comme il est beaucoup plus difficile à tenir en susion que le peu de plomb qui lui reste uni, il ne pourroit s'affiner qu'imparfaitement à une température insuffisante, et au lieu d'environ un vingtième de plomb que l'argent retient ordinairement dans les affinages à l'allemande, il en resteroit beaucoup plus chargé; ce qui le rendroit plus difficile à passer à la seconde opération, qu'on appelle raffinage de l'argent, par laquelle on le porte au titre que l'on desire. Les Allemands appellent ce second procédé silber brennen, brûler l'argent.

Ceux qui sont accoutumés à faire l'affinage du plomb suivant la méthode allemande, seront en état d'exécuter celle que je propose; car, quoique la coupelle soit de sable au lieu de cendre, l'opération doit être conduite de la même manière.

L'on a vu que les Anglais affinent une grande quantité de plomb sur une petite coupelle; on peut de même passer dans celle que je propose beaucoup de ce métal, en y en ajoutant à mesure qu'il en sort d'oxidé. En supposant la capacité de la coupelle en état de contenir quatre à cinq cents myriagrammes de plomb, on pourra y en affiner au-delà de quinze cents dans une seule opération, qui n'aura pas les inconvéniens du procédé des Anglais. de dis deservaciones

J'ose aussi me flatter qu'une coupelle bien faite, en sable, pourra servir à plusieurs affinages, sans être obligé de la reconstruire chaque fois comme celles de cendres; mais pour lors, et avant d'y porter le plomb, il faudra remplir, avec du sable bien pilé, la rigole ou tranchée qui précédemment a été faite pour l'écoulement de la litharge, et cela après avoir enlevé avec un ciseau l'espèce de vernis que l'oxide de plomb a laissé sur les parois de cette tranchée, afin que le nouveau sable, un peu humecté, se lie étroitement à l'ancien. qu'il sera aussi nécessaire d'arroser dans cette partie avant que d'y déposer le sable.

La longue durée des soles de terre dans les fourneaux à réverbère où l'on fond les minérais de plomb, et même les litharges, ainsi que je l'ai rapporté plus haut, doit rassurer sur l'action de l'oxide du plomb, qui n'agira qu'à la surface de la coupelle, et n'en pénétrera qu'une très-petite épaisseur. planta cela !

Après un ou plusieurs affinages on lèvera cet encroûtement, on le fondra au fourneau à manche, afin d'en obtenir le plomb; procédé qui sera aussi facile que la réduction de ce métal contenu dans les cendres des coupelles ordinaires, et en quantité beaucoup plus petite. On aura donc plus de litharge par la nouvelle méthode que par l'ancienne, ce qui est avantageux, ainsi que je l'ai exposé. J'ajouterai que la sole de sable n'absorbant pas autant d'oxide de plomb que celle de cendres, elle n'entraînera pas autant d'argent; car on sait que le plomb revivifié de ces cendres en contient toujours beaucoup plus que celui provenant de la réduction des litharges.

Au lieu de sable on pourroit employer de la terre argileuse à la construction des coupelles, comme aux soles des fourneaux de réverbère de la ci-devant Bretagne; mais il faudroit piler cette terre à plusieurs reprises pendant quelques jours, sans quoi elle se fendilleroit, et ces gerçures ne feroient qu'augmenter par le retrait résultant du calorique; il s'insinueroit du plomb dans ces fentes, inconvénient qui ne peut avoir lieu avec le sable, même un peu terreux. J'observerai encore qu'une sole de terre se durciroit trop pour permettre de creuser la rigole du passage de la litharge. Dans cette circonstance il faudroit que l'endroit par lequel cet oxide doit s'écouler, fût construit avec du sable ou des cendres lessivées.

J'ajouterai qu'il sera avantageux d'employer deux sortes de sable à la formation du bassin de coupelle, l'un fin, comme celui des mouleurs; l'autre plus gros

et non terreux : ce dernier fera la première couche, qui, après avoir été bien battue avec les pilons à ce destinés, doit avoir environ huit centimètres d'épaisseur; puis on portera sur ce premier lit le sable fin, un peu terreux, qui formera le second, et qui sera pilé comme le premier. L'un et l'autre de ces sables seront un peu humectés avant de les porter au fourneau, afin qu'ils puissent mieux s'entasser et se consolider par les pilons.

Le sable de la couche inférieure, étant plus gros que celui de la supérieure, absorbera l'humidité de celle-ci à mesure de sa vaporisation, et passera sans obstacle par les canaux disposés à cet effet.

La couche inférieure de sable pourra rester en place lorsqu'il s'agira de faire une nouvelle coupelle avec le sable fin, et la partie de celui-ci, qui n'aura pas été imbibée d'oxide, sera mêlée avec du nouveau pour en faire une coupelle. Il faudra avoir attention en levant ce sable de ne pas toucher à la couche inférieure; car il faut éviter que le sable de celle-ci, qui est gros, soit mêlé avec l'autre. On parera à cet inconvénient en pilant, sur le lit de gros sable, une couche mince de cendre, à laquelle on s'arrêtera en levant le sable fin de la couche supérieure.

L'on a dit que le sable de mouleur doit être un peu terreux, et que s'il ne l'est pas, il faut y ajouter un peu d'argile pour lui donner de la liaison; mais comme il est nécessaire que cette argile soit répandue également dans toutes les parties du sable, on la délayera dans l'eau dont on arrosera le sable, et on mêlera le tout avec soin.

On pourra objecter que les coupelles en sable n'absorbant pas autant de litharge que celles de cendres, il faudra plus de temps pour terminer l'affinage, puisque, par le nouveau procédé, l'oxide, au lieu d'être absorbé, doit s'écouler hors du fourneau. On ne doit avoir aucune inquiétude à cet égard; car le vent des soufflets, bien dirigé, fera couler plus abondamment la litharge par la rigole que s'il y avoit absorption.

J'ai vu en Allemagne des affineurs qui, en construisant leurs coupelles de cendres, ont la bonne méthode de former au milieu un petit enfoncement circulaire, dont le diamètre est proportionné à la quantité d'argent qu'ils savent être contenue dans le plomb d'une opération. Par cette disposition il ne reste point de grains de ce précieux métal, isolés du plateau; la totalité se rend dans le bassin du centre, et forme un gâteau parfaitement rond. Je conseille la même pratique dans la construction des coupelles en sable.

Je suis assuré que les coupelles que je propose, faites avec soin et intelligence, réussiront parfaitement, et que, sans avoir les inconvéniens de celles de cendres, elles seront d'une grande économie. Je desire, pour l'avantage de la métallurgie, que la méthode que j'indique dans ce mémoire soit mise en pratique; elle prouvera que l'on ne doit pas toujours s'attacher à suivre servilement les anciens usages, nila routine des ouvriers.

ESSAI

Sur l'analyse et la recomposition des deux alcalis fixes, et de quelques-unes des terres réputées simples,

Par les citoyens Guyton et Desormes.

Lu le 6 floréal an 8.

CE fut une époque bien mémorable dans l'histoire de la chimie, que celle où une logique sévère, mettant à l'écart les possibilités vagues, les modifications abstraites et les analogies purement métaphysiques, plaça sur deux lignes distinctes les corps dont l'art pouvoit séparer les principes, et ceux qu'elle nommoit indécomposés, sans oser pourtant les déclarer indécomposables.

Au commencement de cette période, on pouvoit déja présager de grands succès dans cette partie des sciences naturelles; mais on étoit loin d'en prévoir les résultats, et le titre que je donne à ce mémoire n'eût alors produit sur les meilleurs esprits que cette impression qui appelle la défiance plutôt qu'elle n'éveille la curiosité.

Aujourd'hui que nous sommes familiarisés à voir produire de toutes pièces les substances que nos anciens regardoient comme premiers élémens, de simples aperçus deviennent précieux quand c'est l'expérience qui les

322 MÉMOIRES DE MATHÉMATIQUES

donne; et céder à la prévention qui les repousse, ce seroit poser une barrière sur la route qui doit nous conduire aux plus brillantes découvertes.

Le citoyen Desormes, membre de la société d'Enseignement, formée par d'anciens élèves de l'École polytechnique, entrant dans cette carrière avec la hardiesse qu'inspire l'enthousiasme de ses premières conquêtes dans le domaine de la nature, et bien convaincu qu'il y a souvent plus à gagner pour la science et pour les arts en rayant un corps du nombre des substances simples, qu'en ajoutant à la liste de ceux qui forment un genre particulier, a entrepris de découvrir les parties constituantes des alcalis fixes.

Il dirigea d'abord ses recherches sur la potasse; il me communiqua les espérances que lui donnèrent ses premiers essais, et m'invita à répéter les expériences pour en juger par moi-même les produits. Je les trouvai constamment les mêmes, mais en si petite quantité, qu'il devenoit difficile d'en déterminer la nature, et que, malgré les précautions les plus scrupuleuses, ils pouvoient aussi bien être attribués à quelque mélange accidentel, qu'à une décomposition que l'on devoit bien s'attendre à ne trouver que partielle, mais qui ne pouvoit être démontrée que par la succession de ses progrès.

De nouveaux procédés ont été mis en œuvre; ils ont été variés et répétés un grand nombre de fois; et, pour en restreindre la conclusion aux faits précis, il ne peut me rester aucun doute qu'en traitant par divers agens chimiques la potasse parfaitement pure, on en sépare de la chaux, et que les opérations qui donnent ce résultat sont celles où l'hidrogène exerce manifestement ses affinités.

" Je dois principalement cette conviction à deux expériences. On le destaille de la sussent de connecte a shi tatell à

La première est la décomposition du muriate oxigéné de potasse par l'acide phosphorique. En poussant ce mélange à la fusion au creuset de platine, la masse redissoute, si l'on sature d'ammoniaque l'excès d'acide, on a un précipité de phosphate de chaux; et cette opération peut être répétée plusieurs fois sur la même quantité de muriate, et donner le même produit.

La seconde expérience est celle dans laquelle la potasse en fusion agit sur le charbon, en fait passer une partie considérable à l'état d'acide carbonique, où il y a une combustion visible d'hidrogène que l'on ne peut renouveler en ajoutant de l'eau au mélange lorsqu'une fois la potasse est saturée d'acide carbonique, et où l'on trouve pour résidu le reste de la potasse à l'état de carbonate, et de la chaux que l'acide oxalique reprend sur-le-champ à l'acide nitrique.

Lorsque j'ai opéré dans le creuset de platine, la chaleur pouvant être portée à un plus haut degré, l'action réciproque des substances est plus instantanée et plus vive; on voit le charbon s'exfolier et des flammèches d'un blanc bleuâtre sortir à la fois de toutes les fissures, jusqu'à ce que la saturation achevée laisse toutes les matières en repos.

Je n'ai pas aperçu les mêmes phénomènes lorsque

j'ai opéré dans une capsule d'argent, qui ne pouvoit supporter qu'un degré de feu très-inférieur; mais la décomposition d'une partie de la potasse n'a pas moins eu lieu, ainsi que le passage du restant de la potasse à l'état de carbonate, et même l'exfoliation du charbon, qui paroît au surplus, dans les deux opérations, conserver son volume, et n'éprouver qu'une perte de poids à peine sensible après la plus forte dessiccation.

Il est à remarquer que lorsqu'après avoir fait bouillir de l'eau sur la masse de potasse et de charbon, on jette sur le filtre, il passe une liqueur d'un brun très-foncé qui ne forme point de dépôt, et qui est une vraie combinaison du carbonate de potasse avec le charbon ou l'oxide de carbone. On en a la preuve en décomposant cette liqueur par un acide, qui dégage l'acide carbonique avec une violente effervescence, s'empare de la base alcaline, et précipite complétement la matière charbonneuse.

Il reste sans doute bien des expériences à faire pour confirmer ces analyses par la synthèse, c'est-à-dire, en formant directement de la potasse avec des matières qui n'en contiennent point; je l'ai déja tenté de plusieurs manières, et particulièrement en introduisant dans du gaz hidrogène des charbons sortant d'un creuset poussé au rouge, ou encore mieux en faisant passer le gaz dans un tube incandescent, dans lequel j'avois mis de la chaux de marbre; mais, malgré quelques apparences de succès, il ne m'a pas encore été possible de donner à ces expériences la suite nécessaire pour en tirer une conclusion.

Après avoir exposé le degré auquel se trouve portée une découverte aussi importante, j'observerai que le citoyen Desormes a poussé bien plus loin les conséquences de ses observations, et les vues de recherches qu'indiquent ces premiers résultats. Je ne dois pas le priver du droit de les présenter dans toute leur étendue: je vais les prendre littéralement, ainsi que les réflexions qui les accompagnent, dans les notes qu'il m'a remises pour la rédaction de ce mémoire.

Lorsque l'on eut reconnu que par le dégagement du gaz oxigène et du gaz azote on produisoit l'acide nitrique, on en conclut, avec raison, qu'il étoit composé d'azote et d'oxigène. L'analogie (dit le citoyen Desormes) me persuada qu'il seroit possible de raisonner de même par rapport aux alcalis. Je considérai que les végétaux croissoient en général dans un mélange de silice, d'alumine et de carbonate de chaux. Des expériences assez bien faites sembloient prouver que la terre est le soutien de la plante, qu'elle ne sert pas à son accroissement, et que les principes de l'air, l'eau, l'acide carbonique et l'hidrogène carboné, étoient les substances dont se nourrissoient les végétaux. Or l'analyse des végétaux nous donne constamment du carbone, de l'hidrogène, de l'oxigène, de la chaux et de la potasse.

Voilà donc deux produits nouveaux; produits qui n'ont été formés que par la composition ou la décomposition qu'ont éprouvée les différentes substances dont la plante s'est nourrie. Alors les principes qui composent la chaux et la potasse se trouvent dans le carbone,

326 MÉMOIRES DE MATHÉMATRQUES

l'hidrogène, l'oxigène et l'azote, à moins que la chaux ne soit duc à la terre dans laquelle les plantes ont végété.

Les substances végétales contiennent encore de la silice et de l'acide phosphorique; cependant il faut bien observer que la silice y est en très-petite quantité, et n'existe pas dans toutes; qu'il en est de même de l'acide phosphorique. Le citoyen Berthollet, qui l'a reconnu l'un des premiers, ne l'a trouvé que dans les plantes qui contiennent de l'azote; car ce gaz y est aussi, à la vérité, dans de très-foibles proportions. Le citoyen Hassenfratz, qui a de même observé l'acide phosphorique, ne l'a rencontré que dans les plantes qui croissoient près des marais. Peut-être l'hidrogène carboné est-il nécessaire à sa formation.

On objectera peut-être qu'il existe dans l'air une multitude de petits atomes qui troublent sa transparence, et qui peuvent entrer pour quelque chose dans les différens produits que nous croyons se former de ces diverses substances. C'est l'expérience qui doit prononcer sur cette question; cependant il est très-probable que ces corpuscules sont des detritus de végétaux, particulièrement du carbone ou de l'oxide de carbone, c'està-dire, du charbon. Voici les faits qui me paroissent fonder ces probabilités.

Si l'on expose à l'air une dissolution de chaux, de potasse, de barite, sur-le-champ il se forme des carbonates de chaux, de potasse, etc. Cependant, d'après les analyses de l'air, l'acide carbonique n'y entre que

pour un centième. Dira-t-on que c'est un renouvellement continuel de l'air? Mais, dans des flacons qu'on débouche trois ou quatre fois, cet effet a lieu, et cependant la première fois que l'on débouche le slacon, il n'y entre d'acide carbonique tout au plus que le centième du vide qui y existe; la deuxième fois, la millième partie, et ainsi de suite. Je crois donc qu'il existe dans l'air des parties charbonneuses qui se combinent continuellement avec l'oxigène, et dont la combinaison est bien plus prompte lorsqu'une troisième substance les attire l'une et l'autre. Alors les carbonisations spontanées et rapides s'expliquent bien plus facilement.

Quoi qu'il en soit, les végétaux servent à la nutrition des animaux; ils se décomposent, se recomposent dans leur corps, et donnent naissance à des produits nouveaux. L'analyse nous démontre dans les substances animales, le carbone, l'oxigène, l'hidrogène, l'azote, l'acide phosphorique, l'acide muriatique, le soufre, la chaux, la soude : plus de potasse; elle a disparu totalement, au moins dans la très-grande partie des solides et des liquides des animaux, si ce n'est dans tous, considérés dans leur état sain et habituel.

· Voilà donc cinq substances nouvelles, azote, acide phosphorique, acide muriatique, soufre et soude, qui ont été formées dans les animaux, et qui nécessairement sont composées d'oxigène, d'hidrogène, de carbone, de chaux et de potasse.

Je me demandai alors si l'on ne pouvoit pas regarder comme probable que l'azote et le carbone forment le 328 MÉMOIRES DE MATHÉMATIQUES

soufre, que l'hidrogène et le carbone forment le phosphore, ensin que l'azote et l'oxigène forment l'acide muriatique: mais abandonnons ces conjectures, et revenons aux alcalis.

Tout concourt à nous prouver qu'il existe un principe acidifiant. L'analogie, notre seul guide dans les sciences, nous porte encore à croire qu'il existe un principe alcalifiant; mais puisque les alcalis saturent les acides et les rendent neutres, le principe alcalifiant doit aussi saturer le principe acidifiant: or ce n'est pas l'azote; car l'azote ne sature pas l'oxigène, ne détruit pas les propriétés que nous lui connoissons; ce sera donc l'hidrogène, qui déja existe dans un alcali, et qui, en se combinant avec l'oxigène, donne un produit totalement neutre.

Si l'on remarque encore que la causticité, cette propriété si remarquable dans les alcalis, appartient aussi aux huiles volatiles, c'est-à-dire, aux huiles qui contiennent une bien plus grande quantité d'hidrogène, ce sera encore une probabilité de plus que ce dernier principe est le véritable alcaligène.

Maintenant, de toutes les substances qui existent dans les végétaux, la chaux est la seule dont nous ne connoissions pas le produit avec l'hidrogène : de plus, on croit déja l'avoir retirée de la potasse. La potasse ne seroit donc autre chose que la chaux hidrogénée.

Ensin cette potasse se décompose dans les animaux et devient soude, dont la base probablement n'est pas la chaux, et que l'on croit, d'après quelques données,

être la magnésie. Cette terre se trouve donc dans les végétaux sans que nous nous en doutions; elle est principe de la chaux, et l'azote que nous retrouvons dans les animaux, et non dans les végétaux, est la substance qui lui manque pour devenir chaux.

S'il étoit bien prouvé actuellement que les végétaux ne se nourrissent que d'air et d'eau, il seroit certain que la magnésie seroit elle-même un combustible ou un corps brûlé, résidu de carbone, d'oxigène et d'hidrogène.

Telles furent les réflexions qui servoient de base aux premières expériences que je projetai.

Je les fis toutes dans la supposition que l'azote étoit principe constituant des alcalis; je fis passer du gaz nitreux dans du sulfure de chaux, de magnésie; je fis passer de l'azote sur de la chaux rouge, de l'eau chargée de soude dans un tube de fer, et un assez grand nombre d'autres qui ne donnèrent aucun résultat satisfaisant. Cependant, ayant formé un savon de potasse, et l'ayant décomposé partiellement dans un creuset de platine, je trouvai de la chaux, mais point d'ammoniaque, comme un stild it is cela avoit été annoncé.

Enfin je vins à considérer l'hidrogène comme alcalifiant, et plusieurs observations semblèrent me prouver que je ne m'étois point trompé. Je me rappelai que par la combustion on pouvoit, suivant la manière dont on la conduisoit, augmenter ou diminuer le produit de la potasse; je me rappelai que différens oxides métalliques (entre autres celui du nikel) que j'avois fondus sans ôter entièrement la potasse avec laquelle je les avois précipités de leurs dissolutions; je remarquai, dis-je, que les oxides se réduisirent plus facilement, mais continrent de la chaux; je me rappelai que lorsque l'on prend du muriate oxigéné de potasse très-pur, et que l'on en retire l'oxigène, sur la fin de l'opération, lorsque la cornue est rouge, il n'est pas rare de voir de petites flammes blanches qui parcourent toute la cornue, et que l'on attribue ordinairement à quelques combustibles qui s'y trouvent par hasard, etc., etc., etc.

1. Je voulus donc réduire un oxide métallique par la potasse; je pris vingt grammes d'oxide rouge de plomb que je mis avec dix de potasse caustique, et je poussai au feu; j'obtins une masse écailleuse jaune, et un petit culot de plomb pesant deux grammes.

2. Ne trouvant pas cette expérience satisfaisante, je fis chauffer dans un creuset de platine du sulfure de potasse; après un fort coup de feu, je trouvai une portion de la potasse décomposée, ce qui me donna un peu de chaux. Je voulus traiter de même du sulfure de soude, j'obtins alors de la magnésie et de la chaux.

3. Pensant bien que cette décomposition auroit lieu plus en grand si l'on employoit les doubles affinités, je traitai de l'oxalate de potasse avec du soufre: pour cela j'humectai légèrement, je pulvérisai, et je mis au bain de sable; il y eut dégagement constant d'hidrogène sulfuré, et j'obtins de l'oxalate de chaux.

4. Je pris alors du muriate oxigéné de potasse bien pur, dans lequel je mis de l'oxalate d'ammoniaque, et

je sis évaporer à plusieurs reprises, ayant soin d'entretenir un excès d'acide nitrique pour dissoudre l'oxalate de chaux sormé. J'en obtins de cette manière une assez grande quantité; mais la décomposition n'étoit pas totale.

Cette expérience réussit également à froid. En mettant ensemble dans un flacon une dissolution de muriate oxigéné de potasse, de l'acide oxalique et quelques gouttes d'acide nitrique, quinze jours après, si l'on verse de l'ammoniaque en excès, il y a un précipité d'oxalate de chaux; peu à peu le précipité augmente et se dépose au fond du vase.

5. Ce fut après cette expérience que j'employai le muriate oxigéné de potasse et l'acide phosphorique, en chauffant un mélange de vingt grammes de muriate oxigéné, et de dix d'acide phosphorique presqu'en gelée: une partie de l'acide muriatique oxigéné s'en va, on pousse à l'état de verre, on dissout dans l'eau, on sature l'excès d'acide par l'ammoniaque, on filtre, puis on fait évaporer de nouveau et passer à l'état de verre. Je ne puis indiquer le terme de l'opération; mais il passe six évaporations différentes; j'en ai retiré par là de deux à trois grammes de phosphate de chaux et de potasse: il est très-probable qu'il en restoit encore (1).

⁽¹⁾ Il est bon d'avertir que si l'on met en même temps au creuset les deux substances mêlées, l'acide muriatique oxigéné part tout de suite, et qu'on n'obtient que peu de phosphate de chaux, sur-tout si l'acide phosphorique est en plus grande quantité. Le procédé le plus sûr est de mettre d'abord le muriate oxigéné de potasse au creuset; et lorsqu'il est rouge, que l'oxigène

6. J'ai traité de même du muriate oxigéné de soude. L'expérience ne se fait pas aussi bien, parce que l'acide muriatique oxigéné part trop facilement; de six grammes de muriate oxigéné de soude, j'ai retiré à peu près un gramme de magnésie.

7. J'ai traité aussi du nitrate de soude par l'acide phosphorique, et j'ai eu de la magnésie, mais pas plus

abondamment.

8. Si l'on chauffe de la potasse avec du charbon, la potasse le divise, et bientôt, lorsque la capsule est rouge, il sort de petites flammes bleuâtres semblables à celles de l'hidrogène carboné; on a pour résidu du carbonate de potase, de la chaux, de la magnésie et même de l'alumine. Cette expérience a été répétée avec du sucre bien pur au lieu de charbon; en chauffant un peu plus fortement, j'ai obtenu le même résultat, toujours avec un peu de magnésie et d'alumine.

9. Si l'on traite de la même manière de la soude avec du charbon, on a de la magnésie, de l'alumine, de la chaux. Dans cette opération la soude contenoit un peu

de soufre.

J'observe que je nomme toujours le premier le principe le plus abondant; le dernier est celui qui est en plus petite quantité.

10. J'ai pris du muriate de potasse que j'ai traité par

se dégage, on y projette par parties l'acide phosphorique; après avoir dissous et filtré, on répète l'opération sur le résidu, en ajoutant seulement de l'acide muriatique oxigéné, et ainsi successivement.

le charbon; mais avant de le mettre dans le creuset, il y a eu dégagement d'ammoniaque très-sensible au nez. Je pense que dans cette opération le charbon s'empare de l'oxigène; la base de l'acide se porte sur l'hidrogène de l'alcali, et la chaux reste libre : en chauffant ce mélange j'ai eu une assez grande quantité de chaux.

- 11. Le muriate de soude, traité de la même manière, produit aussi les mêmes effets, mais plus foiblement. J'en ai retiré de la magnésie et un peu d'alumine.
- 12. Le muriate de soude chauffé avec le soufre m'a donné précisément les mêmes résultats.

Cette magnésic et cette alumine que j'avois trouvées plusieurs fois, me confirmèrent dans l'idée que la chaux pouvoit être de la magnésie azotée, et l'analogie me porta à croire que la magnésie pourroit bien être aussi de l'alumine azotée.

- 13. On m'apporta un jour du muriate d'ammoniaque (à ce que l'on disoit) que l'on avoit trouvé dans la chaudière où on préparoit de la potasse caustique; j'examinai ce prétendu sel ammoniac, qui réellement en donnoit avec la chaux : c'étoit du sulfate de potasse. Dans cette opération les masses agissent, et il y a un peu de potasse et de chaux décomposées.
- 14. Il y a aussi production d'ammoniaque par la chaux avec le sulfate de soude.
- 15. Desirant m'assurer si, en décomposant l'eau instantanément en contact avec la chaux, on ne produiroit pas le même effet, j'ai pris de la chaux et du soufre

334 MÉMOTRES DE MATHÉMATIQUES bien lavé, et en ajoutant de l'eau j'ai eu production d'ammoniaque.

16. Si, au lieu de soufre, j'avois pris un sulfure sec, un oxide métallique avide d'oxigène, ou même la chaux seule, j'aurois eu encore production d'ammoniaque visible par ses vapeurs avec l'acide muriatique.

17. Je voulus alors, au lieu de décomposer, composer la chaux; pour cela je fis du nitrate d'alumine bien pur, je décomposai ensuite ce nitrate par le feu, et cela à plusieurs reprises; j'obtins alors un peu de chaux. La magnésie a donné à peu près le mêmo

résultat.

18. Une expérience à laquelle je ne m'attendois pas, vint encore augmenter la probabilité de ces conjectures. Ayant fait instantanément du sulfure de potasse, j'y portai de l'acide oxalique, qui alors, au lieu d'hidrogène sulfuré, en dégagea sensiblement de l'ammoniaque; le résidu étoit de la magnésie.

19. Enfin si l'on prend du sucre bien pur, et qu'on le réduise en charbon, puis que l'on mêle ce dernier avec de la chaux de marbre aussi très-pure, et dont les dissolutions ne donnent aucun précipité par l'ammoniaque, alors, poussant au feu dans un creuset de platine bien bouché, on trouve constamment de l'alumine et de la magnésie. Il est à remarquer que dans ces expériences il y a presque toujours dégagement d'hidrogène sulfuré, lorsque l'on opère la dissolution de la chaux traitée par le charbon.

On voit qu'il est possible de séparer de la potasse une petite quantité de chaux; que l'on peut de même, avec beaucoup de chaux, former une petite quantité de potasse. Je me suis convaincu par plusieurs expériences, dont le détail seroit trop long, que de quelque manière que l'on opère, soit que l'on décompose de l'eau de chaux par du fer rougi au feu, soit que l'on projette dans l'eau un mélange de limaille de fer et de chaux chauffé au rouge, soit que l'on fasse digérer pendant plusieurs jours de l'eau de chaux avec de la limaille de fer, à la chaleur de l'eau bouillante, pourvu que l'on mette en contact de la chaux et de l'hidrogène, le dernier étant pris au moment de son dégagement, on obtient toujours une quantité de potasse, pesant depuis un vingt-cinquième jusqu'à un trente-cinquième de la chaux employée dans ces opérations.

Tels sont les faits recueillis par le citoyen Desormes dans une suite d'expériences faites avec soin, dont nous avons raisonné les procédés, dont j'ai presque toujours examiné les produits. Ce seroit trop se hâter sans doute que d'adopter définitivement toutes les conséquences qui paroissent en résulter immédiatement; mais je ne puis que répéter que j'ai acquis par moi-même une pleine conviction que la chaux est une des parties constituantes de la potasse, qui, par des décompositions partielles, successives, peut être portée à une décomposition totale; que ce n'est pas l'azote, mais l'hidrogène, ou peut-être l'hidrogène carboné, qui entre dans

336 MÉMOIRES DE MATHÉMATIQUES sa composition; et qu'en suivant la marche tracée par ces expériences, et opérant toujours avec les précautions convenables, et dans des vaisseaux qui ne puissent jeter aucune confusion dans les résultats, quelle qu'en soit la quantité, on arrivera à une démonstration complète des découvertes du plus grand intérêt et pour la science et pour les arts.

MÉMOIRE

Sur les changemens qui arrivent aux organes de la circulation du fætus, lorsqu'il a commencé à respirer,

Par le citoyen SABATIER.

Lu le 11 thermidor an 8.

LA disposition des organes de la circulation du fœtus a autrefois excité mon attention; elle m'a fourni, sur la manière dont le sang traverse le cœur à cette époque de la vie, des idées différentes de celles qui avoient été adoptées jusqu'alors. Au lieu d'en conclure que ce fluide passe réciproquement de l'oreillette droite dans la gauche, et de celle-ci dans la droite, pour qu'il se fasse un mélange de celui qui revient de l'arrière-faix par la veine cave inférieure avec celui que les veines pulmonaires ramènent des poumons, et que les oreillettes ne forment qu'une seule cavité qui est partagée en deux par une cloison ouverte à sa partie moyenne, j'ai cru voir que la disposition dont il s'agit permet à la totalité du sang de la veine cave inférieure de passer dans l'oreillette gauche, et à celui de la supérieure de tomber dans l'oreillette droite : d'où il suit que dans le fœtus tout le sang retourne à l'arrière-faix avant de recommencer son cours, à peu près comme dans l'adulto

il traverse tonte l'aorte, et que ce fluide décrit dans sa marche une espèce de huit de chiffre. Ce mécanisme et les preuves qui l'établissent sont exposés dans un mémoire imprimé parmi ceux de l'Académie des sciences pour l'année 1774: il a paru assez satisfaisant pour que le plus grand nombre des personnes qui s'occupent d'anatomie et de physique animale, l'aient adopté dans leurs écrits et dans l'enseignement de ces deux sciences.

J'ai eu soin d'avertir que, pour vérifier mes remarques, il falloit avoir des fœtus qui n'eussent pas respiré, parce que le nouvel ordre de choses qui s'établit lorsque l'air a commencé à s'introduire dans les poumons, amène des changemens très-prompts dans l'état du trou ovale, et dans celui du canal artériel et des artères ombilicales, dont l'un se ferme presqu'en entier, et les autres se rétrécissent au point qu'il est impossible de se les représenter tels qu'ils étoient quelques heures avant. Mon dessein n'étoit que de prévenir de la promptitude avec laquelle se font ces changemens qui sont très-connus: Mais quelle cause les produit? comment le trou ovale ne permet-il plus au sang de passer de droite à gauche? pourquoi le canal artériel et les artères ombilicales se resserrent-ils? On a cherché à rendre raison du premier de ces phénomènes ; les autres ont été négligés. La quantité de sang qui se porte aux poumons lorsque l'enfant a respiré, est, dit-on, plus grande qu'avant : ce fluide arrive avec abondance dans l'oreillette gauche, et la valvule du trou ovale qui est appliquée sur la paroi gauche de la cloison commune aux deux oreillettes,

est entraînée vers cette ouverture, et intercepte toute communication entre elles. Cette explication suppose que l'enfant respire, et que les vaisseaux du poumon se laissent pénétrer par le sang que le ventricule droit pousse dans le tronc de l'artère pulmonaire. Reste à savoir pourquoi il respire, et ce que le développement du poumon produit sur les diverses parties du cœur.

Les physiologistes se sont beaucoup occupés des causes de la première inspiration. Le plus grand nombre a pensé qu'elle est l'effet de l'impression que la différence de température produit sur le corps de l'enfant. Il vivoit au milieu d'un fluide dont la chaleur, égale à celle du sang et de toutes les parties intérieures du corps, s'élève à trente-deux degrés : le froid que l'air lui fait éprouver agit sur lui comme un irritant, et détermine ses muscles à se contracter. Ceux qui servent à la respiration sont mis en jeu comme les autres; les côtes sont élevées et le diaphragme abaissé, et l'air se précipite dans les poumons. Quelques-uns ont cru que l'humeur de la transpiration, que le froid empêche de s'échapper comme à l'ordinaire, reflue sur les parties intérieures, et que l'action de cette humeur produit une sorte de gêne qui peut donner lieu à la contraction du système musculaire. Cette explication, vraisemblable pour les régions froides et pour celles qui sont tempérées, ne l'est pas pour les lieux où la chaleur de l'atmosphère est égale ou même supérieure à celle du sang. Il est bien vrai que l'enfant éprouve du mal-aise à l'instant où ses rapports avec l'arrière-faix viennent à cesser, et que ce 340 MÉMOIRES DE MATHÉMATIQUES

mal-aise le force à mettre tous ses muscles en action; mais il dépend de toute autre cause que de celle dont il vient d'être parlé.

Tant que le fœtus est renfermé dans la matrice, il recoit par la veine ombilicale une quantité de sang que l'on peut croire égale à celle qu'il perd par les artères du même nom; le système vasculaire est surchargé d'une colonne de fluide, laquelle s'étend, sans interruption, de l'entrée de l'une à la sortie des autres. Cette colonne, sans cesse reproduite et sans cesse portée au-dehors, ne cause aucun obstacle au cours du sang; mais au moment où la communication avec le placenta est interrompue, elle donne lieu à une surcharge qui empêche ce fluide de circuler librement : l'enfant éprouve une gêne qu'il cherche à faire cesser; ses muscles se contractent; il s'étend, il bâille; et les dimensions de sa poitrine, devenues plus grandes au moyen de l'élévation des côtes et de l'abaissement du diaphragme, obligent l'air d'entrer dans les poumons. Les vaisseaux de ces organes, étendus et déployés, n'offrent plus autant de résistance au sang qui cherche à les pénétrer; ce fluide s'y introduit en plus grande quantité qu'avant; et non seulement le système vasculaire est dégagé, mais le sang qui se porte en plus grande quantité qu'à l'ordinaire dans l'oreillette gauche la remplit, et ne permet plus à la valvule du trou ovale de s'écarter, et de livrer passage à celui que la veine cave inférieure versoit dans cette cavité.

La cause dont il vient d'être parlé est la première de celles qui produisent les changemens qu'éprouvent

les organes de la circulation; mais elle n'est pas la seule. Pour connoître les autres, il faut se rappeler le peu de dimensions que présente la poitrine dans un enfant qui n'a pas respiré, le refoulement des viscères du basventre vers le diaphragme, et le pelotonnement, s'il m'est permis de m'exprimer ainsi, du cœur et des poumons. Ces derniers viscères devroient être renfermés dans dans un espace qui leur permît de se dilater, et qui pût s'agrandir et se resserrer avec eux. Celui qui leur est destiné, circonscrit par les côtes, par les muscles qui remplissent leurs intervalles et par le diaphragme, est peu étendu dans le fœtus, parce que les poumons y ont peu de volume; il acquiert des dimensions plus grandes lorsque les côtes viennent à s'élever, et que le diaphragme s'abaisse. Ce muscle, dont les influences sur toutes les parties du bas-ventre et de la poitrine sont si grandes, est dans le plus grand relâchement chez les enfans qui n'ont pas respiré; il est poussé en haut par les muscles abdominaux, dont rien ne contre-balance l'action. Son refoulement vers la poitrine est d'autant plus grand, qu'il y est enfoncé par le foie, dont le volume est beaucoup plus considérable qu'il ne doit être dans les autres temps de la vie. Ainsi les poumons occupent la partie la plus élevée du thorax, et ils y retiennent le cœur, dont la position répond à celle de ces viscères, ainsi qu'à celle du diaphragme.

Il est facile de se représenter cet état de choses; mais j'en ai trouvé la preuve dans une observation assez délicate qui a échappé aux anatomistes. L'aorte, à sa

342 MÉMOIRES DE MATHÉMATIQUES sortie du ventricule gauche du cœur, se porte de derrière en devant, de gauche à droite et de bas en haut; bientôt elle retourne en arrière et de droite à gauche, en continuant de s'élever; après quoi, elle descend le long de la partie gauche des vertèbres qui lui correspondent : elle décrit une arcade de laquelle s'élèvent le plus ordinairement trois gros troncs; savoir, celui qui est commun à la sous-clavière et à la carotide droite, la carotide gauche et la sous-clavière du même côté. On a remarqué avec soin la position et les dimensions de ces vaisseaux, dont le premier est en devant, et peutêtre d'un calibre plus gros que celui des deux autres pris ensemble, et ceux-ci plus en arrière et moins gros; de sorte que la sous-clavière gauche, qui naît de l'aorte à l'endroit où cette artère est prête à s'appliquer aux vertèbres, est dans une situation plus reculée que les deux autres. On n'a pas dit qu'elle est en même temps plus élevée, c'est-à-dire qu'elle naît de la partie la plus haute de la crosse de l'aorte, peut-être parce que cette circonstance a paru indifférente, ou parce qu'on a jugé qu'étant une suite nécessaire de la progression suivant laquelle naissent les trois gros troncs dont il s'agit, elle n'avoit pas besoin d'être indiquée. L'attention que j'y ai donnée m'a fait voir que le fœtus qui n'a pas respiré présente à cet égard une différence remarquable. Le tronc commun de la sous-clavière et de la carotide droite répond à la partie la plus élevée de la crosse de l'aorte, pendant que la sous-clavière gauche répond à sa partie la plus basse, au contraire de ce qui se voit après la

naissance. Ce fait, que j'ai vérifié un assez grand nombre de fois pour le regarder comme constant, indique d'une manière manifeste le changement qui arrive dans la position du cœur et des gros vaisseaux. Ce viscère occupoit la partie supérieure de la poitrine, où il étoit retenu par les poumons resserrés sur eux - mêmes, et par le diaphragme, que son état de relâchement enfonçoit vers cette cavité. Lorsque l'enfant a commencé à respirer, il descend avec ces parties, et prend, au bout de quelque temps, la place qu'il doit occuper pendant toute sa vie. Les veines caves acquièrent plus de longueur; l'inférieure sur-tout, entraînée par le foie dont elle traverse l'épaisseur en arrière, est distendue; la valvule d'Eustache, qui répond à son embouchure avec l'oreillette droite, et qui s'opposoit à ce que le sang qu'elle contient tombât dans cette cavité, ne met plus d'obstacle au passage de ce fluide, parce qu'elle est entraînée en en bas; la valvule destinée à boucher le trou ovale n'est plus disposée à prêter comme elle faisoit avant, et elle offre au sang, qui tend à la pousser de droite à gauche, une résistance qui empêche ce fluide de s'y porter. Le changement qui arrive aux veines hépatiques contribue aussi à cet effet. Quand le foie étoit élevé vers la poitrine, ces veines se trouvoient plus près du trou ovale, et le sang qu'elles charient étoit porté vers cette ouverture dans une direction presque horizontale. Lorsqu'il descend pour prendre sa place ordinaire, elles s'en éloignent, et s'ouvrent avec plus d'obliquité dans la portion de la veine cave qui traverse ce viscère.

344 MÉMOIRES DE MATHÉMATIQUES

Le sang qui les parcourt prend une direction différente de celle qu'il avoit avant; et se portant de bas en haut, il confond son cours avec celui que les extrémités inférieures et quelques-uns des viscères du bas-ventre versent dans la veine cave.

Ce n'est donc pas uniquement parce que le sang qui a traversé les poumons, et qui revient dans l'oreillette gauche du cœur, soulève la valvule qui doit boucher le trou ovale et l'applique sur cette ouverture, que la valvule dont il s'agit refuse de donner passage au sang de la veine cave inférieure, et que ce sang est obligé de se rendre dans l'oreillette droite, ou, pour parler plus exactement, dans le sinus des veines caves. Plusieurs autres causes essentielles viennent s'y réunir; savoir, la distension qu'éprouvent ces veines, et la cloison qui sépare leur sinus d'avec celui des veines pulmonaires, l'abaissement de la valvule d'Eustache, et le changement de direction qui arrive dans les veines hépatiques; et ces diverses causes sont subordonnées à celle qui produit la première inspiration, et qui détermine le sang à se porter en plus grande abondance qu'à l'ordinaire dans les vaisseaux des poumons.

Reste à savoir comment le canal artériel se ferme de manière à ne plus permettre au sang de le traverser. Ce phénomène m'avoit paru beaucoup plus difficile à expliquer que celui dont il vient d'être parlé; je n'en voyois d'autre raison que l'espèce de dérivation qui s'établit dans ce canal, lorsque les artères pulmonaires, déployées et étendues à proportion des dimensions que

les poumons acquièrent par l'effet de la respiration, lui présentent une voie plus libre, et dans laquelle il s'engage en plus grande quantité. L'épaisseur des parois de ce canal, dont j'ai souvent observé que la capacité ne répond pas à ses dimensions extérieures, m'avoit aussi paru pouvoir y contribuer : je pensois qu'il se contractoit avec une force d'autant plus grande, que le tissu dont il est formé est plus épais et plus dense, et renferme probablement une plus grande quantité de fibres musculeuses que les artères du même calibre, et plus particulièrement que les artères pulmonaires, auxquelles il semble donner naissance. La réflexion m'a fait apercevoir que, puisque la position du cœur change à mesure que les poumons se distendent, et sur-tout à mesure que les contractions du diaphragme abaissent cette cloison musculeuse du côté du bas-ventre, le canal artériel et le tronc de l'aorte, à l'extrémité de sa courbure, cessoient de marcher en quelque sorte parallélement l'un à l'autre, et formoient un angle qui ne permettoit pas au sang de passer à travers le premier de ces vaisseaux avec autant de facilité qu'avant. C'est alors que la contraction de la portion du canal artériel, qui est supérieure à la naissance des artères pulmonaires, privée de la quantité de sang que ces artères reçoivent, et devenue plus difficile à parcourir à raison de l'angle dont on vient de faire mention, agit avec force, et resserre ce canal à un point tel, que bientôt sa cavité intérieure devient nulle, et qu'il se convertit en une substance ligamenteuse qui en indique le trajet, et qui

346. MÉMOIRES DE MATHÉMATIQUES qui lie le tronc commun des artères pulmonaires avec l'aorte.

Ce sont des causes semblables qui oblitèrent la cavité des artères ombilicales. Tant que le fœtus est renfermé dans la matrice, ses cuisses repliées sur le ventre y sont, pour ainsi dire, dans une inaction perpétuelle. Les artères fémorales, qui, de même que les artères hypogastriques, tirent leur origine des artères ombilicales, quoique dans la suite les derniers de ces vaisseaux paroissent leur donner naissance, ne reçoivent qu'une petite quantité de sang, eu égard à la difficulté que les plis que ces artères forment aux aînes et aux jarrets, offrent à son cours. Ce fluide se porte avec abondance dans les artères ombilicales. Lorsque l'enfant est né, tout se passe différemment: ses membres, mis en liberté, se meuvent dans le sens de leurs articulations; ses cuisses et ses jambes s'étendent; les plis des artères fémorales et poplitées s'effacent; l'action des muscles accélère la circulation dans les parties qui en sont garnies; le sang est détourné vers les routes qui lui sont destinées; les artères ombilicales en reçoivent beaucoup moins; et l'action des causes ci-dessus mentionnées se réunissant à la contractilité qui leur est naturelle, fait bientôt disparoître la cavité intérieure de ces artères, et les convertit en des substances ligamenteuses, dont on trouve à peine des traces dans un âge plus avancé. C'est ainsi que change la disposition des organes de la circulation; mais il reste de longs vestiges de celle qui avoit lieu avant que l'enfant eût respiré. Les poumons n'acquièrent

que peu à peu les dimensions auxquelles ils doivent parvenir. Le foie, destiné à occuper une partie de l'espace préparé pour les contenir, conserve long-temps un volume plus considérable que celui qui lui est propre. Le thymus, qui partage très-probablement avec lui la fonction de tenir la place d'une partie des poumons, en attendant qu'ils viennent à se développer, s'efface avec lenteur. Enfin les cuisses et les jambes ne prennent leur grosseur respective et ne parviennent à toute leur force qu'au bout de quelques années.

MÉMOIRE

SUR l'art de tailler les pierres à fusil (SILEX
PYROMAQUE),

Par le citoyen Dolomieu.

Lu le premier prairial an 5.

L'ART de faire des pierres à fusil, concentré depuis long-temps dans un petit espace situé sur deux départemens voisins, celui de Loir-Cher et celui de l'Indre; exercé presque exclusivement par les habitans de quatre communes, dont le territoire contient en grande abondance la matière sur laquelle ils emploient leur industrie; ne donnant qu'un produit peu lucratif comme spéculation de commerce, quoique très-nécessaire comme moyen de défense, pour l'usage de l'arme à laquelle il s'adapte: cet art, dis-je, est très-peu connu; car peu d'observateurs ont été à portée d'en examiner les procédés, et je ne crois pas qu'aucune description en ait encore publié les détails. C'est en vain que j'ai recherché sur cet objet quelques notions dans les ouvrages de minéralogie; c'est en vain que j'ai consulté ce qui a été écrit sur les arts et métiers: l'Encyclopédie elle-même ne dit rien des procédés de cette taille, et elle se contente de consacrer un préjugé ridicule déja consigné dans les

Mémoires de l'Académie des sciences, année 1738. En parlant des silex qui servent à la fabrication des pierres à fusil, il y est dit: « Qu'ils ne manquent jamais dans » les lieux où on les exploite, parce que dès qu'une » carrière est vide on la ferme, et plusieurs années » après on y trouve des pierres à fusil comme aupara-» vant ». Voyez l'Encyclopédie alphabétique, article Pierre à fusil, signé D. J., et les Mémoires de l'Académie des sciences, histoire, page 38, année 1738.

L'art de façonner les pierres à fusil est donc resté dans la classe des problèmes pour la plupart des naturalistes. Une infinité de questions m'ont été faites à ce sujet dans les pays étrangers; mais les notions que j'en avois alors n'étoient pas suffisantes pour en expliquer tous les procédés, et j'avois toujours peine à persuader que la matière dont on les faisoit ne fût pas molle au moment où on les travailloit, puisqu'elle prenoit si exactement et à si peu de frais les formes qu'on vouloit lui donner, et on ne pouvoit croire qu'elles eussent été façonnées sans instrumens tranchans; car leur bas prix excluoit l'idée qu'elles eussent été travaillées à la roue ou sur la meule.

Cet art d'ailleurs extrêmement simple dans ses procédés, s'exerçant avec un très-petit nombre d'instrumens, n'exigeant qu'un très-court apprentissage et un assez foible degré d'adresse, peut présenter par là même quelque intérêt, puisqu'il obtient, par la seule cassure, des formes aussi exactes, des faces aussi lisses, des lignes aussi droites, et des angles aussi vifs que si la

350 MÉMOIRES DE MATHÉMATIQUES

pierre eût été taillée par la roue du lapidaire, puisque cinq ou six petits coups de marteau, et une minute de temps, suffisent pour obtenir le même degré de perfection, qui exigeroit plus d'une heure de travail si les coupures devoient se faire par la voie de l'usure contre des substances plus dures, ou par le frottement de l'émeri; puisqu'enfin un denier de valeur métallique peut payer une pierre à fusil lorsqu'elle sort des mains de l'ouvrier, et que cette même pierre vaudroit nécessairement cinquante fois plus, si elle étoit façonnée par tout autre procédé.

Je vais successivement examiner les matières sur lesquelles cet art s'exerce avec le plus d'avantage, les instrumens qu'il emploie, et les procédés par lesquels il obtient les pierres à fusil façonnées de la manière qui convient le mieux à l'usage auquel on les destine.

Matière qui sert à la fabrication de la pierre à fusil.

En général, les pierres de toutes sortes, lorsqu'elles sont susceptibles de produire de vives étincelles en choquant contre l'acier, pourroient servir de pierres à fusil, comme elles servent de pierres à briquet, si, au même degré, elles étoient propres à recevoir, par des moyens faciles et peu coûteux, la forme convenable à la place qu'elles doivent occuper dans la platine d'un fusil. Cependant, même dans ce cas, ces pierres, d'espèces différentes, pourroient encore présenter quelques motifs de préférence : sans doute on choisiroit, parmi elles,

toutes celles dont on obtiendroit une scintillation plus vive produite par un moindre choc; celle qui, en donnant l'étincelle qui doit enflammer la poudre, altéreroit le moins la surface de l'acier contre lequel elle doit frapper : et ces raisons de prédilection seroient déja en faveur de l'espèce de pierres dites silicées, lesquelles ont un grand avantage à cet égard sur les pierres dites quartzeuses, qui détruiroient bientôt la batterie du fusil où elles seroient employées. Mais les silex proprement dits, à cette première sorte de supériorité joignent encore celle que leur donne leur genre de cassure, qui les rend susceptibles d'être divisés en éclats. lesquels n'exigent ensuite que bien peu de travail pour prendre la forme et les dimensions desirées. Aussi est-ce parmi les silex que les tailleurs de pierres à fusil ont trouvé la matière vraiment propre à l'exercice de leur art; mais parmi les nombreuses variétés qui appartiennent à cette espèce de pierre, il n'en est qu'une que le seut marteau puisse bien façonner. Les agates et les calcédoines, dont on fait aussi des pierres à fusil, ne reçoivent une forme convenable que par la taille sur la meule.

Les tailleurs de pierres à fusil nomment caillou la pierre qu'ils emploient, et se nomment eux-mêmes caillouteurs. Ce mot caillou, qui signifie pour eux la pierre par excellence; qui, dans les autres parties de la France, n'indique qu'une pierre isolée et arrondie, de quelque nature qu'elle soit, est devenu aussi le nom par lequel beaucoup de naturalistes français désignent

352 MÉMOIRES DE MATHÉMATIQUES

les silex, peut-être parce que la plupart des pierres isolées des environs de Paris et des pays calcaires sont de cette nature.

Le caillou des ouvriers en pierres à fusil appartient à la sorte de silex que les naturalistes ont nommée silex gregarius, silex ignarius, silex cretaceus, silex vulgaris, silex vagus, fuerstein des Allemands, etc. Mais tous les silex dits grossiers, parce qu'ils n'ont ni l'éclat ni la beauté des calcédoines et des agates; tous ceux qui existent épars dans les champs, pour avoir été arrachés accidentellement aux lieux de leur origine; tous les silex que renferment les craies, ne sont pas propres à faire des pierres à fusil; et même, eu égard à l'immensité de silex qui existent dans certaines contrées, on peut dire que le caillou propre à faire des pierres à fusiln'est pas commun dans la nature : beaucoup de pays en sont entièrement privés, et peut-être même pourroit-on dire que la France possède presque seule la variété du silex exigée pour être facilement taillé en pierres à fusil; car on ne peut pas croire que ce soit l'art de faire des pierres à fusil qui soit resté un mystère pour les autres nations qui n'en fabriquent point, quoiqu'elles en fassent un grand usage: cet art est si simple qu'elles l'auroient bientôt appris; ce doit donc être la matière propre à l'exercer qui leur manque.

En décrivant la variété de silex qui sert plus particulièrement à faire des pierres à fusil, je lui assignerai le nom de silex pyromachus, silex pyromaque, qui exprime son usage, et que j'ai préféré à celui de silex sclopetarius, sclopétaire, qui me paroît plus dur. D'ailleurs, ni l'une ni l'autre de ces épithètes ne sont nouvelles; d'anciens minéralogistes les ont déja employées.

SILEX PYROMACHUS, SILEX PYROMAQUE.

DESCRIPTION MÉTHODIQUE.

Caractères extérieurs.

Aspect extérieur. Les silex pyromaques, lorsqu'ils sortent de leur carrière, sont toujours couverts d'une écorce blanche, d'une à deux lignes, et quelquefois plus, d'épaisseur; d'un aspect terreux; crétacée; d'un tissu lâche; bien moins dure et moins pesante que le silex qu'elle récouvre.

Forme extérieure. Les masses de bonnes pierres à fusil ont une surface un peu convexe, ou qui approche de la forme globulaire; les silex de formes bizarres, trèsirrégulières, sont pleins d'imperfections.

Volume. Ce n'est pas dans les plus grosses masses que se trouvent les meilleures pierres : rarement les bons cailloux surpassent le poids de vingt livres ; il ne les faut pas non plus au dessous du poids d'une à deux livres.

Aspect intérieur. La pâte du silex pyromaque a un aspect gras, un peu luisant, et un grain tellement fin qu'il est imperceptible.

Couleur. Dans les bons silex pyromaques, la couleur
1. T. 3.

354 MÉMOIRES DE MATHÉMATIQUES peut varier depuis le jaune de miel jusqu'au brun noirâtre.

Nota. Ce ne sont point les différentes nuances des masses de silex qui désignent leur aptitude à faire des pierres à fusil, mais l'uniformité de leur teinte, laquelle ne garde même pas son intensité lorsque la pierre est réduite en minces éclats. Les cailloux des départemens de Loir-et-Cher et de l'Indre sont jaunâtres; ceux des collines de craie qui bordent la Seine sont bruns-noirâtres: les uns et les autres, réduits en poudre, sont parfaitement blancs.

Transparence. Le silex pyromaque doit avoir une sorte de demi-transparence grasse et uniforme, qui permette de distinguer l'écriture sur laquelle seroit appuyé un éclat de cette pierre qui auroit un quart de ligne d'épaisseur.

Cassure. Le silex pyromaque doit avoir une cassure lisse et égale dans toute son étendue, très-légèrement conchoïde, c'est-à-dire, convexe ou concave. Ce genre de cassure est une des propriétés les plus essentielles de cette variété de silex, puisque c'est à elle qu'elle doit la faculté d'être taillée en pierres à fusil.

Nota. C'est par ces caractères extérieurs que les ouvriers reconnoissent les pierres propres à leur travail; c'est par eux qu'ils jugent de leur degré de perfection : ils nomment cailloux francs ceux qui possèdent toutes les qualités qu'ils exigent, et cailloux grainchus ou intraitables ceux dont les imperfections nuisent à leur cassure : ils comparent la partie des masses de silex qui a une demi-transparence et une teinte uniforme, à la partie grasse du lard, qu'ils nomment couenne; et ils disent que tel caillou a plus ou moins de couenne, et que tout n'est

pas couenne dans un caillou; ils disent que la couenne de la partie supérieure du caillou est toujours meilleure que l'inférieure.

Les silex pyromaques sont regardés comme imparfaits ou grainchus lorsqu'ils sont privés naturellement de quelques-uns des caractères extérieurs que je viens de leur assigner, ou que leur longue exposition à l'air les leur fait perdre. Presque toutes les masses sont sujettes à avoir des taches blanchâtres, opaques, des sortes de nœuds où la matière plus dure ne cède pas aussi facilement au choc du marteau; on y rencontre aussi des cavités garnies, ou de petits cristaux de quartz, ou des mamelons de calcédoine. Tous ces accidens, qui nuisent à la cassure, font rejeter comme inutiles les masses qui en sont trop affectées.

Caractères physiques.

Pesanteur spécifique. Silex pyromaque blond des bords du Cher, 26041 grains, l'eau étant estimée 10000 grains; silex pyromaque noirâtre des collines de craie de la Rocheguyon, 25954 grains.

Nota. A cet égard le silex pyromaque ne diffère pas essentiellement de toutes les autres variétés de silex, dont les pesanteurs spécifiques se renferment assez ordinairement entre les limites de 26100 et 25900.

Dureté spécifique. Celle du silex pyromaque est un peu supérieure à celle du jaspe, mais inférieure à celle des agates et des calcédoines, à peu près la même que celle des autres silex grossiers, silex vulgaris.

Fragilité. Le silex pyromaque est plus fragile que la plupart des autres pierres silicées; le caillou de couleur blonde est plus cassant que celui de couleur brunâtre;

356 MÉMOIRES DE MATHÉMATIQUES

et celui-ci, un peu plus scintillant, détériore aussi un

peu plus vîte la batterie des fusils.

Éprouvé par la collision. Deux morceaux de silex pyromaque, frottés vivement l'un contre l'autre, déve-loppent plus de phosphorescence, et une odeur plus forte qu'aucune autre variété de silex. Cette odeur est suffisamment caractérisée par le nom de pierre à fusil, sous lequel on est accoutumé à la désigner.

Caractères chimiques.

A l'action de l'air. Le silex pyromaque, dépouillé de son écorce naturelle, et exposé pendant long-temps aux intempéries de l'atmosphère, paroît prendre une seconde écorce blanche et friable, laquelle n'est que le silex réduit en poudre; et jusque dans son intérieur il perd son œil gras, sa demi-transparence, et il devient blanchâtre. Dans ce cas-là, la pesanteur spécifique de celui qui auroit été de 25954 grains, ne va plus qu'à 25754 grains; il a donc perdu, par conséquent, 2.00 du poids qu'il avoit au sortir de la carrière.

Nota. Le silex pyromaque est quelquesois trop humide au sortir de la carrière; alors on le fait sécher: mais si, par une trop longue exposition à l'air ou au vent, il avoit perdu une certaine humidité, souvent très-visible lorsqu'on le tire, alors il ne peut plus être taillé en pierres à fusil; il casse mal. Les caillouteurs ont grand soin de rejeter tous ceux qui ont perdu ce degré favorable; on pourroit peut-être les y ramener en les tenant dans un lieu frais ou en les couvrant de terre; et,

par ce moyen, on réussiroit au moins à conserver ceux que l'on voudroit réserver pour le travail de l'hiver.

Projeté en fragmens sur une plaque de fer chaud, il saute et pétille, et y devient opaque.

Projeté en poudre sur du nitre en fusion, il donne quelques étincelles, un peu d'inflammation et de détonation.

Calciné dans un têt, il perd 2.50 de son poids, il augmente de volume, devient d'une blancheur extraordinaire, et alors se retrouve très-cassant et presque friable. Dans cet état il a le coup-d'œil de la plus belle pâte de porcelaine.

Distillé dans une cornue et poussé au plus grand feu, il donne un peu de gaz acide carbonique, et une quantité d'eau qui va au 2.00 de son poids, mais aucun indice de la matière combustible qui, dans la précédente expérience, a fait détoner le nitre.

Nota. Cette eau, qui paroît essentielle à tous les silex, et que je nommerai leur eau radicale, est la cause de leur transparence. Leur exposition à l'air, en les desséchant, les rend opaques, ainsi que nous l'avons dit. Les silex pyromaques sont donc des pierres hydrophanes imparfaites, car elles ne réabsorbent ensuite que difficilement l'eau nécessaire à leur diaphanéité. Cette eau contribue aussi à la liaison de leurs molécules intégrantes, et leur cassure devient plus inégale et plus sèche lorsqu'ils l'ont perdue.

Cette faculté de contenir de l'eau est telle dans certains silex, qu'on peut, en quelque sorte, la faire ressortir de quelques-uns par la seule pression. Dans une promenade minéralogique que nous fîmes dernièrement à Saint-Ouen, les citoyens Lelièvre, Vauquelin

358 MÉMOIRES DE MATHÉMATIQUES

et moi, nous observâmes que des coups de marteau sur des masses de silex nouvellement tirées de terre, en faisoient sortir comme une vapeur aqueuse; ils en étoient tellement abreuvés, que leurs cassures fraîches étoient humides et comme mouillées.

Analyse du silex pyromaque.

CENT parties de silex pyromaque de couleur brunâtre, bien demi-transparent, des collines de la Rocheguyon, mêlées avec quatre cents grains de potasse très - pure, et fondues avec elle dans un creuset d'argent, ont donné une masse qui, après son refroidissement, fut délayée dans l'eau, et ensuite sursaturée d'acide muriatique; la dissolution très-claire fut évaporée à siccité, pour être redissoute dans l'eau. La silice séparée de cette solution, en restant sur le filtre, fut bien lavée, séchée et rougie; elle pesoit 97 grains. L'ammoniaque ajouté ensuite à la liqueur, qui étoit parfaitement limpide, y produisit un léger précipité d'un blanc jaunâtre, qui, étant bien lavé et séché, pesa un grain, et se trouva être un mélange d'alumine et d'oxide de fer. La liqueur, séparée de cette petite portion de fer et d'alumine, et à laquelle on ajouta du carbonate de potasse, ne donna aucun précipité; les eaux du lavage, évaporées jusqu'à siccité, n'ont rien donné.

Le résultat de l'analys	se est d	onc,	
Silice			 . 97 grains.
Alumine et oxide de	fer		 . 1
Perte			 . 2
			100

Nota. Il est très-remarquable que le silex pyromaque ne contient que de la silice et de l'eau : car l'alumine et le fer y sont en trop petite quantité pour pouvoir être regardés comme essentiels à sa composition, et pour pouvoir influer sur sa manière d'être. Le quartz aussi paroît, d'après les analyses qui en ont été faites, ne contenir essentiellement que de la silice; et cependant plus j'examine ces deux substances dans la nature, plus je les vois différer l'une de l'autre par leur manière de se comporter : car certainement on ne peut pas croire qu'elles soient identiques, lorsqu'on remarque que le quartz se cristallise avec une trop grande facilité, pendant que, dans les mêmes circonstances, dans les mêmes cavités, le silex se refuse à toute forme régulière; lorsque le premier cherche toujours à s'épurer et à devenir limpide comme l'eau, et que le second conserve toujours cette demi-transparence trouble et grasse qui le caractérise; lorsque l'un n'est pas susceptible d'admettre de l'eau dans son tissu ni dans sa composition, et que l'autre en reste toujours abreuvé jusqu'à ce qu'il se décompose. Les caractères particuliers des silex appartiendroient-ils uniquement à cette très-petite quantité de substance combustible, qu'on pourroit nommer substance grasse, qu'indique la petite détonation avec le nitre, et qui ne reparoît point dans la distillation? ou bien arriveroit-il dans les cristaux pierreux ce que le citoyen Vauquelin a remarqué dans les cristaux d'alun, « qu'il n'y a de tendance à la cristallisation dans ce sel qu'au-» tant qu'il devient triple par l'addition de la potasse»? Les silex plus simples se refuseroient-ils aussi à l'agrégation régulière pour ne former qu'une sorte de magma, pendant que le quartz, qui seroit une pierre plus composée, devroit à quelque combinaison particulière la faculté de cristalliser, et les propriétés qui le distinguent du silex ? C'est ce qu'une analyse plus exacte du quartz cristallisé et bien transparent pourra nous apprendre.

Je remarquerăi encore que Wiegleb donne une analyse du

360 MÉMOIRES DE MATHÉMATIQUES silex dit fuerstein, très-différente de la nôtre, puisqu'il y 2 trouvé

Silice				 ٠	•	•	•		•	•	2.	80 grains.
Alumine .	•		•	 •	•	•		•		•	•	18
Chaux	•	 ٠	•			٠		•	۰	•	•	2.
											-	
												100

Il faut donc que, dans ce cas-ci, le silex ait renfermé accidentellement beaucoup d'alumine; car notre analyse faite par le citoyen Vauquelin, a toute l'exactitude que cet habile chimiste met à tous ses travaux; et d'ailleurs nous avons vu, par d'autres analyses que nous avons faites, que le silex peut très-souvent renfermer des substancés étrangères à sa composition.

L'analyse des parties blanchâtres qui forment taches dans les masses de silex pyromaque nous a donné,

Silice	 . 98 grains.
Oxide de fer	 . 1
Carbonate de chaux	 , 2
	-
	101

Celle des parties absolument opaques de ces mêmes masses a produit;

Silice	. 97 grains.
Oxide de fer	, 1
Carbonate de chaux	
	103

Enfin l'analyse de l'écorce blanche qui revêt naturellement les masses de silex pyromaque a donné,

	Sur 81 grains,	Ce qui fait sur 100 grains,
Silice		
Oxide de fer	1	1.23
Carbonate de chaux.		9.88
Perte	. 2	2.47
	81	100.00

Ces analyses subséquentes, qui n'ont pas fourni un atome d'alumine, prouvent que cette terre n'est pas essentielle au silex, comme l'absence de la chaux dans la première démontre que la chaux est dans ces pierresci un hôte étranger.

Patrie et gissement du silex pyromaque.

En France les environs de Saint-Aignan, situés dans le département de Loir-et-Cher, et dans celui de l'Indre (carte de Cassini, nº 30), et les départemens qui occupent les vallées de Seine-et-Marne, sont principalement la patrie de cette pierre.

Elle y gît dans les pierres calcaires crétacées, dans des craies plus ou moins solides et fines, et dans des marnes; elles y figurent des bancs horizontaux par la manière dont les masses grosses et petites sont placées les unes à côté des autres : cependant, lorsque les blocs de silex ne se touchent pas exactement, il n'y a point de solution de continuité entre la masse de craie supérieure et l'inférieure.

Dans une vingtaine de couches de silex qui se trouveront superposées les unes sur les autres à la distance
de vingt pieds ou moins, il n'y en aura souvent qu'une,
et bien rarement deux, qui donnent de bons silex pyromaques; mais dans celles-ci presque tous les blocs ont
de la couenne, et dans les autres couches presque aucun
bloc n'en aura: aussi les bonnes couches sont-elles
poursuivies par des excavations souterraines souvent trèsdispendieuses, à l'exclusion de toutes les autres.

Sur les bords du Cher, les silex pyromaques sont exploités dans le sol d'une plaine, par des puits qui arrivent à la profondeur de quarante à cinquante pieds, d'où on dirige des galeries horizontales dans la seule bonne couche que l'on y connoisse.

Sur les bords de la Seine, dans les collines de la Rocheguyon, les craies présentant des escarpemens, on voit à découvert les couches de silex; et une de ces couches, qui contient de bons cailloux pour les pierres à fusil, n'est pas à six toises de la surface supérieure de la grande masse de craie.

J'ai cru ces détails nécessaires pour bien déterminer la variété des silex propres aux pierres à fusil. Revenons à l'art de les fabriquer.

Instrumens.

Les instrumens qui servent aux caillouteurs à façonner la pierre à fusil se bornent au nombre de quatre.

1°. Une petite masse de fer à tête carrée (planche, fig. 1), dont le poids ne surpasse pas deux livres (environ

1 kilogramme), et peut-être moitié moindre, avec un manche de sept à huit pouces de longueur (19 à 20 centimètres). On n'emploie point l'acier à cet instrument, parce que trop de dureté rendroit ses coups trop secs, et lui feroit fendiller le caillou lorsqu'on l'emploie à le rompre singin no anno il escrevissi

2º. Un marteau à deux pointes, auquel la position des points de percussion donne beaucoup de coup (fig. 2). Ce marteau qui doit être de bon acier, bien trempé, n'a pas un poids qui passe seize onces (5 hectogrammes), et peut être moindre jusqu'à dix onces (3 hectogrammes environ); il est monté sur un manche de sept ponces (19 centimètres) de longueur, qui le traverse de manière que les pointes du marteau se trouvent plus rapprochées de la main de l'ouvrier, que le centre de gravité de la masse. La forme et la grosseur des marteaux des différens caillouteurs varient un peu; mais cette disposition se trouve dans tous, et c'est à elle que sont dues la force et la certitude de son coup.

3º. Un petit instrument nommé roulette, qui représente une roue pleine, ou un segment de cylindre de deux pouces quatre lignes (9 millimètres) d'épaisseur (fig. 3); son poids ne surpasse pas douze onces (36 hectogrammes environ); il est fait d'acier non trempé, et est adapté à un petit manche de six pouces (16 centimètres) de longueur, qui le traverse par un trou carré percé à son centre.

4º. Un ciseau taillé en biseau des deux côtés, semblable à un fermoir de menuisier, long de sept à huit 364 MÉMOTRES DE MATHÉMATIQUES

pouces (19 à 20 centimètres), large de deux pouces (54 millimètres), d'acier non trempé (fig. 4) par sa pointe; il s'implante dans un bloc de bois qui sert en même temps d'établi à l'ouvrier, et en ressort de quatre à cinq pouces (11 à 13 centimètres). A ces quatre instrumens on peut joindre une lime pour aiguiser de temps en temps le ciseau.

Procédés.

Après avoir fait choix d'une bonne masse de silex pyromaque on peut diviser toute l'opération en quatre temps.

Premier. Rompre le bloc.

L'ouvrier, assis à terre, place le caillou sur sa cuisse gauche, et frappe dessus de petits coups avec la masse pour le diviser en plus ou moins de parties à raison de sa grosseur, et en avoir des morceaux d'une livre et demie à peu près (15 hectogrammes) de poids avec des surfaces larges, dont les cassures soient à peu près planes; il tâche de ne pas fendiller ou étonner le caillou par des coups trop secs ou trop forts.

Second. Fendre le caillou ou l'écailler.

La principale opération de l'art est celle de bien fendre le caillou, c'est-à-dire, de lui enlever des écailles de la longueur, grosseur et forme qui conviennent ensuite pour en faire des pierres à fusil : c'est celle qui demande le plus d'adresse et la main la plus sûre. La pierre n'a point de sens particulier pour sa cassure, et s'écaille également dans toutes les directions.

L'ouvrier tient le morceau de caillou dans sa main gauche, non soutenue, rougil alort & zoob checrto;

Il frappe avec le marteau au bord des grandes faces produites par les premières ruptures, de manière à enlever l'écorce blanche de la pierre en petites écailles, et à mettre à découvert le silex, ainsi qu'il est représenté (fig. 5), et ensuite il continue à enlever d'autres écailles où le silex est pur. Ces écailles ont à peu près un pouce et demi (4 centimètres) de largeur, deux pouces et demi (8 centimètres) de longueur, et deux lignes (4 à 5 millimètres) d'épaisseur dans le milieu.

Elles sont légèrement convexes en dessous, et elles laissent, par conséquent, dans le lieu qu'elles occupoient un espace légèrement concave, terminé longitudinalement par deux lignes un peu saillantes à peu près droites (fig. 6). Ces sortes d'arêtes, produites par la rupture des premières écailles, doivent se trouver ensuite vers le milieu des écailles enlevées subséquemment, et les seules écailles où elles se trouvent peuvent servir à faire des pierres à fusil.

On continue ainsi à fendre ou écailler la pierre en différens sens, jusqu'à ce que les défectuosités naturelles de la masse rendent impossibles les cassures que l'on exige, ou que le morceau se trouve réduit à un trop petit volume pour recevoir les petits coups qui forcent le silex à éclater.

Troisième. Faire la pierre.

On distingue dans la pierre à fusil cinq parties (fig. 7). 1°. La mèche, partie qui se termine en biseau presque 366. MÉMQIRES DE MATHÉMATIQUES

tranchant, et qui doit frapper sur la batterie: la mèche doit être de deux à trois lignes (5 à 7 millimètres) de largeur; plus large, elle seroit trop fragile; plus courte, elle donneroit moins d'étincelles.

- in peu irrégulièrs.
- 3°. Le talon, qui est la partic opposée à la mèche, et qui a toute l'épaisseur de la pierre.
- 4°. Le dessous de la pierre, qui est uni et un peu convexe.
- 5°. L'assis, qui est la petite face supérieure placée entre l'arête qui termine la mèche et le talon; elle est légèrement concave : c'est sur elle qu'appuient les mâchoires du chien de la batterie pour la maintenir dans sá place:

Pour faire la pierre on choisit donc des écailles qui aient au moins une arête longitudinale; on détermine lequel des deux bords en biseau doit faire la mèche; ensuite on appuie successivement les deux côtés de la pierre qui doivent faire les flancs, et la partie qui doit former le talon sur le tranchant du ciseau, en lui présentant la surface convexe, que l'on soutient avec l'index de la main gauche, et l'on frappe avec la roulette de petits coups au-dessus du point d'appui que présente le ciseau; la pierre se rompt alors exactement dans la ligne qui porte sur le ciseau, comme si elle avoit été coupée. On façonne ainsi la pierre sur ses flancs et dans son talon.

Quatrième. La pierre ainsi réduite à la forme qu'elle

doit avoir, on finit par ce qu'on nomme la raffiler, c'est-à-dire, perfectionner son tranchant en le mettant en ligne droite. Pour cela on retourne la pierre, on appuie les bords de la mèche sur le ciseau, et cinq à six petits coups de roulette donnent la dernière façon à la pierre.

Toute l'opération de faire une pierre ne prend pas une minute.

Un bon ouvrier peut préparer mille bonnes écailles dans un jour, s'il a de bons cailloux, et faire, également dans un jour, cinq cents pierres à fusil : ainsi, en trois jours, il fendra et finira, à lui seul, mille pierres à fusil.

Ce métier laisse beaucoup de déblais; ils s'élèvent à environ les trois quarts, parce qu'il n'y a guère que la moitié des écailles qui soient bonnes; que près de la moitié de la masse, dans les meilleurs cailloux, ne peut pas être écaillée, et qu'il est rare que le plus gros bloc fournisse plus de cinquante pierres à fusil.

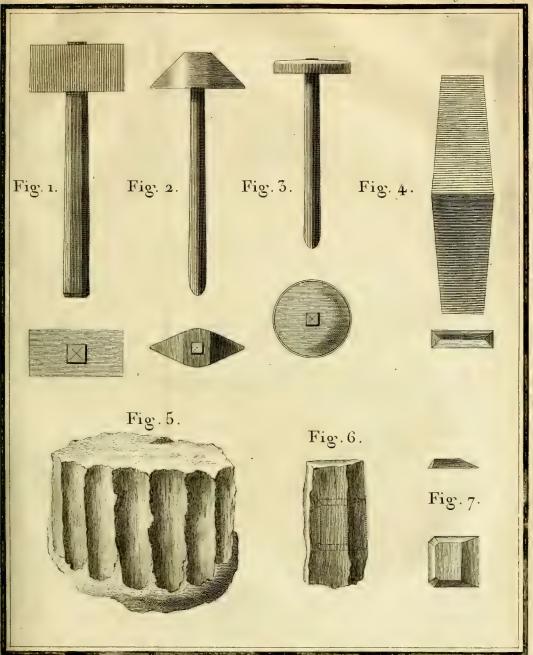
Les écailles qui ont de la croûte, ou qui sont trop épaisses pour en faire des pierres à fusil, servent à faire des pierres à briquet : celles que l'on vend à Paris viennent des bords de la Seine, et sont ordinairement brunes.

Les pierres, lorsqu'elles sont complétement façonnées, se partagent en différentes sortes, qui ont différens prix, selon leur perfection; elles se vendent depuis quatre jusqu'à six décimes le cent: on a donc des pierres fines, pierres communes, pierres de pistolet, pierres de mousquet, pierres de fusil de chasse.

La fabrication et le commerce des pierres à fusil n'appartiennent, en quelque sorte, qu'à trois communes du département de Loir-et-Cher, et à une du département de l'Indre, ainsi que je l'ai déja dit; savoir, au département de Loir-et-Cher, la commune de Noyers, à 2400 mètres à l'est nord-est de Saint-Aignan; celle de Couffy, à 5600 mètres, et celle de Meunes, à un myriamètre à l'est sud-ouest; et dans le département de l'Indre, la commune de Lye, à 9 kilomètres au sud-est de Saint - Aignan. Les habitans de ces communes, adonnés à ce genre de travail, montent à peu près à huit cents, et ils s'en occupent sans doute depuis l'époque où on a substitué une pierre aux pyrites qui avoient remplacé la mèche dont on s'étoit servi lorsque les mousquetons furent inventés: aussi ces ouvriers ont-ils excavé presque toute la plaine qu'ils habitent, et qui recèle les cailloux.

Un seul ouvrier, nommé Étienne Buffet, échappé de la commune de Meunes, et habitant sur les bords de la Seine, depuis près de trente ans, y a apporté son art sans y avoir fait aucun élève. C'est de lui que j'ai reçu des leçons de cette fabrication.

Il y a encore dans quelques autres parties de la France de petites manufactures de pierres à fusil, une entre autres, commune de Maysse, sur la rive droite du Rhône, à 1500 toises nord nord-est de Rochemaure,



Gravé par E. Collin .



chef-lieu de canton du département de l'Ardèche; mais aucune d'elles n'a l'importance de celles qui sont voisines de Saint-Aignan, qui en expédient beaucoup à l'étranger.

Dans les pays étrangers que j'ai parcourus, je ne sais aucun lieu où cet art soit exercé, si ce n'est dans le territoire de Vicence et dans un canton de la Sicile. Il se peut qu'il existe dans plusieurs autres lieux, où il n'est pas regardé comme assez important pour être indiqué à l'attention du voyageur.

MÉMOIRE SUR LES MINES,

Par le citoyen MARESCOT, membre associé.

Lu le premier germinal an 8.

Depuis long-temps je pensois que si, au lieu de tenir pleins les fourneaux des mines, on laissoit autour de la charge un certain espace, on en augmenteroit l'effet; il me sembloit que l'air renfermé dans cet espace, fortement dilaté par la chaleur de la poudre enslammée, devoit joindre sa force élastique à celle des gaz qui se développent dans cette inflammation.

Bélidor avoit publié une expérience curieuse qui appuyoit cette conjecture; il avoit annoncé avoir fait sauter de longues galeries de mines bien closes, et les avoir subitement converties en tranchées, au moyen de tonneaux de poudre placés à une certaine distance les uns des autres, et auxquels il mettoit le feu simultanément par le moyen de saucissons également compassés.

L'ingénieur prussien Lefebvre fait aussi pressentir cette vérité dans son Traité sur les mines.

Chacun sait que l'on fait crever un canon ou un Tusil, en ménageant un espace entre la poudre et le projectile; un plus grand effet ne peut provenir que d'une plus grande cause, que d'un plus grand effort.

Le Gouvernement m'ayant envoyé, il y a quelques mois, prendre le commandement de Mayence, qu'il croyoit menacé; et l'ennemi s'étant éloigné de cette place, i'ai cru devoir profiter de cette circonstance pour interroger la nature, et pour faire les expériences que je vais rapporter. J'en ai confié l'exécution au citoyen Breuille, habile officier de mineurs, et les principaux officiers de la garnison de Mayence ont assisté au jeu des fourneaux. J'avoue que je n'ai pas obtenu des résultats aussi prononcés que ceux que j'espérois : un départ obligé ne m'a pas permis de faire toutes les épreuves que je méditois; mais du moins ma conjecture a été réalisée, et il est constant que les espaces ménagés autour des fourneaux augmentent l'effet de la poudre. L'augmentation a, comme on le pense bien, un maximum. Cette vérité, curieuse pour la physique en général, peut avoir une application particulière et utile dans la guerre souterraine, puisqu'elle peut donner le moyen d'obtenir un plus grand effet avec une même quantité de poudre, ou bien, avec une moindre quantité de poudre, d'obtenir le même effet.

Expérience du 30 brumaire.

Préparation. Dans un terrain à peu près homogène, j'ai fait abaisser quatre puits A, B, C, D (voyez le dessin joint à ce mémoire) de 3.24 mètres (10 pieds)

de profondeur; un rameau de 4.87 mètres (15 pieds) partoit horizontalement de chacun de ces puits; puis des retours de 1.94 mètre (6 pieds) conduisoient aux fourneaux cubiques placés en dehors, et auxquels furent données les dimensions suivantes pour côté du cube:

Fourneaux .
$$\overline{}$$
 . A 0.4 mètre (1 pied $\frac{\tau}{4}$); B 0.64 (2 pieds); C 0.81 (2 pieds $\frac{\tau}{4}$); D 0.97 (3 pieds).

Ces fourneaux, construits en planches assemblées; étoient placés de manière que leur surface supérieure étoit à 0.202 mètre (7 pouces ½) au-dessus du sol des rameaux.

Les charges des fourneaux étoient égales, et de 4.89 myriagrammes (100 livres) de poudre pour chacun; elles étoient renfermées dans des boîtes qui les contenoient exactement, et qui étoient détachées du ciel des fourneaux de manière à avoir constamment à peu près 3.24 mètres (10 pieds) de ligne de moindre résistance, à compter du centre des poudres. Pour le fourneau A, la boîte étoit le fourneau lui-même.

Les rameaux, leurs retours et les puits furent bourrés de la manière la plus solide; les saucissons, garnis de leurs augets, partoient du haut des puits, et alloient aboutir au centre des poudres.

Effets. Le fourneau A étoit plein suivant l'usage ordinaire, et avoit été préparé, comme on voit, pour

produire un entonnoir d'un diamètre double de la ligne de moindre résistance, et pour servir d'objet de comparaison pour les autres fourneaux. La mine forma une belle gerbe de 9.74 mètres (30 pieds) environ de hauteur. L'entonnoir avoit 1.29 mètre (4 pieds) de profondeur vers le milieu, et son diamètre moyen étoit de 7.63 mètres (23 pieds 6 pouces), c'est-à-dire, un peu plus grand que l'on ne devoit s'y attendre. L'évidement de l'entonnoir a fait voir que la nature assez homogène du sol étoit un mélange d'argile et de cailloux recouvert d'une couche de terre douce de 0.54 mètre (20 pouces) environ de hauteur. Le terrain étoit remué à 4.03 mètres (12 pieds 5 pouces) de profondeur.

Le fourneau B enleva ses terres à une plus grande hauteur que le premier. Son entonnoir, mieux évidé, prit un diamètre moindre de 0.32 mètre (1 pied). Les terres de même nature étoient brisées à une profondeur un peu plus grande; on sentit une commotion un peu plus forte.

Le fourneau C porta ses terres un peu moins haut que les deux précédens: son entonnoir étoit aussi moins évidé; mais il avoit 8.22 mètres (25 pieds 4 pouces) de diamètre moyen. Les terres étoient rompues à 4.32 mètres (13 pieds 4 pouces) de profondeur, et la commotion se fit sentir plus forte. Dans cette explosion, la moindre élévation des terres et l'évidement moindre de l'entonnoir doivent probablement s'attribuer à de fortes masses de marne qui s'y trouvèrent, et qui ne purent être brisées.

Le quatrième fourneau D lança sa gerbe à une plus

374 MÉMOURES DE MATHÉMATIQUES

grande hauteur que les précédens. L'entonnoir, aussi évidé que celui du fourneau A, avoit, comme lui, 1.29 mètre (4 pieds) de profondeur; mais son diamètre moyen étoit de 8.6 mètres (26 pieds 6 pouces). Les terres, de même nature que celles des deux premiers fourneaux, étoient meurtries à 4.38 mètres (13 pieds 6 pouces) de profondeur, et la commotion fut jugée être plus forte que les trois premières.

Ce fourneau, de 3.24 mètres (10 pieds) de ligne de moindre résistance, chargé de 4.89 myriagrammes (100 livres) de poudre, placé dans un espace cube de 0.97 mètre (3 pieds) de côté, a donc produit le même effet qu'un fourneau de 4.22 mètres (13 pieds) de ligne de moindre résistance, et chargé de 5.29 myriagrammes (208 livres) de poudre, mais qui auroit été tenu plein.

Il étoit donc constaté, par ces quatre expériences, que les espaces ménagés autour des fourneaux de mines en augmentent l'effet; et jusque-là l'augmentation des espaces avoit été suivie de l'augmentation dans la hauteur des gerbes, dans le diamètre des entonnoirs, dans la meurtrissure des terres, et dans la commotion qui se fait sentir sous les pieds à des distances assez considérables.

Je fus curieux de connoître jusqu'à quel point cette augmentation se feroit sentir, et je sis faire les deux expériences suivantes.

Expériences du 20 frimaire.

On construisit les deux puits E, F à la même profondeur que les quatre précédens, avec des rameaux et des retours semblables; on y pratiqua des espaces cubes de 1.94 mètre (6 pieds de côté), destinés à recevoir des fourneaux chargés de 4.89 myriagrammes de poudre (100 livres) comme les autres; le bourrage fut soigné comme aux quatre premières épreuves: les terres étoient de même nature.

Au fourneau E, la boîte aux poudres sut placée dans la partie supérieure de l'espace, de manière que le centre des poudres étoit toujours à 3.24 mètres (10 pieds) de la surface du terrain. Les terres ne surent enlevées qu'à la hauteur de 1.94 mètre (6 pieds) environ, et retombèrent dans l'entonnoir, qui ne sut presque point évidé, mais dont cependant le diamètre se trouva de 8.44 mètres (26 pieds). La commotion sut soible.

Au fourneau F, la boîte aux poudres fut placée dans la partie inférieure de l'espace; son centre se trouvoit à peu près à 4.87 mètres (15 pieds) au-dessous de la surface du terrain. L'effet fut un peu plus grand que dans le fourneau E qui précède; les terres furent enlevées un peu plus haut; la commotion fut un peu plus forte; l'entonnoir, plus évidé, prit un diamètre de 9.01 mètres (27 pieds 9 pouces).

Je conclus de ces deux expériences,

1°. Que l'effet de la poudre avoit encore été augmenté,

376 MÉMOIRES DE MATHÉMATIQUES malgré la grandeur de l'espace dans lequel son action s'étoit exercée, puisque les deux fourneaux ont produit de plus grands entonnoirs que ceux qui auroient été fournis par deux autres fourneaux pleins, placés aux mêmes profondeurs et chargés également;

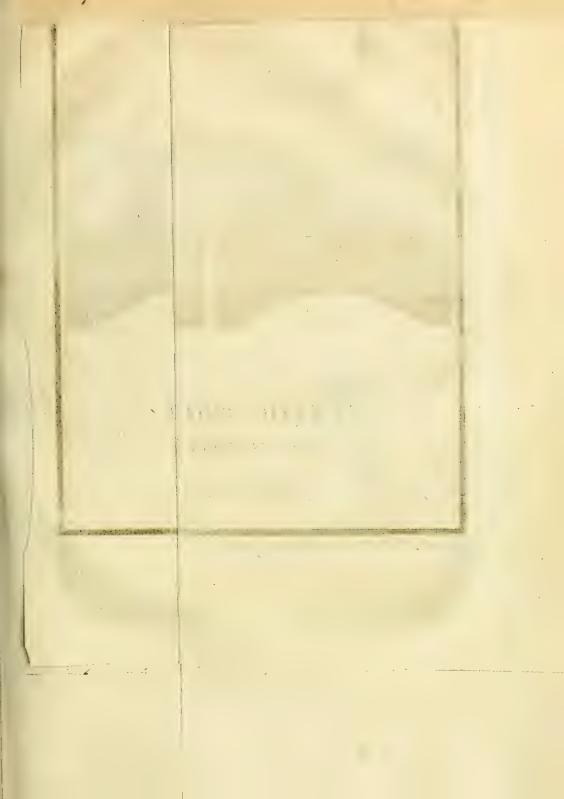
2°. Que dans une disposition semblable, on obtient un plus grand résultat en plaçant la poudre dans la partie inférieure, que dans la supérieure de l'espace. Cette vérité peut, par suite, recevoir une grande extension dans la théorie qui fait l'objet de ce mémoire.

Expériences du 5 nivose.

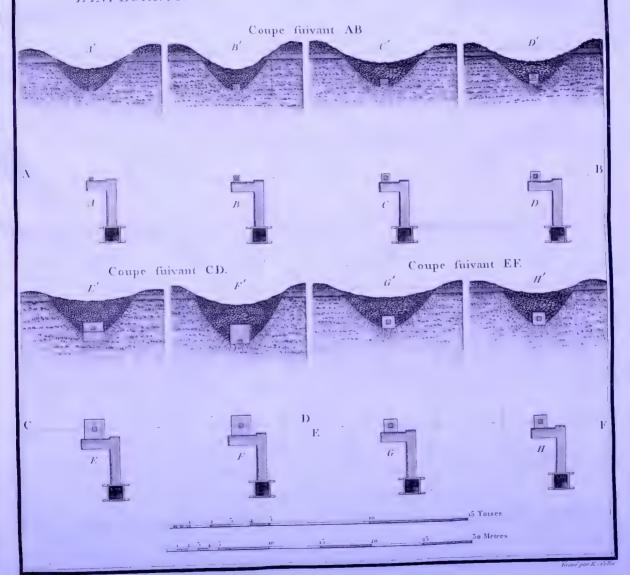
Enfin je desirai de connoître quel étoit l'espace cubique qui donnoit le plus grand effet dans l'hypothèse que j'avois choisie, de 3.24 mètres (10 pieds) de ligne de moindre résistance, et de 4.89 myriagrammes (100 livres) de poudre pour la charge : en conséquence, je fis construire encore deux fourneaux G, H de 1.29 mètre (4 pieds) de côté, avec toutes les autres circonstances semblables aux expériences précédentes.

Au fourneau G, les terres furent enlevées à 2.59 mètres (8 pieds) de hauteur; la commotion fut assez foible: l'entonnoir fut mal évidé; mais son diamètre se trouva être de 9.44 mètres (29 pieds 1 pouce), dimension réduite: ce qui est le plus grand entonnoir produit par toutes ces épreuves.

Le fourneau H donna un résultat beaucoup moindre; ce qui doit être attribué à la nature du sol, qui se trouva



PLANS ET PROFILS DES EXPÉRIENCES, FAITES À MAYENCE SUR LE PLATEAU DU HARTENBERG, SUR L'INFLUENCE DES VUIDES DANS LE JEU DES MINES.



être un sable mêlé de gravier et de grosses pierres. Ainsi cette dernière épreuve doit être regardée comme nulle.

CONCLUSION.

On voit qu'il étoit nécessaire de faire encore un assez grand nombre d'expériences pour obtenir une théorie certaine sur ce point de physique assez intéressant; et je les aurois faites, si le temps m'en avoit été donné.

Je fis faire aussi quelques épreuves avec un canon de 12, en ménageant des espaces entre la charge et le boulet; mais elles furent mal faites, et accompagnées de circonstances qui ne permettoient pas d'en tirer aucune conclusion. Je les aurois recommencées, si un ordre du Gouvernement ne m'eût fait partir de Mayence pour une autre destination. Je desire que cette théorie soit perfectionnée ; elle mérite de l'être. En attendant, on peut toujours tenir pour certain que les espaces clos, ménagés autour de la poudre, augmentent sensiblement son effet.

RECHERCHES

SUR LA CAUSE

DE LA HERNIE OMBILICALE

DE NAISSANCE,

Par le citoyen Pierre Lassus.

Lu le premier pluviose an 8.

S'il est ordinaire de voir des enfans attaqués quelque temps après leur naissunce d'une hernie ombilicale, il est assez rare de trouver dans des fœtus une hernie toute formée dans la région du nombril: elle est, il est vrai, d'une espèce différente de la première, en ce que la partie échappée hors du ventre, et qui forme la tumeur, n'est point recouverte par la peau comme dans les hernies ordinaires, et n'a point passé par ce qu'on nomme vulgairement l'anneau ombilical. La plupart de ceux qui ont eu occasion d'observer le fait dont il s'agit, ont bien compris que cette espèce de hernie ne pouvoit être, ainsi que les autres, produite par des efforts, par des cris, ou des inspirations long-temps retenues, puisque le fœtus ne respire point dans l'utérus; mais ne connoissant point la véritable cause de ce vice

de conformation, ils ont conjecturé, contre toute vraisemblance, qu'il étoit produit par des chutes que la mère auroit faites pendant sa grossesse, ou par des coups qu'elle auroit reçus, et dont l'impression se seroit transmise jusqu'à l'enfant.

Ruysch (1), Méry, Petit (2) et plusieurs autres ont vu des fœtus qui avoient dans la région du nombril une tumeur herniaire peu volumineuse, laquelle, au lieu d'être recouverte par la peau, n'avoit pour enveloppe qu'une membrane très-mince. Dans d'autres fœtus, tous les intestins grèles formoient, par leur sortie hors du ventre, une tumeur très-volumineuse qui n'étoit, comme dans le cas précédent, recouverte que par une membrane. Enfin dans quelques-uns, l'estomac, les intestins et le foie étoient absolument à nu, exposés au contact de l'air; ce qui a permis à ces anatomistes d'observer, du moins pendant quelques instans, sur des fœtus vivans, le mouvement vermiculaire des intestins: ils ont regardé cet état contre nature comme une monstruosité par défaut de parties; c'est-à-dire qu'ils ont pensé que la plupart des viscères n'étoient hors du ventre et entièrement à nu, que parce qu'il ne s'étoit pas formé primitivement et selon le vœu de la nature de peau ni de muscles pour recouvrir et pour contenir dans leurs limites naturelles le foie et les intestins. Selon eux, le cordon ombilical est susceptible de se dilater

⁽¹⁾ Observ. anatom. chirurg. observat. 71.

⁽²⁾ Mémoires de l'Académie des sciences, an 1716, p. 89 et 136.

et de s'amincir accidentellement dans le lieu de son insertion au ventre, pour former par suite de cette distension la membrane qui, faute de peau et de muscles, sert d'enveloppe à la tumeur lorsqu'elle est d'un volume médiocre. La plus légère attention suffit néanmoins pour se convaincre que ce n'est point par défectuosité de parties cutanées et musculaires dans la région du nombril que se forme cette hernie de naissance; et il est d'ailleurs incontestable que ce n'est point non plus le cordon ombilical accidentellement dilaté qui sert d'enveloppe aux parties déplacées, mais bien le péritoine lui-même, qui peu à peu se distend outre mesure, pour former l'espèce de poche ou de sac qui recouvre toutes les hernies. S'il est assez rare de voir des enfans nouveaux-nés avec une hernie monstrueuse, ou plutôt avec une éventration, il est encore plus rare de trouver dans des fœtus les viscères du ventre et de la poitrine absolument à découvert : c'est alors le dernier terme d'un déchirement, qui commence toujours dans la région ombilicale, et qui s'étend peu à peu jusqu'au pubis et jusqu'aux clavicules. Dans tous les cas, le cordon ombilical est dans la plus parfaite intégrité : il n'y a jamais perte de substance ni à la peau ni aux muscles du basventre; mais il s'est fait, par suite de la tuméfaction excessive du foie et de sa protubérance, un écartement et ensuite une rupture de la ligne blanche. Alors le ventre du fœtus s'ouvre dans sa longueur; la peau et les muscles se retirent à droite et à gauche, et se replient sur eux-mêmes vers les régions iliaques; le péritoine et ensuite le sternum, qui est membraneux, se déchirent; les côtes sont déjetées et renversées en dehors vers l'épine. Le foie, par son volume excessif, exerce sur toutes les parties qui l'environnent une pression constante; il comprime les poumons, déplace le cœur, dont la pointe renversée de bas en haut et à gauche touche le menton. Au-dessous du foie, l'estomac, les intestins et la rate forment à l'extérieur une protubérance considérable (1); la mort est la suite inévitable d'un aussi grand désordre ; et la plupart de ces fœtus périssent dans l'utérus. Cependant il en est quelques-uns qui, soit qu'ils naissent au temps marqué par la nature, ou dans les derniers mois de la grossesse, donnent pendant quelques instans de foibles marques d'une vie prête à s'échapper, et sur lesquels on a observé les battemens du cœur à nu et le mouvement vermiculaire des intestins.

Il est bien reconnu que le foie est un viscère tout sanguin et beaucoup plus volumineux dans le fœtus que dans l'adulte. Après la naissance, il diminue peu à peu de volume, parce qu'il ne reçoit plus le sang que lui apportoit la veine ombilicale, et parce qu'il se trouve entre deux puissances opposées l'une à l'autre, le diaphragme et les muscles du bas-ventre, qui le compriment en tout sens à chaque respiration : c'est pour-

⁽¹⁾ Pinelli, Giornale dei letterati d'Italia, t. XXXVI, ann. 1724, p. 122.

— Hammer, Commerc. litterar. Norimb. ann. 1737, p. 74. — Haller, Opera minora.

quoi s'il reçoit par cette même veine, au moment où il commence à se développer et à s'organiser, une plus grande quantité de sang qu'il ne doit naturellement recevoir, il acquiert alors, par une sorte de turgescence, un volume démesuré et même une configuration vicieuse que l'on remarque presque toujours dans l'un de ses lobes. La pression qu'il exerce d'abord sur la paroi antérieure du ventre, de dedans en dehors, rend cette partie saillante et convexe, comme elle l'est effectivement dans tous les enfans nouveaux-nés. A mesure que le ventre se distend, les muscles qui en forment la paroi éprouvent une altération sensible dans leur direction; ils s'amincissent par l'écartement de leurs sibres, et se déjettent sur les parties latérales; l'intervalle qui les sépare, et que l'on nomme ligne blanche, s'agrandit par suite de cette distension, et devient une espèce de losange ou de centre ovale qui acquiert, comme dans toutes les femmes grosses, une grande largeur. La convexité du ventre, augmentée et dépourvue de fibres musculaires; cède enfin à la puissance qu'elle ne peut plus contre-balancer, et qui continue d'agir. L'écartement du tissu aponévrotique qui forme la ligne blanche est bientôt suivi d'une rupture qui s'y fait, et qui se prolonge au-dessus et au-dessous de l'endroit où doit être un jour le nombril. Tantôt c'est une portion du foie qui s'insinue en manière de coin à travers cette crevasse; tantôt c'est une portion d'intestin poussé par le foie, laquelle passe d'abord à travers cette même déchirure, et forme la tumeur herniaire. Dans l'un et

dans l'autre cas, la cause morbifique est toujours la même; mais les résultats en sont différens, selon qu'elle agit plus tôt ou plus tard, avec plus ou avec moins d'énergie.

Quand c'est le foie qui seul forme la tumeur, elle est d'un rouge brun, arrondie, rénitente, ordinairement du volume d'une très-grosse orange, rarement réductible: quoiqu'en la comprimant mollement, elle rentre en partie; mais elle reparoît aussitât qu'on cesse de la comprimer, et augmente même de volume lorsque l'enfant crie, lorsqu'il fait des efforts, et que le diaphragme et les muscles du bas-ventre se contractent. Cette tumeur, formée par une portion du foie, n'est jamais recouverte par la peau : on sait que dans l'endroit où doit être un jour le nombril, la peau naturellement trouée, s'amincit et se prolonge en manière d'appendice digitale sur le cordon, qu'elle recouvre dans l'étendue de cinq à six lignes. A mesure que le foie, par son volume, la presse et la distend, elle se détache peu à peu circulairement du cordon; elle s'entrouve et se renverse en formant un repli ou une espèce de bourlet tout autour de la base de la tumeur, qui en est plus ou moins étranglée, comme le gland de la verge, découvert par le renversement du prépuce, est étranglé dans la maladie connue sous le nom de paraphymosis. Il est extrêmement rare qu'au moment de la naissance, cette tumeur du foie soit encore recouverte par la portion aponévrotique des muscles du bas-ventre nommée ligne blanche. Les cas vulgaires sont ceux dans lesquels cette aponévrose, distendue, amincie, s'est déchirée dans l'utérus, pour laisser sortir à travers cette crevasse le foie qui n'est plus recouvert alors que par le péritoine, qui lui est très-adhérent. Un enfant vécut cinq jours avec une semblable tumeur formée par la vésicule du fiel, et par un prolongement du grand lobe du foie. Après sa mort, j'ai vu la ligne blanche élargie, amincie, et fendue longitudinalement; le foie étoit d'un volume considérable, ne formant pour ainsi dire qu'une masse uniforme dans laquelle on ne distinguoit plus le lobe droit du lobe gauche: les muscles du bas-ventre étoient dans leur intégrité; mais leurs fibres étoient distendues et fort écartées les unes des autres.

Lorsque cette tumeur n'est point susceptible de réduction, l'enfant périt ordinairement, dans l'espace de quelques jours, des suites d'une inflammation au foie produite par l'étranglement de la portion de ce viscère. Au contraire, si la ligne blanche n'est point déchirée, si les lames ou feuillets dont elle est formée recouvrent encore, au moment de la naissance, la portion du foie qui tend à s'échapper au-dehors, dans ce cas la tumeur est grisâtre, rénitente, arrondie : elle augmente de volume lorsque l'enfant crie; elle cède à la pression du doigt, se réduit en partie; mais jamais elle n'est recouverte par la peau, qui, toujours entr'ouverte, embrasse la base de la tumeur, en formant tout autour un repli circulaire. Lorsqu'on observe cette maladie avec l'attention qu'elle mérite, on voit qu'il se fait, vers le troisième ou le quatrième jour de la naissance, une

légère exfoliation de la portion la plus extérieure de la membrane aponévrotique : après cette exfoliation, une chair rouge, vive et vermeille se manifeste et donne jusqu'à un certain point l'aspect d'un ulcère qui seroit en voie de guérison, borné circulairement par la peau renversée; et il y a eu des personnes qui se sont fait illusion jusqu'au point de prendre cette maladie pour un ulcère du nombril que l'enfant avoit contracté dans le sein de sa mère. Peu à peu la tumeur disparoît, si on la maintient réduite par une douce compression; le cercle que forme la peau se rétrécit; elle s'alonge, reprend son état naturel; et il se forme enfin dans la région du nombril une cicatrice ferme et solide, sans qu'il y ait jamais eu perte de substance musculaire ou cutanée.

Cette maladie grave ne se termine pas toujours d'une manière aussi favorable; les cris et les agitations de l'enfant l'augmentent nécessairement. Quelquefois la tumeur n'est point réductible, à cause des adhérences qu'elle a contractées dans toute sa circonférence avec les parties voisines; quelquefois aussi l'on trouve dans le ventre de ces fœtus un épanchement plus ou moins considérable d'eau jaunâtre ou sanguinolente, suite de la tuméfaction et de l'engorgement du foie. Aussi l'expérience apprend-elle que la plupart de ces fœtus meurent en naissant ou peu de jours après leur naissance : il en est cependant quelques-uns qui survivent à cette maladie pendant un espace de temps assez long pour

faire présumer qu'il seroit possible de les sauver par des soins méthodiques. Morgagni (1) a vu un enfant nouveau-né vivre trente-cinq jours avec une tumeur grosse comme le poing, inégale, située un peu au-dessus du nombril et du côté droit, disparoissant presqu'en totalité lorsqu'on la comprimoit: cette tumeur, abandonnée à elle-même, devint peu à peu livide et se gangrena; après la mort, on reconnut qu'elle étoit formée par une portion du foie. Ce viscère étoit comme double; l'un, petit, situé dans son lieu naturel, mais divisé en plusieurs lobes très-alongés; l'autre, d'un volume considérable, mais d'une configuration vicieuse, et uni au premier par une membrane très-épaisse.

L'art a encore moins de ressources à offrir à ceux qui naissent avec une éventration formée par la sortie d'une grande portion d'intestins. Pour peu que l'on comprime la tumeur, qui est rarement réductible, et qui n'est recouverte que par le péritoine, l'enfant éprouve des hocquets, des nausées et des vomissemens : dans ce cas comme dans tous les autres, le foie est d'un volume excessif, et s'oppose à la réduction de cette hernie, qui s'étrangle promptement, et fait périr l'enfant de gangrène. Après la mort, on voit que c'est par une fente souvent très-étroite de la ligne blanche, et non par le nombril qui n'existe point dans le fœtus, que s'est faite la sortie des intestins : cette fente devient,

⁽¹⁾ De sedibus et causis morborum, epist. 48, art. 55.

par la présence de la tumeur qui la traverse, une ouverture ronde; mais aussitôt que les parties sont réduites, elle redevient ce qu'elle étoit primitivement, c'est-àdire une crevasse longitudinale. C'est ce que j'ai observé dans un enfant né à terme avec une semblable tumeur, d'une forme ronde, beaucoup plus grosse que le poing d'un adulte, recouverte seulement par le péritoine qui étoit rougeâtre; lorsqu'on la comprimoit même avec précaution pour la réduire, on occasionnoit à l'enfaut des nausées et des vomissemens. Il vécut pendant huit jours, rejetant le lait qu'il prenoit du sein d'une nourrice, et mourut des suites de l'étranglement de sa hernie. Après sa mort, je trouvai le foie d'un volume considérable, la ligne blanche élargie et amincie : la rupture qui s'y étoit faite, et qui donnoit issue à la plupart des intestins grèles, étoit fort étroite.

On ne croiroit point, si les livres de l'art ne l'attestoient, qu'il y ait eu des personnes assez peu instruites pour faire la résection d'une semblable tumeur herniaire. Trew, médecin de Nuremberg, nous a conservé un exemple qu'il est utile de rapporter (1). Vers la fin de l'année 1734, dit ce médecin, on me pria d'examiner un enfant qui venoit de naître à terme, bien portant, bien conformé, à l'exception d'une tumeur oblongue, beaucoup plus grosse que le poing, et qui étoit située au côté droit du nombril. En la touchant attentivement,

^{(1):} Commerc, litterar. Norimberg. ann. 1735, p. 91.

je reconnus qu'elle formoit, à la vérité, quelques circonvolutions; mais ne pouvant ni la faire disparoître par compression, ni apercevoir aucune ouverture par laquelle elle se seroit échappée de l'intérieur du ventre à l'extérieur, et craignant que la gangrène ne s'en emparât, je donnai le conseil de la retrancher. Une ligature très-serrée ayant été d'abord appliquée près la peau du ventre, on coupa ensuite l'excédent de la tumeur. L'examen que nous en sîmes nous désabusa, et nous fit reconnoître notre erreur; c'étoit évidemment une portion d'intestin que nous venions de couper : des hoquets, des vomissemens tourmentèrent l'enfant, qui mourut dans l'espace de vingt-quatre heures. Les parens désolés nous refusèrent, continue l'auteur, la permission de faire sur le corps de cet enfant des recherches ultérieures, et qui auroient pu nous instruire. Trew termine son récit en ajoutant qu'un de ses confrères, nommé Weisman, ayant vu un cas absolument semblable à celui-ci, avoit également conseillé de faire l'excision de la tumeur : les parens s'y opposèrent, et l'enfant mourut peu de jours après sa naissance.

Ce seroit se faire une illusion bien étrange, que de penser qu'il est possible de remédier à l'accroissement successif et très-rapide de cette hernie, et à l'étranglement qui en est la suite, en faisant pour elle ce que l'on fait tous les jours avec succès pour une hernie ordinaire qui est étranglée: quoique ce procédé ait été malheureusement exécuté, il n'a servi qu'à accélérer la

mort de l'enfant (1). Il n'y a, en effet, aucune parité à établir entre cette hernie de naissance et celle qui arrive, soit au nombril, soit au pli de l'aine d'un adulte. La première est toujours compliquée du volume excessif du foie, dont un des lobes, prolongé outre mesure, forme une partie de la tumeur herniaire, et s'oppose plus ou moins, lorsqu'il ne la forme pas, à sa réduction par les adhérences que ce viscère a contractées avec l'ouverture qui donne issue aux intestins : aussi observe-t-on, même après la mort, qu'il est difficile et souvent impossible de réduire les parties sans les mutiler. Dans le second cas, au contraire, c'est-à-dire dans celui d'une hernie ordinaire qui est étranglée; il y a une indication bien marquée d'agrandir par incision l'ouverture naturelle, devenue trop étroite, par laquelle des parties qui sont encore saines peuvent être replacées sans obstacle.

La maladie dont il s'agit n'est donc guérissable que lorsqu'elle est légère, lorsqu'elle a commencé à se former peu de temps avant la naissance. Si la tumeur est peu volumineuse, et recouverte encore par le péritoine, et par l'aponévrose qui forme la ligne blanche, il est possible d'obtenir une guérison radicale par des soins méthodiques. Dans ce cas, il n'y a point d'étranglement à craindre, parce qu'il ne s'est pas fait de rupture à la ligne blanche, qui n'est que distendue, amincie et soulevée. Cette hernie intestinale n'étant

⁽¹⁾ Lossius, Observations médicinales, observat. 30, lib. III, p. 240.

point étranglée, se réduit peu à peu d'elle-même. La peau toujours entrouverte, et qui forme en se renversant un bourlet circulaire, reprend son état naturel, à mesure que la tumeur disparoît: il se fait, de même que dans la hernie du foie réductible, et recouverte par par la membrane aponévrotique, une légère exfoliation de cette même membrane.

Panaroli cite une observation qui confirme le succès qu'on peut obtenir en pareille circonstance (1). Plusieurs autres observations prouvent que cette hernie de naissance, soit hépatique, soit intestinale, commence quelquefois à se former dès les premiers mois de la grossesse. On a vu des femmes accoucher long-temps avant terme de fœtus qui avoient déja une hernie monstrueuse au bas-ventre (2). Si ces fœtus eussent pris, en restant dans l'utérus pendant l'espace de neuf mois, tout le développement dont ils étoient susceptibles, il n'y a pas de doute qu'arrivés à cette époque ils n'eussent eu tous les viscères du ventre et de la poitrine entièrement à découvert. Il faut conclure de tous ces faits que le foie, par son volume, est la cause primitive de cette affection morbifique : il suffit, pour qu'elle ait lieu, que la veine ombilicale fournisse pendant un temps plus ou moins long une quantité de sang un

⁽¹⁾ Iatrolog. pentecost. 2, observat. 1.

⁽²⁾ Cowper, Anatomy of human body, 1698, in-fol. table 62. — Commerc. litterar. Norimberg. 1735, p. 67, et. 1736, p. 78.

peu plus considérable que celle que le foie doit naturellement recevoir. Ce viscère acquiert alors, par sa turgescence, une force d'expansion toujours active, toujours croissante, attachée à la vie elle-même par les lois de la circulation, et que rien ne peut contre-balancer, puisque les muscles de la respiration n'agissent pas dans le fœtus.

PASSAGE DE MERCURE

SUR LE SOLEIL,

OBSERVÉ LE 18 FLORÉAL AN 7,

Par le citoyen DELAMBRE.

Lu le premier pluviose an 8.

Avant de rapporter mes observations, je vais exposer la manière dont j'avois calculé le passage pour me préparer à l'observer plus sûrement, et faciliter toutes les conséquences qu'on en peut déduire.

Par un calcul fait sur des tables plus anciennes, j'avois trouvé que la conjonction héliocentrique devoit arriver le 18 floréal, à 1h 11' 22"4 de temps moyen.

Pour ce moment mes tables du Soleil donnent les quantités suivantes:

Longitude héliocentrique vraie de la Terre, comptée de l'équinoxe moyen = long. apparente + 6° 0° 0′ 20″ = 7° 16° 54′ 33″7;

Log. du rayon vecteur de la Terre = R = 0.0043391; Demi-diamètre du Soleil = 951''83; Mouvement horaire = 144''907.

GETAIDE TRIETS 18Q WIE. Mine 393
Les nouvelles tables de g du citoyen Lalande don-
nent pour le même instant : 1100 : rousso d' n' enouisse
Long. hél. 7 sur l'écliptique 7° 16° 55′ 1"4
Ainsi Mercure étoit plus avancé
que la Terre de os oo o' 27.7
Latit. hél. de Mercure os os 7' 12'43 A
Log. de la distance accourcie de Mercure au Soleil,
ou $log. r = 9.6565935.$
Mouvement horaire de Mercure sur l'écliptique,
$\frac{89''3491}{rr} = 434''413.$
Mouv. relatif sur l'écliptique = 434"413 - 144"907
= 289''506.
Pour trouver le temps de la conjonction, je fais cette
analogie ·
Le mouvement relatif 289"506 : la différence de lon-
grude 27.7 :: une heure : au temps écoulé depuis la
on 5' 44"A
- Instant ducalcul to solate of the 11'022"4
Temps moyen de la conjonct. vraie 1h 5', 38"o.
En 5' 44"4 le mouvement propre de la Terre a été
de 13
Ainsi la longitude de la Terre sette enset enset enset
en conjonction a été de 7° 16° 54′ 19″835
Pendant le même temps le mou-
vement propre de g a été de os oo o' 41"565 Et la longitude de g en conjonc-
tion a été pareillement de 7° 16° 54′ 19″835
1. T. 3.
50

394 MÉMOIRES DE MATHÉMATIQUES

Si l'on recommençoit le calcul directement sur les tables, on trouveroit peut-être une légère différence; mais le résultat ne seroit pas plus sûr. Le mouvement horaire tiré des formules est beaucoup plus exact que celui qu'on peut tirer des tables, et je m'en tiens à ces calculs.

Soient A l'argument de latitude réduit à l'écliptique, l'la latitude héliocentrique:

donc $dl = dA \cdot \cos A \cdot \tan g \cdot 7^{\circ} \cdot \cos^{2} \cdot l$ $= 434''413 \cdot \tan g \cdot 7^{\circ} \cdot \cos 6^{\circ} \circ 58' \cdot 42'' \cdot \cos^{2} \cdot 7' \cdot 12'' \cdot 43$ $= 53''331 \cdot \dots \cdot \dots \cdot (1)$ Le mouvement pour 5' 44''4 sera donc \(\cdot \sigma 5'' \) 103
Et comme la latitude est croissante, la
latitude en conjonction sera \(\cdot \cdot \sigma 7' \) 7''327 \(A \cdot \cdot \)

Avec les données précédentes et les mouvemens horaires, on peut calculer la commutation, l'élongation et la latitude géocentrique, pour plusieurs instans également espacés avant et après la conjonction, avec plus de facilité et plus d'exactitude que par les tables mêmes. Dans cette vue je forme le tableau no I, où l'on trouve d'heure en heure les distances de la Terre et de vau Soleil, les mouvemens horaires héliocentriques, la commutation, l'élongation vraie, la latitude géocentrique et les mouvemens géocentriques propres et relatifs.

20

Ces calculs s'étendent jusqu'à 4h avant et après, parce que la durée d'un passage est toujours moindre que de 8h dans le nœud descendant; dans l'autre nœud, il suffiroit d'aller de part et d'autre jusqu'à 3h, parce que la durée entière est toujours moindre que de 6h.

Pour former plus facilement la colonne des rayons vecteurs de la Terre, je dis : l'anomalie moyenne du Soleil augmente par heure de 2' 27"8 = 0°041055; la différence des logarithmes du rayon vecteur, pour un degré de changement dans l'anomalie, est, dans notre exemple, de 0.000101 : ainsi pour 0º041055 elle sera de 0.00000415, et pour 5' 44"45 de temps elle sera de o.0000004; ainsi log. R pour l'instant de la conjonction sera 0.0043387 : d'où il est aisé de déduire tous les autres, en ajoutant 0.0000415 successivement pour chacune des heures suivantes, et en les retranchant pour les heures qui précèdent.

Le cosinus de la latitude héliocentrique ne changeant pas sensiblement pendant la durée du passage; le logarithme de la distance accourcie aura les mêmes variations que celui du rayon vecteur. Or l'anomalie moyenne varie par heure de 10' 14" = 0°170555; la différence du rayon vecteur est de 6180 pour un degré : ainsi pour l'heure, ou 10' 14", elle sera 0.0001054; pour 5' 44"45 elle sera 0.0000101; log. r en conjonction sera 9.6565834 : les autres s'en déduisent en ajoutant ou retranchant continuellement 00001054.

J'ai négligé les secondes différences, qui n'affecteroient que les millièmes de seconde.

396 MÉMOIRES DE MATHÉMATIQUES

La colonne suivante contient $log.\left(\frac{r}{R}\right)$, qui sera utile pour former les colonnes ultérieures.

Le mouvement horaire du Soleil ou de la Terre est

Mais R est ici le rayon vecteur elliptique: or celui dont nous avons le logarithme est affecté des perturbations planétaires, qui montent à 58 parties, qu'il faut retrancher de log. R et de log. (R + dR) pris dans le tableau; ou, ce qui revient au même, il faut ajouter 116 parties au logarithme de 147.82619: la somme donnera le logarithme constant 2.1697630; et ensuite, pour trouver, par exemple, le mouvement horaire de 4^h à 3^h , il faut retrancher du logarithme constant 2.1697630 le log. R qui répond à 4^h , et le log. R qui répond à 3^h .

Soient donc R, R', R", R"', etc. les log. R d'heure

en heure, on aura successivement

Log. mouv. horaire = log. const. - log. R - log. R'= log. const. - log. R' - log. R''

 $= \log. const. - \log. R'' - \log. R'''$

ainsi jusqu'à la fin.

On fera pour Mercure un calcul semblable. Le logarithme constant est 1.9510901.

C'est ainsi que j'ai formé les colonnes du mouvement horaire de la Terre et du Soleil. La différence entre les nombres correspondans de ces colonnes, portée dans la suivante, y montre le mouvement relatif en longitude réduit à l'écliptique.

Le mouvement propre de Mercure, ajouté ou retranché de l'argument de latitude en conjonction, ou de 6° 0° 58′ 0″, donnera l'argument de latitude pour chacune des heures, avant ou après la conjonction, et l'on aura le mouvement en latitude par la formule (1) cidessus. L'effet du facteur-cos². l'est insensible; on peut le négliger, et pour dA on prendra le mouvement horaire de 7, qui convient à l'heure pour laquelle on calcule. C'est ainsi que j'ai formé la colonne du mouvement en latitude.

La colonne de la commutation S est la somme des mouvemens horaires depuis la conjonction jusqu'à l'heure pour laquelle on cherche cette commutation.

La colonne de la latitude héliocentrique l, se forme en ajoutant à la latitude héliocentrique en conjonction la somme des mouvemens horaires en latitude qui ont eu lieu dans l'intervalle.

Soit à présent E l'élongation, on aura exactement

tang.
$$E = \frac{\left(\frac{r}{R}\right). \sin S}{1 - \left(\frac{r}{R}\right). \cos S}$$
 (3)

S est la longitude héliocentrique de la Terre - celle de la planète. De la formule (3), on tire

$$E = \left(\frac{r}{R}\right). \ sin. \ S + \frac{1}{2}\left(\frac{r}{R}\right)^2. \ sin. \ 2S + \frac{1}{3}\left(\frac{r}{R}\right)^3. \ sin. \ 3S + \text{etc.}$$

398 MÉMOIRES DE MATHÉMATIQUES Dans les passages on peut sans erreur supposer

$$E = \frac{\left(\frac{r}{R}\right)S}{1 - \left(\frac{r}{R}\right). \cos S}. \qquad (5)$$

Soit G la latitude géocentrique, on aura

tang.
$$G = \frac{\left(\frac{r}{R}\right). \cos. E. \ tang. l}{1 - \left(\frac{r}{R}\right). \cos. S}; \dots (6)$$

et dans les passages,
$$G = \frac{l\left(\frac{r}{R}\right). \cos E}{1 - \left(\frac{r}{R}\right). \cos S}$$
 (7)

Pour faciliter le calcul de ces formules, j'ai formé d'abord la colonne des valeurs de 1 — $\left(\frac{r}{R}\right)$. cos. S.

Les différences des valeurs de E donnent les mouvemens relatifs en longitude géocentrique, et les différences des G le mouvement horaire en latitude géocentrique.

C'est d'après cette formule que j'ai calculé la colonne du mouvement propre de Mercure.

Avec la longitude du Soleil en conjonction, et les

mouvemens horaires, on formera aisément la colonne des longitudes du Soleil pour toutes les heures.

La distance accourcie de Mercure à la Terre

$$= \frac{R\left(1-\frac{r}{R}\cdot\cos\mathcal{S}\right)}{\cos\mathcal{E}}; \cdots \cdots (9)$$

La distance en ligne droite de Mercure à la Terre

$$=\frac{R\left(1-\frac{r}{R}.\ cos.\ S\right)}{Cos.\ E.\ cos.\ G}; \ldots \ldots (10)$$

L'aberration du soleil, en nommant e l'excentricité,

Elle est sensiblement constante pour toute la durée du passage.

L'aberration de Mercure $= -\frac{m D}{7.39}$, suivant la formule de Clairaut; m étant le mouvement propre, soit en longitude, soit en latitude, et D la distance à la Terre.

La latitude de v est croissante; ainsi l'aberration diminue cette latitude:

C'est d'après ces principes que j'ai formé les colonnes d'élongation et de latitude apparentes.

La parallaxe horizontale du Soleil, dans ses moyennes distances, est 8*8; la parallaxe actuelle est $\frac{8''8}{R}$; la

400 MÉMOIRES DE MATHÉMATIQUES parallaxe horizontale de $\frac{8''8}{D}$; la différence des parallaxes sera

$$\frac{8''8}{D} = \frac{8''8}{R} = \frac{8''8}{R} \cdot \frac{(R - D)}{R \cdot D} = \frac{8''8}{R} \cdot \frac{R \cdot (1 - \frac{r}{R} \cdot \cos \cdot S)}{\cos \cdot E \cdot \cos \cdot G}$$

$$= \frac{8''8}{R} \cdot \frac{(\cos \cdot E \cdot \cos \cdot G - 1 + \frac{r}{R} \cdot \cos \cdot S)}{R \cdot (\cos \cdot E \cdot \cos \cdot G - \frac{r}{R} \cdot \cos \cdot S)}$$

$$= \frac{8''8}{R} \cdot \frac{(\cos \cdot E \cdot \cos \cdot G - \frac{r}{R} \cdot \cos \cdot S)}{R \cdot (1 - \frac{1}{2} \cdot \sin^2 \cdot E) \cdot (1 - \frac{1}{2} \cdot \sin^2 \cdot G) - 1 + \frac{r}{R} \cdot \cos \cdot S]}$$

$$= \frac{8''8}{R} \cdot \frac{(r \cdot \cos \cdot S - \frac{1}{2} \cdot \sin^2 \cdot E) \cdot (1 - \frac{1}{2} \cdot \sin^2 \cdot G) - \frac{r}{R} \cdot \cos \cdot S]}{R \cdot (1 - \frac{1}{2} \cdot \sin^2 \cdot E - \frac{1}{2} \cdot \sin^2 \cdot G)}$$

$$= \frac{8''8}{R} \cdot \frac{(r \cdot \cos \cdot S - \frac{1}{2} \cdot \sin^2 \cdot E - \frac{1}{2} \cdot \sin^2 \cdot G)}{(1 - \frac{r}{R} \cdot \cos \cdot S) - \frac{1}{2} \cdot \sin^2 \cdot E - \frac{1}{2} \cdot \sin^2 \cdot G}$$

$$= \frac{8'''8}{R} \cdot \frac{(r \cdot \cos \cdot S)}{R \cdot \cos \cdot S}, \quad (13)$$

sans erreur sensible. Cette quantité ne varie que de quelques centièmes de seconde pour toute la durée du passage.

Le diamètre de Mercure, à la moyenne distance de la Terre au Soleil, est de 6"3. C'est, du moins à trèspeu près, ce que j'ai trouvé par les deux derniers passages.

Le diamètre actuel est donc distance accourcie . . (14)

Ce diamètre varie encore un peu moins que la différence des parallaxes.

Le demi-diamètre du Soleil, suivant les tables, est 951"83. Le citoyen Lalande, d'après ses recherches et celles de Duséjour, pense qu'il faut le diminuer de 3" pour l'irradiation. Il sera donc de 948'83.

Avec toutes ces quantités nous pouvons calculer l'entrée et la sortie de Mercure. Commençons par les déterminer pour le centre de la Terre.

Quand le centre de Mercure paroîtra sur le bord du Soleil, on aura $E^2 + G^2 = b^2$, b étant 948"83. Si l'on prend la somme des carrés de E et de G 4h avant la conjonction, on verra qu'elle surpasse b2; mais 3h avant la conjonction elle sera moindre que b². Ainsi l'entrée arrivera entre 9h 5' 38" et 10h 5' 38".

Soient E et G l'élongation et la latitude 4h avant la conjonction, (E-x) l'élongation à l'instant de l'entrée, q le rapport du mouvement de latitude au mouvement relatif en longitude, ou $q = \frac{mouvement de latit.}{mouvement de longit.};$ (G + qx) sera la latitude pour l'entrée. Donc

$$(E-x)^2 + (G+qx)^2 = b^2;$$
 $E^2 - 2 Ex + xx + G^2 + 2 Gqx + q^2 x^2 = b^2;$
 $(1+q^2) x^2 - 2 (E-Gq) x = b^2 - E^2 - G^2 = -(E^2 + G^2 - b):$

ou bien faisons q = tang. u : A rough (and the appear)

$$sec^2.u.x^2-2(E-G.tang.u)x=-(E^2+G^2-b^2);$$
1. T. 3.

402 MÉMOTRES DE MATHÉMATIQUES

$$x^2 - 2$$
 (E - G. tang. u). \cos^2 . u. $x = -(E + G^2 - b^2)$. \cos^2 . u;

$$x^{2} - 2 (E - G. tang. u). cos^{2}. u. x$$

+ $(E - G. tang. u)^{2}. cos^{4}. u$
= $(E - G. tang. u)^{2}. cos^{4}. u$
- $(E^{2} + G^{2} - b^{2}). cos^{2}. u;$

$$x = -(E - G. tang. u). cos^{2}. u \pm (E - G. tang. u).$$

$$cos^{2}. u \left[1 - \frac{(E^{2} + G^{2} - b^{2}). cos^{2}. u}{(E - G. tang. u)^{2}. cos^{2}. u} \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$= -(E - G. tang. u). cos^{2}. u \pm (E - G. tang. u).$$

$$cos^{2}. u \left[1 - \frac{(E^{2} + G^{2} - b^{2})}{(E - G. tang. u)^{2}. cos^{2}. u} \right]^{\frac{1}{2}}.$$

Soit sin.
$$z = \frac{(E^2 + G^2 - b^2)^{\frac{1}{2}}}{(E - G \cdot (tang. u) \cdot cos. u)};$$
 (15)

Nota. Cette formule n'exige aucune attention aux signes de \mathcal{L} ni de G; elle suppose sculement que la latitude G est croissante. Dans le cas contraire, on feroit tang. u négative. La même remarque s'étend aux formules 16, 17, 18, 21 et 24.

on aura

$$x = (E - G. tang. u). cos^2. u (1 - cos. z)$$

= 2 (E - G. tang. u). cos². u. sin². \(\frac{1}{2} z.\). (16)

Soit à présent E' l'élongation 3^h avant la conjonction; le temps correspondant à x se trouvera par cette équation,

Temps de
$$x = \frac{x. 3600''}{E - E'}$$
.

Ce temps, dans notre exemple, est . oh 9' 41"2 Qu'il faut ajouter à 9h 5' 38"0 Pour avoir l'entrée du centre à 9h 15' 19"2

Soient maintenant E et G l'élongation et la latitude apparente pour 4^{h} après la conjonction vraie, (E-x)et (G-qx) les quantités correspondantes pour la sortie: nous aurons de mai inchiment a tenun

$$(E-x)^{2} + (G-qx)^{2} = b^{2};$$

$$E^{2} - 2 Ex + x^{2} + G^{2} - 2 Gqx + q^{2} x^{2} = b^{2};$$
ou
$$sec^{2} \cdot u \cdot x^{2} - 2 (E + G \cdot tang \cdot u) \cdot x = -(E^{2} + G^{2} - b^{2});$$

$$x^{2} - 2 (E + G \cdot tang \cdot u) \cdot cos^{2} \cdot u \cdot x$$

$$= -(E^{2} + G - b^{2}) \cdot cos^{2} \cdot u;$$

$$x = -(E + G \cdot tang \cdot u) \cdot cos^{2} \cdot u + (E + G \cdot tang \cdot u) \cdot cos^{2} \cdot u \left[1 - \frac{E^{2} + G^{2} - b^{2}}{(E + G \cdot tang \cdot u)^{2} \cdot cos^{2} \cdot u}\right]^{\frac{1}{2}}$$

$$= 2 (E + G \cdot tang \cdot u) \cdot cos^{2} \cdot u \cdot sin \cdot \frac{1}{2} z;$$
en faisant $sin \cdot z = \frac{(E^{2} + G^{2} - b^{2})^{\frac{1}{2}}}{(E + G \cdot tang \cdot u) \cdot cos \cdot u} \cdot (17)$
Le temps de x sera encore $\frac{x \cdot 3600^{\circ}}{E - E^{\circ}}$
Dans notre exemple, le temps
$$de x = \dots \cdot 0^{h} \cdot 28' \cdot 2'^{6}$$
Qu'il faut retrancher de $\dots \cdot 5^{h} \cdot 5' \cdot 38'^{\circ}$
Ainsi le temps de la sortie $\frac{x}{2} \cdot 3^{h} \cdot 3^$

Pour calculer tang. u et le temps de x, on emploie

404 MÉMOIRES DE MATHÉMATIQUES le mouvement apparent vers le temps de l'entrée et de la sortie, en les supposant uniformes seulement pendant une heure; ce qui est plus exact que si on les supposoit constans pendant toute la durée du passage.

Si, dans les formules (15) et (16), on trouvoit $(E^2 + G^2) < b^2$, le second terme de la quantité sous le signe radical deviendroit positif. Dans ce cas on feroit

$$tang. y = \frac{(b^2 - E^2 - G^2)^{\frac{1}{2}}}{(E \pm G. tang. u). cos. u};$$

et l'on auroit

$$x = -(E \pm G. tang. u). cos^2. u. tang. y. tang. $\frac{1}{2}y$.$$

x se retrancheroit au lieu de s'ajouter, pour avoir l'entrée; il s'ajouteroit au lieu de se soustraire, pour la sortie. Mais cela n'arrivera que très-rarement, et jamais, si l'on a calculé les E et les G pour 4^h avant et après la conjonction.

On peut d'abord différencier les formules (15), (16) et (17), en supposant $db = \frac{1}{2} \ \$

L'équation
$$sin^2 \cdot z = \frac{E^2 + G^2 - b^2}{(E \pm G. tang. u)^2 \cdot cos^2 \cdot u}$$
 donne d'abord
$$dz \cdot sin \cdot z \cdot cos \cdot z = \frac{-b db}{(E \pm G. tang. u) \cdot cos^2 \cdot u};$$

l'équation

$$x = 2 (E \pm G. tang. u). cos^{2}. u. sin^{2}. \frac{1}{2} z$$

donne

$$dx = 4 (E \pm G. tang. u). cos2. u. sin. \frac{1}{2}z. cos. \frac{1}{2}z. d\frac{1}{2}z$$
$$= (E \pm G. tang. u). cos. u. sin. z. dz;$$

et en général

$$d \ x = \left[\frac{\pm \frac{1}{2} \odot \cdot \frac{1}{2} \ \overline{y}}{(E \pm G. \ tang. \ u). \ cos. \ z} \right] \left(\frac{3600''}{E - E'} \right). \ . \ . \ (18)$$

Cette formule donne pour l'entrée 1' 31"108, et pour la sortie 1' 31"024. Ainsi, en ajoutant 1' 31", ou en les retranchant, on réduiroit l'entrée ou la sortie du centre à celle de l'un des bords.

Cette méthode ne met aucune différence entre l'espace écoulé depuis le premier contact jusqu'à l'entrée ou la sortie du centre, et l'espace écoulé entre l'entrée et la sortie du centre et l'autre contact; il doit cependant y en avoir une. Cherchons une méthode plus exacte, pour voir si cette différence est sensible.

Soient x'la portion de l'orbite parcourue par le centre de Mercure entre le premier contact extérieur et l'entrée du centre, b le demi-diamètre du Soleil, A l'angle que

406 MÉMOIRES DE MATHÉMATIQUES forment ces deux lignes, C le demi-diamètre de Mercure: on aura

$$(b+c)^{2} = b^{2} + x^{2} + 2 bx \cdot \cos A;$$

$$b^{2} + c^{2} + 2 bc = b^{2} + x^{2} + 2 bx \cdot \cos A;$$

$$x^{2} + 2 b \cdot \cos A \cdot x = c^{2} + 2 bc;$$

$$x^{2} + 2 b \cdot \cos A \cdot x + b^{2} \cdot \cos^{2} A = c^{2} + 2 bc + b^{2} \cdot \cos^{2} A;$$

$$x = -b \cdot \cos A + b \cdot \cos A \left(1 + \frac{2bc + cc}{b^{2} \cdot \cos^{2} A}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$= -b \cdot \cos A + b \cdot \cos A \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{2bc + cc}{b^{2} \cdot \cos^{2} A}\right) - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} \left(\frac{2bc + cc}{b^{2} \cdot \cos^{2} A}\right)^{2} + \text{etc.}\right]$$

$$= b \cdot \cos A \left[\frac{bc + \frac{1}{2}cc}{b^{2} \cdot \cos^{2} A} - \frac{1}{8} \left(\frac{4b^{2}c^{2} + 4bc^{3} + c^{4}}{b^{4} \cdot \cos^{4} A}\right) + \text{etc.}\right]$$

$$= \frac{bc + \frac{1}{2}cc}{b \cdot \cos A} - \frac{1}{2} \frac{b^{2}c^{2} + \frac{1}{2}bc^{3} + \frac{1}{8}c^{4}}{b^{4} \cdot \cos^{4} A} + \text{etc.}$$

$$= \frac{c}{\cos A} - \frac{\frac{1}{2} \left(\frac{c^{2}}{b}\right) \cdot \sin^{2} A}{\cos^{3} A} - \frac{c}{\cos A} - \frac{\frac{1}{2} \left(\frac{c^{2}}{b}\right) \cdot \tan^{2} A}{\cos A}$$

$$= \frac{c}{\cos A} - \frac{c}{\cos A} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{c}{b} \cdot \tan^{2} A.$$

Soit x' la portion de l'orbite parcourue depuis l'entrée du centre jusqu'au contact intérieur; on aura, par un calcul semblable,

$$x' = + \frac{c}{\cos A} + \frac{\frac{1}{2}\left(\frac{c^2}{b}\right) \cdot tang^2 \cdot A}{\cos A};$$

parce que c et cos. A changeront tous deux de signe. Ainsi

Il est aisé de voir que

cos.
$$A = \frac{\frac{1}{2} \text{ corde décrite par } \mathfrak{T} \text{ sur le Soleil}}{\frac{1}{2} \mathfrak{O}}$$

$$= \frac{\text{mouvement en long. sec. u}}{\mathfrak{O}} \cdots \cdots (20)$$
cos. $A = \frac{1739 \cdot \text{sec. u}}{1897.46} = \frac{1739 \cdot \text{sec. } 10^{\circ} \cdot 27' \cdot 55''}{1897.46}$

pour l'entrée, et 1739. sec. 10° 28' 40" pour la sortie; c'est-àdire que $A = 21^{\circ} 12'$.

On multipliera les quantités (x + x') et (x' - x)par cos. u pour les réduire à l'écliptique, et par

pour les réduire en temps.

On aura ainsi $x + x' = 3' \, 2'' \, 208$ et $x' - x = 0'' \, 081$, d'où x = 1' 31''144 et x' = 1' 31''064. On voit qu'on peut très-bien négliger la quantité $\frac{1}{2}$ (x'-x): alors les formules (18) et (19) donneront le même résultat. J'ai encore trouvé la même chose par le calcul direct sur les formules (15), (16) et (17).

La parallaxe qui altère E et G doit aussi altérer les

408 MÉMOIRES DE MATHÉMATIQUES valeurs de x pour l'entrée et la sortie. Pour en calculer l'effet, différencions la formule:

$$sco^{2}$$
. u . $x^{2}-2Ex+2G$. $tang$. u . $x=b^{2}-E^{2}-G^{2}$; nous aurons

$$2x. sec^{2}.u. dx - 2Edx - 2xdE + 2G. tang. u. dx$$

+ 2 x. tang. u. d G
= -2 EdE - 2 GdG;

$$dx(x.sec^2.u-E+G.tang.u) = xdE-x.tang.u.dG$$

-EdE-GdG;

$$dx = \frac{(E-x) dE + (G+x. tang. u) dG}{E-x. sec^2. u - G. tang. u}$$

$$= \frac{(E-x) dE + (G+x. tang. u) dG}{(E-x) - x. tang^2. u - G. tang. u}$$

$$= \frac{(E-x) dE + (G+x. tang. u) dG}{(E-x) - (G+x. tang. u). tang. u}...(21)$$

Cette valeur, multipliée par le rapport $\left(\frac{3600}{E-E'}\right)$ du temps au mouvement sur l'écliptique, est ce qu'il faut ajouter à l'entrée, vue du centre de la Terre, pour avoir celle qui doit s'observer dans un lieu pour lequel on aura calculé les parallaxes dE et dG de longitude et de latitude. Dans notre exemple, cette valeur est

$$15.823 dE + 3.0158 dG$$

Ainsi l'expression générale du temps de l'entrée sera, en nommant II et π les deux parallaxes,

Soit dM la différence des méridiens en temps, on aura pour l'entrée en temps moyen du lieu,

$$9^{h} 15' 9''^{2} + dM + 15.823 \Pi + 3.0158 \pi ... (23)$$

On aura des formules analogues pour la sortie en différenciant l'équation :

$$(E-x)^2 + (G-qx)^2 = b^2;$$

 $(E-x) d (E-x) + (G-qx) d (G-qx) = o;$
 $(E-x) dE - (E-x) dx + (G-qx) dG - (G-qx) q dx = o:$

d'où
$$dx = \frac{(E-x) dE + (G-x. tang. u) dG}{(E-x) + (G-x. tang. u). tang. u}$$
. (24)

Cette formule ne diffère de la formule (21) que par deux signes. Dans toutes deux, (E-x) est l'élongation à l'instant du phénomène, $(G \pm x. tang. u)$ est la latitude pour le même instant.

Cette valeur, multipliée par $\left(\frac{3600}{E-E'}\right)$, est, dans notre exemple, $+ 13.687 \ dE + 8.4645 \ dG$. Elle doit se retrancher de la sortie calculée pour le centre de la Terre; mais il faut remarquer que la parallaxe de longitude fera sur E un effet contraire à celui qu'elle produit sur la longitude, parce qu'après la conjonction augmenter la longitude, c'est diminuer E. Ainsi l'instant de la sortie aura pour expression

4^h 37' 35'4 — (— 13.687
$$\Pi$$
 + 8.4645 π);
1. T. 3.

410 MÉMOIRES DE MATHÉMATIQUES ou 4^h 37' $35''4 + 13.677 \Pi - 8.4645 \pi$, temps moyen de Paris; ou

$$4^{\text{h}} \ 37' \ 35''4 + dM + 13.687 \ \Pi - 8.4645 \ \pi. \ . \ . \ (25)$$

Les formules (22) et (24) supposent que Π et π augmentent la longitude et la latitude.

Pour calculer les parallaxes de longitude et de latitude, on pourroit employer les méthodes connues, ou quelques-unes des formules nouvelles qu'on trouvera à la suite de ce mémoire; mais on peut abréger singulièrement l'opération par les formules suivantes, dans lesquelles n'entrent ni la longitude ni la hauteur du nonagésime.

Soient ω l'obliquité de l'écliptique, P la parallaxe horizontale, M l'ascension droite du milieu du ciel, H la hauteur du pole, et L la longitude de l'astre, Π et π les parallaxes de longitude et de latitude:

$$n = \frac{P.\cos H.\sin L.\cos M - P.\cos \omega.\cos L.\cos H.\sin M - P.\sin \omega.\cos L.\sin H}{\cos G}$$
(26)

Il s'applique, suivant son signe, à la longitude; π de la formule suivante s'applique, suivant son signe, à la latitude australe, et, avec un signe contraire, à la latitude boréale.

- $\pi \equiv P.$ cos. ω . cos. G. sin. H
 - P. sin. ω. cos. G. cos. H. sin. M
 - P. sin. G. cos. L. cos. H cos. M
 - P. cos. w. sin. G. sin. L. cos. H. sin. M
 - P. sin. w. sin. G. sin. L. sin. H

-
$$tang^2$$
. $\frac{1}{2}$ Π . sin . 2 G
- $\frac{1}{2}$. $tang^4$. $\frac{1}{2}$ Π . sin . 4 G - $\frac{1}{3}$ etc. . . . (27)

Dans la formule (25) on peut d'abord supposer $\cos G = 1$.

Le dernier terme ne varie dans notre exemple que de 0''003 en huit heures; on peut le considérer comme constant, et il sera — 1''932. sin. H.

Les deux premiers

$$=P. cos. H. sin. L (cos. M - cos. ω. cot. L. sin. M)$$

$$=P. cos. H. sin. L (cos. M - tang. x. sin. M)$$

$$=\frac{P. cos. H. sin. L}{cos. x} (cos. M. cos. x. - sin. M. sin. x)$$

$$=\left(\frac{P. cos. H. sin. L}{cos. x}\right). cos. (M + x). (28)$$

On aura x par la formule

tang.
$$x = \cos \omega \cos L \ldots (29)$$

En supposant L constant pendant tout le passage, on aura, dans notre exemple,

$$\Pi = \frac{P. \cos. H. \sin. L}{\cos. (40^{\circ} 38' 30'')}. \cos. (M + 40^{\circ} 38' 30'')$$

$$- 1''932. \sin. H$$

$$= 6''832. \cos. H. \cos. (M + 40^{\circ} 38' 30'')$$

$$- 1''932. \sin. H. \dots (30)$$

L'erreur n'ira pas à o'o1.

412 MÉMOIRES DE MATHÉMATIQUES

Dans la formule (27) le premier terme se réduit a cdots cdots

Le second à . . . 2"827. cos. H. sin. M;

Le troisième à . . 0''0226. \cos . H. \cos . M, même en supposant G = 16' : on peut donc le négliger;

Le quatrième à . 0'0221. cos. H. sin. M: dans la même supposition on peut le négliger aussi;

Le cinquième à , 6"0096. sin. H.

On fera donc

$$\pi = 6^{\circ}513$$
. sin. $H = 2^{\circ}827$. cos. H . sin. M . . . (31)

Les formules (26), (27), (30) et (31) montrent comment j'ai pu calculer les parallaxes pour Paris telles qu'elles sont dans le tableau N° II. En y prenant les parties proportionnelles, on verra que pour l'instant de l'entrée du centre $\Pi = + 1^{"}731$ et $\pi = + 4^{"}762$, en portant ces valeurs dans la formule (22), on aura pour l'entrée du centre, vue de Paris,

$$9^{h}$$
 15' 19"2 + 27"39 + 14"36 = 9^{h} 16' 0"95.

Le calcul direct sur les formules (15) et (16), en y mettant l'élongation et la latitude affectées de la parallaxe, m'a donné 9^h 16' 00".

A 4h 37' 35'4 on a, suivant le même tableau,

$$\Pi = -5''518$$
 et $\pi = +3''230$.

Ces valeurs, portées dans la formule (24), donnent pour la sortie du centré,

$$4^{h} 37' 35''4 - 1' 15''52 - 27''34 = 4^{h} 35' 53''$$

Le calcul direct de la formule (17) n'en diffère pas sensiblement; on aura donc pour les contacts

$$9^{h}$$
 $16'$ $1'' \pm 1'$ $31''$;
 4^{h} $35'$ $53'' \pm 1'$ $31''$.

Il est presque impossible de saisir le premier instant où le bord de Mercure commence à échancrer le bord du Soleil, à moins de savoir d'avance quel est le point du disque où se fait le premier contact extérieur. Pour le connoître, il faut d'abord déterminer l'angle que forme l'écliptique avec le vertical qui passe par le centre du Soleil. Soit V cet angle, on aura

cos. V = cos. (arc de l'écliptique compris entre \odot et l'horizon). tang. angle de l'écliptique avec l'horizon

= cos. (longitude du point oriental de l'éclipt.

- long. ⊙). tang. C

 $= \cos. (O - S)$. tang. C

 $= (\cos. O. \cos. S + \sin. O. \sin. S) \frac{\sin. C}{\cos. C}$

or sin. C = sin. angle de l'écliptique avec l'horizon $= \frac{cos. \ M. \ cos. \ H}{sin. \ O},$

et cos. $C = \cos \omega$. $\sin H - \sin M$. $\sin \omega$. $\cos H$. (32) (C est ce qu'on appelle la hauteur du nonagésime);

MÉMOIRES DE MATHÉMATIQUES donc cot. $V = \frac{(\cos. O. \cos. S + \sin. O. \sin. S)}{\cos. \omega. \sin. H - \sin. M. \sin. \omega. \cos. H}$ $\frac{(\cot O. \cos S + \sin S). \cos M. \cos H}{\cos \omega. \sin H - \sin M. \sin \omega. \cos H}$ $= \frac{\cot \cdot O \cdot \cos \cdot S \cdot \cos \cdot M + \sin \cdot S \cdot \cos \cdot M}{\cos \cdot \omega \cdot \tan g \cdot H - \sin \cdot M \cdot \sin \cdot \omega}$ $= \frac{\sin. S. \cos. M + \cos. S. \cos. M. (\cot. O)}{\cos. \omega. \tang. H - \sin. M. \sin. \omega}$ On a de plus $cot. O = -\frac{\sin M \cdot \cos \omega + \sin \omega \cdot \tan g \cdot H}{\cos M}$ O = (longitude du nonagésime + 90°). Soit N le nonagésime, tang. $N = \cos \omega$ tang. $M + \frac{\sin \omega \cdot \tan g \cdot H}{\cos M}$; (33) donc $\cot V = \frac{\sin S. \cos M - \sin M. \cos \omega \cos S - \sin \omega \tan H. \cos S}{\cos \omega \tan g H - \sin M. \sin \omega};$ ou tang. $V = \frac{\cos \omega \cdot \tan g \cdot H - \sin \cdot M \cdot \sin \cdot \omega}{\sin \cdot S \cdot \cos \cdot M - \sin \cdot M \cdot \cos \cdot \omega \cdot \cos \cdot S - \sin \cdot \omega \cdot \tan g \cdot H \cdot \cos \cdot S}$ E et G étant l'élongation et la latitude apparente pour l'instant du calcul, on aura $(V + B) \equiv$ arc du disque solaire entre le point le plus bas du disque et , vers l'est. . . (36)

Si $(V + B) > 180^{\circ}$, Mercure sera à l'ouest du vertical.

Si G est négatif, c'est-à-dire, si la latitude est australe, B sera négatif; et si B négatif est plus grand que V, Mercure sera encore à l'ouest.

Pour la sortie on aura

(V'-B') = arc du disque solaire entre le point le plus élevé du disque et ?, vers l'ouest. . (37)

On obtiendra V' et B' en mettant dans les formules (34) et (35) les quantités M et S, G et E, calculées pour cet instant.

B' change également de signe si la latitude est australe; et alors si $(V' + B') > 180^{\circ}$, Mercure sera à l'est du vertical. Il en seroit de même si B' négatif étoit plus grand que V'.

Dans notre exemple, en supposant la latitude de mon observatoire $= H = 48^{\circ} 5_{1'} 38''$, S ou la longitude du Soleil = 46° 44′ 44″, et M ou l'ascension droite du milieu du ciel = 4° 1' 50", on trouvera $V = 70^{\circ}$ 6'.

tang. $B = \frac{-183}{9^{31}} = tang. - 11^{\circ} 7'$: ainsi V + B= 58° 59'; et Mercure sera à 58° 59' du point le plus bas du disque solaire, à l'est du vertical, ou 31° 1' audessous du diamètre horizontal.

Pour la sortie, avec $S = 47^{\circ} 2' 20''$, $M = 114^{\circ} 25'$, E=806'', et G=-501'', on trouvera V'=B'= 150° 57' 45'' + 31° 51' 50'' = 182° 49' 35''. La sortie se fera donc à 182º 49' du point le plus haut du disque solaire, c'est-à-dire 2º 49' à l'est du point le plus bas.

416 MÉMOJRES DE MATHÉMATIQUES

Mais il faudroit une attention scrupuleuse aux changemens de signes qui arrivent à toutes les quantités qui composent ces formules. Si l'on y employoit E et G, calculés pour le centre de la Terre, on pourroit calculer la hauteur du Soleil par la formule

sin.
$$h = \sin$$
. hauteur $\odot = \sin$. ω . \sin . S. \sin . H
 $+ \cos$. ω . \sin . S. \cos . H . \sin . M
 $+ \cos$. S. \cos . H . \cos . M (39)

Alors la parallaxe de distance seroit

P. cos. h. cos.
$$(V + B)$$
. (40)

La formule (38) peut se démontrer de plusieurs manières. Voici la plus simple:

$$sin. h = sin. (O - S). sin. C$$

$$= (sin. O. cos. S - cos. O. sin. S) \frac{cos. M. cos. H}{sin. O}$$

$$= (cos. S - cot. O. sin. S). cos. M. cos. H.$$

$$= cos. S. cos. M. cos. H$$

$$- sin. S. cos. H. cos. M. \left(\frac{sin. M. cos. \omega. + sin. \omega. tang. H}{-cos. M}\right)$$

$$= cos. S. cos. M. cos. H$$

$$+ sin. S. cos. H. sin. M. cos. \omega$$

$$+ sin. cos. H. sin. \omega. tang. H$$

 $+\cos \omega$. sin. S. cos. H. sin. M + sin. ω . sin. S. sin. H.

La différence de hauteur entre Mercure et le centre du Soleil seroit

$$\frac{E}{\cos B} \cdot \cos \cdot (V + B) = \frac{E}{\cos B} \cdot (\cos V \cdot \cos B - \sin V \cdot \sin B)$$

$$= E \cdot \cos V - E \cdot \sin V \cdot \tan B$$

$$= E \cdot \cos V - G \cdot \sin V \cdot \dots \cdot (41)$$

La distance de Mercure au vertical du soleil seroit

$$\frac{E}{\cos B}.\sin \cdot (V+B) = \frac{E}{\cos B}.(\sin \cdot V.\cos \cdot B + \cos \cdot V.\sin \cdot B)$$

$$= E.\sin \cdot V + E.\cos \cdot V.\tan \cdot B$$

$$= E.\sin \cdot V + G.\cos \cdot V. \qquad (42)$$

On pourroit donc, au moyen des formules (34), (41) et (42), faire un tableau des positions de Mercure par rapport au vertical du Soleil, pour comparer directement le calcul avec l'observation; mais cette espèce d'observation étant la moins usitée, la plus longue à calculer, nous ne nous y arrêterons pas davantage, et nous allons nous occuper des différences en ascension droite entre Mercure et le centre du Soleil.

Soit A l'angle de l'écliptique avec le cercle de déclinaison, on aura

cot.
$$A = tang. \omega. cos. S$$
, ou tang. $A = \frac{cot. \omega}{cos. S}$. (43)

Soient \triangle la distance des centres de Mercure et du 1. T. 3.

418 MÉMOIRES DE MATHÉMATIQUES Soleil, B l'angle que cette distance fait avec l'écliptique; on aura

tang.
$$B = \frac{tang. G}{sin. E}$$
, on tang. $B = \frac{G}{E}$.

(A-B) sera l'angle de la distance Δ avec le cercle de déclinaison. Nommons D la déclinaison du Soleil, (D+dD) celle de Mercure, P l'angle au pôle entre les cercles de déclinaison de Mercure et du Soleil; le triangle sphérique formé par les deux cercles de déclinaison et la distance Δ , nous donnera.

tang.
$$P = \frac{\sin. (A - B)}{\cos. D. \cot. \Delta - \sin. D. \cos. (A - B)}$$

= $\frac{\tan g. \Delta. \sec. D. \sin. (A - B)}{1 - \tan g. \Delta. \tan g. D. \cos. (A - B)}$,

ou, sans erreur sensible,

$$P = \Delta \ sec. \ D. \ sin. \ (A - B) \ [1 + tang. \ \Delta. \ tang. \ D. \\ cos. \ (A - B)]$$

$$= \frac{E. \ sec. \ D}{\cos s. \ B}. \ (sin. \ A. \ cos. \ B - cos. \ A. \ sin. \ B)$$

$$= \frac{E}{\cos s. \ D}. \ (sin. \ A - cos. \ A. \ tang. \ B) \ [1 + tang. \ 1'' \ \frac{E}{\cos s. B}. \\ tang. \ D. \ (cos. \ A. \ cos. \ B + sin. \ A. \ sin. \ B)]$$

$$= \frac{E}{\cos s. \ B}. \ \left(sin. \ A - cos. \ A. \ \frac{G}{E}\right) \ [1 + tang. \ 1'' \ E. \ tang. \ D. \\ \left(cos. \ A + sin. \ A. \ \frac{G}{E}\right) \]$$

$$= \left(\frac{E. \ sin. \ A - G. \ cos. \ A}{\cos s. \ D}\right) \ [1 + tang. \ 1''. \ tang. \ D. \ (E. \ cos. \ A + G. \ sin. \ A)]$$

$$= \frac{E. \sin. A - G. \cos. A}{\cos. D} + \left(\frac{E. \sin. A - G. \cos. A}{\cos. D}\right)$$

$$(E. \cos. A + G. \sin. A). tang. D. tang. 1". (44)$$

$$= \frac{E. \sin. A - G. \cos. A}{\cos. D} + \left[\frac{1}{2}(E+G)(E-G). \sin. 2A\right]$$

$$- EG. \cos. 2A \cdot \frac{1}{\cos. D} \cdot \frac{1}{\odot. D}$$

C'est la différence d'ascension droite entre Mercure et le centre du Soleil.

Le même triangle donnera

$$sin.$$
 $(D+dD) \equiv cos.$ $(A-B).$ $cos.$ $D.$ $sin.$ $\Delta + sin.$ $D.$ $cos.$ $\Delta;$
 $sin.$ $(D+dD) - sin.$ $D.$ $cos.$ $\Delta \equiv cos.$ $(A-B)$ $cos.$ $D.$ $sin.$ $\Delta;$
 $sin.$ $(D+dD) - sin.$ $D+2$ $sin^2.$ $\frac{1}{2}.$ $\Delta.$ $sin.$ $D=sin.$ $\Delta.$ $cos.$ $D.$ $cos.$ $(A-B);$
 $sin.$ $(D+dD)-sin.$ $D=2$ $sin.$ $\frac{1}{2}.$ $(dD).$ $cos.$ $(D+\frac{1}{2}.$ $dD)$ $\equiv sin.$ $\Delta.$ $cos.$ $D.$ $cos.$ $(A-B)$ -2 $sin^2.$ $\frac{1}{2}.$ $\Delta.$ $sin.$ $D;$

$$2 \sin \frac{1}{2} \cdot dD = \frac{\sin \Delta \cdot \cos D \cdot \cos (A - B) - 2 \sin^2 \frac{1}{2} \cdot \Delta \cdot \sin D}{\cos D \cdot \cos \frac{1}{2} \cdot dD - \sin D \cdot \sin \frac{1}{2} \cdot dD};$$

$$\sin \Delta D = \frac{\sin \Delta \cdot \cos (A - B) - 2 \sin^2 \frac{1}{2} \cdot \Delta \cdot \tan D}{1 - \tan C \cdot \frac{1}{2} \cdot dD \cdot \tan C \cdot D};$$

420 MÉMOIRES DE MATHÉMATIQUES $dD = (\Delta. \cos. (A - B) - \frac{1}{2}. \Delta^{2}. \sin. 1''. \tang. D)$ $\left(1 + \frac{1}{2}. \sin. dD. \tang. D\right);$ $= \left[(E. \cos. A + G. \sin. A) - \frac{1}{2}. \frac{E^{2}}{\cos^{2}. B}. \sin. 1''. \tang. D\right] \left[1 + \frac{1}{2}. (E. \cos. A + G. \sin. A). \sin. 1''. \tang. D\right];$ $dD = \left(E. \cos. A + G. \sin. A - \frac{1}{2}. E^{2}. \sin. 1''. \tang. D\right.$ $- \frac{1}{2}. E^{2}. \sin. 1''. \tang. D. \frac{G^{2}}{E^{2}}\right) \left[1 + \frac{1}{2}. (E. \cos. A + G. \sin. A). \sin. 1''. \tang. D\right]$

$$= \begin{bmatrix} E.\cos A + G.\sin A - \frac{1}{2} & (E^2 + G^2) & \sin 1^n \\ tang \cdot D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 + \frac{1}{2} & (E.\cos A + G.\sin A) \\ sin \cdot 1^n & tang \cdot D \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} E.\cos A + G.\sin A \end{bmatrix}$$

$$= (E. \cos. A + G. \sin. A) - \frac{1}{2} \cdot (E^2. \sin^2. A) + G^2. \cos^2. A - 2 EG. \sin. A. \cos. A)$$

$$\sin. 1''. \tan g. D. \dots (46)$$

C'est la différence de déclinaison entre Mercure et le centre du Soleil.

Dans l'usage de ces formules, il faut faire attention que E est négatif après la conjonction, que G est aussi négatif si la latitude est australe, et qu'ensin D et tang. D sont négatifs dans les passages près du nœud ascendant, en automne.

C'est au moyen des formules (43), (44) et (46) que j'ai calculé pour Paris les colonnes de l'angle A et des différences d'ascension droite et de déclinaison. Les mouvemens horaires que j'ai mis à côté serviront à trouver par interpolation les différences d'ascension droite et de déclinaison, pour un moment quelconque, afin de comparer facilement le calcul avec l'observation.

Après avoir ainsi terminé tous les calculs préparatoires, je vais rapporter mes observations, et montrer comment on peut déduire l'erreur des tables de Mercure, tant en longitude qu'en latitude.

J'ai fait l'observation dans mon observatoire de la rue de Paradis au Marais, latitude 48° 51' 38", et longitude 5" à l'est de l'Observatoire national.

Le jeune Pommard, qui a participé pendant une année à la mesure de la méridienne, observoit en même temps que moi.

La pendule dont nous nous servions étoit réglée sur les étoiles. Elle étoit en retard de 47"8; ainsi en ajoutant cette quantité aux temps de la pendule, on aura l'ascension droite du milieu du ciel en temps pour chaque observation.

La lunette acromatique dont je me servois a 1.13 mètre de foyer, 0.066 mètre d'ouverture; elle est garnie d'un micromètre du citoyen Lenoir; elle est montée sur un pied parallactique, aquest consistant test con rei

La lunette dont se servoit Pommard est de Dollond, comme la première : la longueur focale est la même; mais l'ouverture est de 0.092 mètre. Elle est montée 422 MEMOIRES DETMATHEMATIQUES sur un pied ordinaire, et garnie d'un micromètre objectif dont les circonstances n'ont pas permis de faire usage. Pendant ces observations, le bord du Soleil n'étoit pas extrêmement net, et les nuages ont caché le Soleil pendant une partie de la durée du passage. J'ai aperçu la première impression du disque de Mercure sur celui du Soleil à oh 17' 15" de la pendule: oh 17/ 58" Différence entre le temps moyen et le temps sidéral 20h 59' 11"6 Premier contact extérieur, temps moyen à l'Observatoire national 21h 17' 9"6 Premier contact intérieur, temps de la penoh 20' 15"

Premier contact intérieur, temps moyen à l'Observatoire national 9'8

Temps que Mercure a employé à entrer sur le disque solaire 3' 0'2

Pommard a vu le premier contact 2

ou 3" plutôt que môi.	
Second contact intérieur, temps de la pen-	-h 2 o' "
dule	
Assert Inc. Day	— 5"
	7 ^h 40′ 5″
Différence entre le temps moyen et	. ري مو و مو 3
le temps sidéral	20 ^h 57′ 59″4
Second contact extérieur, temps moyen à	/L 20/
l'Observatoire national	4" 38 4"4
Pommard l'a soupçonné 12" plutôt que moi	
Second contact extérieur, temps de la pen-	1 / 2"
dule	$7^{\text{h}} \ 42' \ 23'' + 48''$
	<u> </u>
	7 ^h 43′ 6″
	20h 57 59"3

Second contact extérieur, temps moyen de l'Observatoire national 4h 41' 5"3 Pommard l'a vu 3ª plutôt que moi.

424 MÉMOURES IDET MATHÉMAT RQUES
Temps que le diamètre de Mercure a employé
à entrer sur le disque solaire
Temps que le diamètre a employé à sortir 3' 0"2
Milieu
Le calcul a donné 3' 2"0
Ainsi le diamètre supposé dans le calcul s'accorde
fort bien avec les observations.
A Mirepoix, le temps de l'entrée a été trouvé
de
- Analysis and
Milieu royani atuati sansia a to take 21, 48"00
Messier a trouvé pour l'entrée 3' 10"0
Pour la sortie 3' 8"o
Milieu
A Berlin, temps de l'entrée 3' 18"o
Temps de la sortie 3' 13"0
Milieu 3' 15"0
A Hambourg, pour l'entrée 2' 26"0
Pour la sortie 1' 56"o
A Eichstadt, sortie 3' o'o
A Erlangen 2' 39"0
A Vienne
A Bude, entrée
Sortie

On voit combien ces observations présentent d'incertitude. En rejetant celles de Hambourg et d'Erlangen, qui s'écartent considérablement des autres, on aura, pour un milieu entre sept observateurs différens, 3' 1". Ainsi nous pouvons nous en tenir au résultat du calcul, qui donne 1' 31" pour différence entre le centre et le contact intérieur, qui est regardé comme le plus sûr. Retranchant donc 1' 31" du contact intérieur, j'aurai, pour l'entrée du centre 21h 18' 39"

Le calcul m'a donné 21h 16' 1"

Correction du calcul + 2'38" = 158"

En ajoutant 1'31" au second contact intérieur, on aura pour la sortie du centre 4^h 39' 35" Le calcul m'a donné..... 4h 35' 53"

Correction du calcul $\dots + 3'$ 42'' = 222''

Pour déduire de ces quantités les corrections des tables, en appelant Π et π ces corrections, nous aurons, d'après les formules (22) et (24),

$$15.823 \Pi + 3.0158 \pi = 158";$$
 $13.687 \Pi - 8.4645 \pi = 222".$

En divisant ces deux équations par le facteur de II, elles deviennent

426 MÉMOIRES DE MATHÉMATIQUES

et π = - 6.0004 / 0.80012 = - 7"4995 = correction de la latitude calculée,

et Π = + 11"415 = correc. de la longit. calculée.

En effet, en recommençant avec ces corrections le calcul des formules (15), (16) et (17), on retrouve l'entrée et la sortic observées. Il est essentiel de remarquer que la correction II de longitude s'applique, suivant son signe, à l'élongation pour l'entrée; mais, avec un signe contraire, pour la sortie.

En appliquant cette méthode aux observations de Messier, nous aurons

Par un milieu entre mes observations et celles de Messier,

A Mirepoix, Vidal a observé les contacts à

On a donc pour le centre

Donc en temps moyen

Il faut calculer l'entrée et la sortie pour Mirepoix, afin d'en déduire l'erreur des tables, en comparant le calcul avec l'observation. Mirepoix est 1' 35" à l'occident de Paris. Ainsi, pour se servir des quantités rassemblées dans le premier tableau, il faut diminuer le temps de la seconde colonne de 1' 35", et de 23' 45" toutes les ascensions droites du milieu du ciel, calculées pour Paris.

Avec ces données j'ai formé toutes les colonnes subséquentes du tableau n° III, de la même manière que les colonnes correspondantes du n° II.

J'ai trouvé pour l'entrée x = 10' 43" Temps de 4^h avant la conjonction . . 9^h 4' 3"

Entrée calculée Observée		
Correction du calcul	•	1 -1 72"

A Berlin, M. Bode a observé les contacts intérieurs à 22^{h} o' 28'' et 5^{h} 22' 17'', temps moyen.

 22^{h} o' 28'' et 5^{h} 22' 17'', temps moyen. 1' 31''

On a donc pour le centre

Berlin est de 44' 10" plus oriental que Paris. Il faut donc ajouter 44' 10" aux temps de Paris, pour avoir les temps de Berlin, et ajouter 11° 2' 30" aux M de Paris, pour avoir ceux de Berlin. D'après cela j'ai calculé le tableau n° IV, semblable aux précédens.

ET DE PHYSIQUE.	429
Ensuite j'ai trouvé pour l'entrée + 10'	8"
9 ^h 49'	48"
Donc entrée calculée 9h 59'	56"
Observation 10 ^h 1'	59"
Erreur	3"
Pour la sortie $\dots x = 29'$	51"
5 ^h 49'	48″
Sortie calculée	57"
Observation 5h 23'	
Erreur	51"
Donc $15.823 \Pi + 3.0158 \pi = 123"$;	
$13.687 \Pi = 8.4645 \pi = 231'';$	
$\Pi + 0.1906 \pi = 7''7735;$	
$\Pi = 0.6095 \pi = 16''635;$	
-0.8001 $\pi = 8''8615;$	
$\pi = -\frac{8.8615}{0.8001} = -11''075; \Pi = +9''884$	

On feroit le même calcul pour toute autre observation faite en un lieu quelconque. Ce qui précède suffit pour déterminer la correction des tables. Par un milieu entre les quatre résultats que nous venons de trouver:

$$\Pi = + 10^{''}4; \quad \pi = -9^{''}6.$$

430 MÉMOIRES DE MATHÉMATIQUES

Par un milieu entre ces quatre systèmes d'équations de condition, on auroit

$$\frac{15.823 \Pi + 3.0158 \pi = 133'3;}{13.687 \Pi - 8.4645 \pi = 224''25;}$$

$$\frac{\Pi + 0.1906 \pi = 8''4244;}{\Pi - 0.6095 \pi = 16''148;}$$

$$- 0.8001 \pi = 7''7236;$$

$$\pi = -\frac{7''7236}{0''8091} = -9''653; \Pi = + 10''264.$$

Pour avoir les erreurs héliocentriques des tables, on retournera les équations (6) et (8), afin de les différencier. Elles deviendront ainsi

$$S = \frac{E\left(1 - \frac{r}{R}, \cos S\right)}{\frac{r}{R}},$$
et
$$l = \frac{G\left(1 - \frac{r}{R}, \cos S\right)}{\left(\frac{r}{R}\right), \cos E};$$

$$d'où dS = \frac{dE\left[1 - \left(\frac{r}{R}\right), \cos S\right]}{\left(\frac{r}{R}\right)},$$
et
$$dl = \frac{dG\left(1 - \frac{r}{R}, \cos S\right)}{\left(\frac{r}{R}\right), \cos E}, \qquad (47)$$

On mettra pour dE et dG, leurs valeurs, + 10"264, et - 9"653, et l'on aura

$$dS = + 12''6$$
, et $dl = -11''8$.

Le rapport des erreurs héliocentriques aux erreurs géocentriques est sensiblement le même pendant toute la durée du passage. On se contentera donc de calculer les formules pour l'instant de la conjonction vraie; on ne se trompera pas de plus que de \(\frac{1}{30} \) de seconde.

Or...
$$S = (5 - \overline{z});$$

donc... $dS = d5 - d\overline{z} = + 12''6;$
ou... $d\overline{z} = -12''6 + d5.$

Suivant les observations de M. Zach, il falloit retrancher 6" de la longitude de la Terre, calculée sur mes tables : donc d = 12''6 - 6'' = 18''6.

Dans le calcul du lieu de Mercure j'ai négligé les perturbations, qui auroient augmenté de 5" la longitude héliocentrique. Ainsi la correction de longitude devient — 23"6. Elle seroit — 17"6 en supposant exactes les tables du Soleil.

A présent tang. l = tang. I. sin. $(\bar{x} - \Omega);$

en nommant a la longitude du nœud. De là

donc

$$d \Omega = \frac{+11''8. \sec^2 \cdot l - dI. \sec^2 \cdot I. \sin \cdot (\bar{\varphi} - \Omega) - \tan g \cdot I. \cos \cdot (\bar{\varphi} - \Omega) d\bar{\varphi}}{\tan g \cdot I. \cos \cdot (\bar{\varphi} - \Omega)}$$

432 MÉMOIRES DE MATHÉMATIQUES

- \frac{+ 11''8. \(sec^2. l. \cot. I\)}{\(cos. (\vec{\varphi} - \Omega)\)}

- \(dI. \(sec^2. I. \cot. I. \tang. (\vec{\varphi} - \Omega) - d\vec{\varphi}\)

= 96''11 - 0.1395 \(dI - d\vec{\varphi}\)

= 2' \(environ.\)

On peut encore employer à la recherche des erreurs des tables les différences d'ascension droite et de déclinaison qu'on observe pendant la durée d'un passage. Le citoyen Messier a fait un grand nombre de ces observations, qu'il a bien voulu me communiquer. Elles se comparent au résultat du calcul avec une grande facilité, au moyen du tableau n° II.

Parmi ces observations, les plus sûres sont celles qui se font au méridien, parce que les instrumens sont placés d'une manière plus solide. Par trois fils bien d'accord entre eux, Pommard a trouvé que Mercure passoit 25"99 après le centre du Soleil, pendant 25"99 de temps sidéral, il passe au méridien 389"85 de l'équateur. Telle seroit la différence d'ascension droite entre Mercure et le centre du Soleil, si le Soleil n'avoit pas eu de mouvement dans l'intervalle des deux passages. Le mouvement est 145"17 pour une heure de temps moyen, et 144"9 pour une heure de temps sidéral : ainsi pour 26" il sera 1"05; et la différence observée d'ascension droite à oh o' 26", temps vrai, sera 388"80.

Pour réduire le temps vrai de mon observatoire au temps moyen de l'Observatoire national, j'en retranche

E : Т /- D : Е,Р Н Y .S I Q U : Е. : : 433
3' 48". Le temps moyen du passage de Mercure est
donc
Suivant le second ta-
bleau, la différence d'as-
cension droite à oh 5' 38" est + 352"37
A raison de 224"67 par
heure, le mouvement pour oh 9' o" sera + 33"70
Et la différence d'ascension droite cal-
culée
L'observation a donné
La correction de l'ascension droite cal- culée ne seroit que de
enter the seron que de
A Mirepoix, la différence des passages au méridien
a été observée de 25"9; et comme la différence des pa- rallaxes est presque insensible entre Mirepoix et Paris,
en se servant du tableau no II on aura pour différence
d'ascension droite, à 11h 58' 18", temps moyen à
Paris
Tandis que l'observation donne 387"5
Ainsi la correction d'ascension droite seroit + 7"7
Suivant l'observation du citoyen Messier, Mercure
1. T. 3. 55

434 MÉMOIRES DE MATHÉMATIQUES
suivoit le premier bord du
Soleil de
Le demi-diamètre du So-
leil en temps moyen est de 1' 6"3
La différence d'ascension
droite seroit donc 27"2 = 408" de degré.
La différ. calculée est de 386"
. + 22"
Le milieu entre ces trois
déterminations seroit + 10'8
A Mirepoix, le citoyen Vidal a trouvé 12' 30" de
différence de hauteur entre le bord inférieur du Soleil
et le centre de Mercure. J'ai trouvé précisément la
même chose avec un quart de cercle d'un mètre de
rayon, dont Lacaille se servoit pour toutes les hauteurs
correspondantes qu'on trouve dans l'ouvrage Astrono-
miæ fundamenta (1). Ainsi, pour l'instant du passage
au méridien, $dD \equiv 3'$ 22" \equiv 202".
Dans le tableau nº II on trouve,
pour oh 5' 38" $dD = -217^{9}$ 2
Mouvement pour 9' + 16"33
Différence de déclin. calculée
Observée
Correction de déclinaison — o''41

⁽¹⁾ Legentil, qui l'a depuis porté aux Indes, en parle dans le tome I de son Voyage, p. 387.

Par un milieu entre dix observations consécutives à la machine parallactique, j'ai trouvé qu'à 9h 36' 6", temps moyen, Mercure précédoit de 5"25 le second bord du Soleil; ce qui donne 78"75 de différence en ascension droite. Je les retranche de 996"68, demi-diamètre du Soleil en ascension droite : il reste 917"93. Le tableau nº II donne pour ce moment 911"9. La correction d'ascension droite est donc + 6"o. braze via han consoli

Je n'ai pas continué ces observations, qui n'étoient guère exactes qu'à o"5 de temps, parce que le vent agitoit un peu la lunette.

J'ai calculé de cette même manière treize observations du citoyen Messier; elles m'ont donné les quantités suivantes pour la correction d'ascension droite: + 11"1 + 38"4; 18"8; 17"6; 9"0; 15"4; 13"4; 17"4; 24"4; 9"3; 13"8; 11"3; 3"3. Par un milieu, + 15"6.

En réunissant, d'une part, les trois observations au méridien; de l'autre, ma série de dix observations, à la machine parallactique; et enfin, d'une troisième part, la série de Messier, le milieu sera encore + 10"8, comme celui des trois observations au méridien.

Le citoyen Messier a observé vingt-six fois la différence de déclinaison entre le bord supérieur du Soleil et le centre de Mercure. En les comparant à celles qui sont calculées dans le tableau nº II, j'ai trouvé pour correction du calcul — 10"3; — 12"4; — 4"6; — 1"9; -1''0; -0''4; -1''6; -2''6; +7''6; +0''8; +7''2; $+9^{\circ};+6^{\circ}8;+3^{\circ}5;+4^{\circ}2;+7^{\circ}5;-0^{\circ}8;-2^{\circ}3;$ + o''7; + 3''2; - 4''5; + 1''2; + 4''2; + 5'8; + 7''2;

436 MÉMOIRES DE MATHÉMATIQUES

— 1"0. Par un milieu, la correction sera de + 1"; c'est-à-dire qu'il faudra ajouter 1" à la déclinaison australe. Par mon observation au méridien, et par celle de Mirepoix, il faudroit ajouter 0"4. J'ai employé dans ces calculs le demi-diamètre tiré des tables, c'est-à-dire 15' 51"8; si j'employois le demi-diamètre observé, 15' 56", plus fort de 4"2, la correction de déclinaison seroit de 4"9: ce qui s'accorderoit moins mal avec la correction de latitude déduite de l'entrée et de la sortie.

Soient P et Q les différences observées d'ascension droite et de déclinaison, on aura, par les formules (44) et (46),

$$P = \frac{E. \sin. A - G. \cos. A}{\cos. D},$$
et $Q = E. \cos. A + G. \sin. A;$
d'où $dP = \frac{dE. \sin. A - dG. \cos. A}{\cos. D},$
et $dQ = dE. \cos. A + dG. \sin. A.$ (49)

Nous connoissons

$$dP = + 10''8$$
, et $dQ = + 0''7$, ou $- 0''7$, pour la déclinaison boréale : ainsi

$$dP. \ cos. \ D = 10''8. \ cos. \ 16° 53'$$

$$= dE. \ sin. \ 73° \ 28' \ 40''$$

$$- dG. \ cos. \ 73° \ 28' \ 40'',$$
et $dQ = -0''7 = dE. \ cos. \ A + dG. \ sin. \ A$

$$= dE. \ cos. \ 73° \ 28' \ 40''$$

$$+ dG. \ sin. \ 73° \ 28' \ 40'';$$

on
$$10''334 = 0.9587 \ dE \pm 0.2844 \ dG$$
, et $-0''7 = 0.2844 \ dE - 0.9587 \ dG$;

d'où $10''778 = dE + 0.2967 \ dG$
 $-2''461 = dE - 3.3710 \ dG$
 $13''239 = +3.6677 \ dG$;

 $dG = +\frac{13.239}{3.6677} = +3''612$, et $dE = +9''70$.

dG positif indique qu'il faut diminuer la latitude australe : ainsi la correction de latitude sera — 3"6; la correction de longitude, + 9"7.

Avec le diamètre observé, au lieu de — 0"7, nous aurions eu — 4"9; ce qui auroit donné

$$\begin{array}{c}
10''778 = dE + 0.2967 \ dG \\
-17''227 = dE - 3.3710 \ dG \\
\hline
28''005 = + 3.6677 \ dG; \\
dG = \frac{28.005}{3.6677} = 7''6358; \ dE = + 8''513.
\end{array}$$

Ainsi les corrections de longitude et de latitude seroient + 8"5 et - 7"6. On pourroit donc croire que le diamètre du Soleil, tiré des tables, est un peu trop foible. Si nous l'augmentions de 4"2, comme dans ces derniers cas, la durée du passage deviendroit plus longue. Pour savoir de combien nous pourrions employer les formules (23) et (24); mais puisqu'elles sont déja calculées, et nous ont appris que 5"656 de plus dans la distance au centre du Soleil produisoient 91"

438 MÉMOIRES DE MATHÉMATIQUES sur le temps de l'entrée et de la sortie, nous dirons 5"656: 91":: 4"2: 67"6, dont l'entrée calculée sera avancée, et la sortie retardée. En conséquence les équations de condition résultantes de la totalité des observations, se changeront en

La correction de longitude n'a changé que de 1"8 : ainsi elle paroît être assez surement d'environ + 11"; mais la correction de latitude a changé de plus de 10". La correction faite au demi-diamètre des tables est un peu forte; réduisons-la à 2" : l'effet sur l'entrée et la sortie sera $\frac{2 \times 91}{5.656} = \frac{91}{2.828} = 32"2$; les équations,

En ajoutant 2" au demi-diamètre des tables, on auroit $dQ = -2^n 7$: ainsi, pour déduire dE et dG de dP et dQ, on auroit

10.334 = 0.9587
$$dE$$
 + 0.2844 dG
2.7 = 0.2844 dE - 0.9587 dG
10.778 = dE + 0.2967 dG
- 9.493 = dE - 3.3710 dG
20.271 = + 3.6677 dG ;
 $dG = \frac{20.271}{3.6677} = 5"53 = -\pi$:
ainsi $\pi = -5"53$, et $\Pi = +12"84$.

Sans chercher à concilier mieux des observations qui ne sont, les unes ni les autres, d'une extrême précision, on peut s'arrêter à faire la correction de longitude géocentrique + 11"5, et ce résultat paroît certain; la correction de latitude géocentrique - 6; la correction du demi-diamètre solaire + 2": ces deux dernières corrections sont un peu incertaines; il en résultera qu'il faut ajouter environ 1' au lieu du nœud; enfin, que la correction de longitude héliocentrique de Mercure est — 14" — perturbations de Mercure — correction des tables solaires.

Il nous reste à examiner une autre espèce d'observation qu'on fait toujours quand les circonstances le permettent : c'est la plus courte distance des centres. Elle a été observée à Paris, à Mirepoix et à Berlin.

L'inspection du tableau no III fait voir que la

240. MÉMOIRES DE MATHÉMATIQUES

conjonction apparente a dû avoir lieu un peu après

1h 4' 3" de temps moyen. Pour l'avoir exactement, je

dis, 237"17: 3600":: 24"30: 368"85 = 6' 8"8

1h 4' 3"0

Temps de la conjonction apparente... 1h 10' 12"0

3600": 368"85:: 43"41: mouv. en lat. = 4"45

Latitude apparente à 1h 4' 3"....... 347"57

Latitude apparente en conjonction..... 352"02

Lat. appar. en conj. × cos. u = 352"02. cos. 10° 22' 18"

= 346"3

= plus courte distance

= 5' 46"3.

Plus courte distance \times tang. $u = 63^{\circ}4 = \text{élongation}$ au moment de la plus courte distance.

Cette élongation convertie en temps, en la multipliant par $\frac{3600}{237.17} = \frac{1^h}{mouv.\ hor.\ sur\ l'écliptique}$, donne 16' 2" à retrancher du temps de la conjonction, pour avoir celui de la plus courte distance; ainsi elle a dû être observée à oh 54' 10", temps moyen. Elle a été observée à oh 58', temps moyen; mais il est bien difficile de fixer ce moment avec exactitude, et d'ailleurs il a dû retarder sur le calcul de 3' environ, comme tous les autres. La plus courte distance observée est de 5' 54"5; ce qui donne 8"2 à ajouter à la latitude calculée.

A Berlin, on l'a observée de 5' 52" à 1h 42", temps

moyen. Pour trouver la conjonction apparente, je dis,

236"88: 3600":: 23"48: 356"84 = 5' 56"8 1^h 49' 48"0

Temps moyen de la conjonction, 1h 55' 45"o, t. m.

Temps de la plus courte distance, 1^h 40′ 35″0 Observée 1^h 42′ 0″0

Latitude en conjonct. $352^{"}75 = 0^{\circ} 5' 52^{"}75$ Plus courte distance $0^{\circ} 5' 46^{"}9$ Observée $0^{\circ} 5' 52^{"}0$

Correction de latitude + 5"1 A Mirepoix + 8"2

Ces observations ne s'accordent point du tout avec ce que nous avons trouvé jusqu'ici pour la correction de latitude.

Le citoyen Messier a trouvé, pour la plus courte distance, 5' 45".

Ce qui se rapproche sensiblement de ce que nous avons trouvé ci-dessus. La différence diminueroit encore si, comme il y a grande apparence, le citoyen Messier a employé, pour calculer la distance apparente, le diamètre du Soleil tel qu'il l'a observé le même jour, c'est-à-dire 31' 52"; ce qui donne pour le demi-diamètre 15' 56", c'est-à-dire 4"2 de plus. La correction de latitude seroit alors — 6"1. Ainsi l'observation de Messier ajoute encore un degré de probabilité au résultat auquel

nous nous sommes arrêtés ci-dessus. On voit aussi que ces observations ne s'accordent pas mieux entre elles que les autres, quoiqu'elles paroissent plus faciles, en ce qu'on a tout le loisir qu'il faut pour les bien faire.

On emploie quelquefois les passages de Mercure à déterminer les différences des méridiens. Le mouvement relatif est si lent, et les observations de l'entrée et de la sortie sont en conséquence si peu susceptibles de précision, qu'on ne doit recourir à ce moyen que faute d'autres. Le calcul est extrêmement simple, d'après ce qui précède.

Des formules (19) et (22) on tire

Entrée pour le centre de la Terre

 \equiv entrée observée - 15.823 Π - 3.0158 π ;

Sortie pour le centre de la Terre

= sortie observée - 13.687 Π + 8.4645 π . . (50)

Ainsi, en calculant les parallaxes Π et π pour les instans des observations, on réduira les observations à ce qu'elles auroient été, faites du centre de la Terre. Quand on en aura fait le calcul pour deux lieux différens, on aura l'entrée et la sortie comptées en temps des deux lieux. La comparaison donnera donc la différence des méridiens. On la reconnoîtra par la sortie et par l'entrée, indépendamment l'une de l'autre, et l'on prendra un milieu. Je vais en donner un exemple.

ET DE PHYSIQUE. 443
J'ai observé la sortie à 4 ^h 39′ 35″
Temps les plus voisins du tableau nº II, 4h 5' 38"
Différence
Pour l'entrée, qui suit de 13' 1" le temps du premier
calcul, je prends les parallaxes, qui sont + 1"681 et
+ 4"735; je multiplie la première par — 15"823, et la
seconde par — 3"0158. Les produits sont
- 26"6 et - 14"25; la somme 41"
retranchée de l'entrée observée, donne,
pour le centre de la Terre, 9 ^h 17' 57"
Pour la sortie, les parallaxes sont — 5"535 et + 3"237.
Je multiplie la première par — 13"687, et l'autre par
+ 8"4645. Les produits sont + 1' 15"69
et + 28"4; la somme est + 1' 44"
et la sortie, pour le centre de la Terre,
en temps moyen de Paris, 4 ^h 41' 19"
Je fais un calcul pareil pour Berlin, où l'on a ob-
servé l'entrée à
Effet des parallaxes — 13"61
Pour le centre de la Terre, temps de
Berlin
Différence des méridiens par l'en-
tréeoh 43′ 34″o

444 MÉMOIRES DE MATHÉMAT	10	UES
Sortie pour Berlin, observée à	$5^{\rm h}$	23′ 48″o
Effet des parallaxes	+	1' 23"5
	ᆉ	0' 31"4
Centre de la Terre, temps de Berlin,	5 ^h	25′ 43″o
Différence des méridiens par la sortie, Par l'entrée		
Différence des méridiens par un mi-		
lieu,	o^{h}	43′ 59″o
On suppose ordinairement cette diffé-		
rence	oh	44′ 10″0
Erreur		11"0

Cette erreur est dans la limite de celle des observations. On voit en effet que, dans la même ville, des observateurs diffèrent entre eux d'une quantité plus considérable, comme il est arrivé à Paris : ce qu'on peut attribuer au temps nébuleux que nous avons eu.

Les formules (22) et (25) pourroient encore servir à déterminer la parallaxe. Soit en effet P la différence des parallaxes horizontales, Π sera mP, et π , nP, m et n étant des coefficiens dont les valeurs se trouvent par les formules (26) et (27).

Les formules (50) deviendront:

Entrée pour le centre de la Terre

= entrée observée — 15.823 mP

- 3.0158 nP;

Sortie pour le centre de la Terre

= sortie observée — 13.687 m'P

+ 8.4645 n'P;

Durée pour le centre de la Terre = sortie observée — entrée observée — $(13.687 \ m' \ - \ 15.823 \ m) \ P + (8.4645 \ n' \ + \ 3.0158 \ n) \ P$ $= durée observée — <math>(13.687 \ m' \ - \ 15.823 \ m) \ P + (8.4645 \ n' \ + \ 3.0158 \ n) \ P.$

Une autre durée observée dans un autre pays donnera également,

Durée pour le centre de la Terre

= durée observée

- (13.687 m'' - 15.823 m'') P

+ (8.4645 n'' + 3.0158 n'') P.

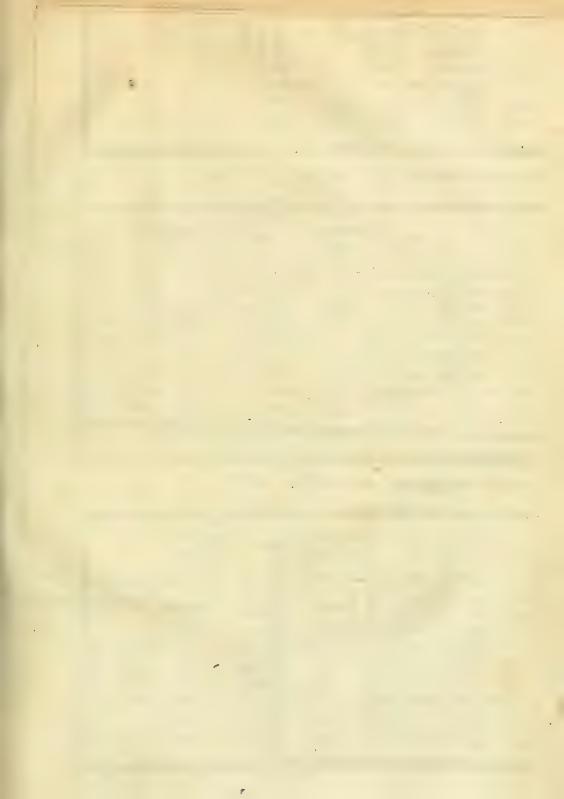
Ces deux durées, réduites, doivent être égales. On aura donc

o = première durée observée - seconde durée observée - (13.687 m' - 15.823 m) P + (8.4645 n" + 3.0158 n) P + (13.687 m" - 15.823 m") P - (8.4645 n" + 3.0158 n") P; et $P = \frac{seconde durée observée - première durée observée}{13.637 (m'''-m') + 15.823 (m-m'') + 8.4645 (n'-n'') + 3.0158 (n-n'')}$. (51)

Les passages de Mercure sont peu propres à donner avec exactitude la parallaxe du Soleil, qui est plus grande que la différence P des parallaxes; et, dans les observations qui nous sont parvenues, les différences de durée sont si petites qu'elles sont dans les limites des erreurs qu'on a pu commettre en observant : ainsi elles pourroient donner une parallaxe nulle ou négative.

Je n'appliquerai donc pas cette formule au dernier passage; mais on pourroit l'employer pour calculer les passages de Vénus: bien entendu pourtant qu'il faudroit substituer aux coefficiens numériques 15.823, 13.683, 8.4645 et 3.0158, les coefficiens fournis par le passage qu'on calculeroit. Les formules (18) et (22) donnent l'expression analytique de ces coefficiens.

En adoptant les corrections de longitude et de latitude géocentrique déterminées ci-dessus, c'est-à-dire + 11"5 et - 6", on trouvera, d'après le tableau n° I, qu'à 1h 5' 38" l'élongation pour le centre de la Terre, au lieu d'être o, est + 11"5, et qu'ainsi, à raison du mouvement horaire 235"943, la conjonction a dû arriver 2' 55"5 plus tard, c'est-à-dire à 1h 8' 34". En 2' 55"5 le mouvement du Soleil est 7"064: ainsi la longitude vraie du Soleil, comptée de l'équinoxe moyen, et dégagée de l'aberration, étoit . . 1s 16° 54' 26"8



a la conj. vrau	Temes motes a Pris.	R on de tance	r ou betin e i a ov d. Mere re	7.	Matterior herace of	Modern F hornes Medice	Netraneri Large relatif.	M. CVINENT borare en latitude la generação
- 4' - 3 - 2	10 5 13		9.6561618 9.67621-2 9.676-26	96.15 97 96.19113	114 915 913 911	,3 x 102 4 x p. (*) 4 x p. (*)	292 159 21,20,1 21,9819	£3',430 4-3 3-6
- i	2 5 33	43387 43428	9.6566888	9 6123417	900 903 932	434 1 1	\$5,731 \$9,23 \$9,216	34) 341 293
+ 3 + 4	3 3 13 4 5 31 5 5 55	43470 43511 43553	9.6567942 9.6568996 9.6570000	9.6020497	E 474 8,6	411 6,6	250 550	265
	1					G	Morristar	Netvenent
DISTANCE	Тамез мотеп д Рассэ	S contration	I tatitude tiellocentrique,	1- (/ R) · cos · d	E élorgation.	latitude géocentrique.	herare en longitude green tong e	horrie in to the e
= 5	9 5 48 18 5 13 11 5 38	3159 705 869 718 609 400	213 769 A 267,199 320,602	9.741, 9	+ 948 %	0 21240	277 818 217 874 217 874	43 + 3 4-3 633
+ 1	o 5 33 i 5 33 s 5 33	- 100 (31 0 100 + 289.423	3-3 978 427.327 486 (48	9-112119	+ 230 g.	342.319	233.913 233.913 235.914	6.3
+ : + 3 + 4	3 5 58 4 5 78 5 5 73	578.639 867.648 + 1156.448	513 941 587,206 64, 643	9-7409088 9-7409088 9-408283	707.92	707.921 479.102 236.026 - 943.947 52213		640
	Tames moran	LONGIT, VIAIR	O. MOUVEM	DISTANCE			E' ou £te	on G 1 7 STIT
a la	7	comptée de l'équinose moven.	propre de Merc.	occourcie de Mercure à la Terre.		Mercure. en lat	ATION appar p	ur oprjur le crite
- 4' - 3 - 2	9 5 38 10 5 33 11 5 38	1° 16° 44′ 40″ 18 47 - 5 16 49 30 01	3 90,938 6 90,938	9.7458156 - lai 6510	- 19.855	+ 6 851 - 3	+ 9-0 1 -3+2 3 49 4	01 014.173 13 057 045
- 1 0 + 1 + 2	0 1 5 3 2 5 3 3 3 3 8	51 54 9 54 19 8	40 91 000 40 91 000	5-0- 4919 4143		55 56 57	$ \begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	61 14. 936 5. 335 553
+ 3	4 5 38 5 5 33	1 17 3 57 4	41 93 105	26-1 1891	19 805	+ 6.860 - 3	651 3	5~ 475.818
So	Sortie du cent		centre de la '	Тегге		5 38' ± 9 5 38' ± 28'		
		Entede appar	rente = 9h 15 rente = 4h 37	19"2 + 15. 135"4 + 13.	823 n + 3.01 687 n' - 8.46			

			,		
				-	
2.	7. 3.	P. 447.			

Distance à la conj. vraie.	TEMPS nioyen a Paris	Diametra de Mercure	Direga.	of on Ascans	Ca (0 + I ,	Pacificas de . Le tude	In the latter	I characte and approved	Garante a parente.	M. Corn.	More e e 1 r 1 r 1 and de
- 4 - 3 - 2 - 1 0 + 1	9' 5 36 10 5 W 11 5 36 0 5 W 1 5 38 2 5 38	314 316 318 320 323	7 083 091 094 094 007 100 103	10 18 1 16 18 46 71 41 14 14 19 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10	52 59	+ 1 ånn + 0 1012 - 0.012 - 1.249 - 2.121 - 3.72- - 44492	+ 48 , 36, 3 916 3 633 3 635	4,8 361 261 37, + 24 210 - 212,809	201 (1) 201 (1)	231 (42) 237 (43) 237 (43) 237 (43)	51+1
+ 3 + 4	4 5 3 5 5 38	326	108 111 TEMPS DIOSCO	100 53 33 121 06 2	55 41 56 7	- 5.03 5.05. Différence d'ascensio	Mou E	C26.509	4-5 gin 522 -95 Macura.	236 66 2	
		- ‡ - 3 - 2	98 5 38" 10 5 38 11 5 38	10° (8' 50' 19 5 19 5)	73° 25' 52" 26 31 27 15	droite. + 1006' 801. 577	63 224 6	5 + 108"4 - 02 - 109 0	6 105"no 1 105 no 1 105 no	-	
		- 1 0 + 1 + 2 + 3 + 4	0 5 38 1 5 38 2 5 73 3 5 7. 4 5 38 5 5 38	21 16 23 9 25 25 27 +3 30 15	77 59 20 41 29 23 75 5 15 43 31 36	+ 1°7 - 96 321 545 - 769	71 86 24 22 J.1		109 12		,

TABLEAU des mouvemens apparens pour Mirepoix. Nº III.

DISTANCE TEMPS MO à la com, vraic Mirepoi	n lo u	п	Y.	£ .	Mouvement horaire.	G	Motivament hotaire	2.6
-4' 6' 6' 6' 6' 6' 6' 6' 6' 6' 6' 6' 6' 6'	3" 1° 12' 33" 3 16 15 1 3 1 17 29 3 46 19 57 3 61 22 25 3 61 22 25 3 76 25 53 3 91 27 21 106 29 49 3 121 32 17	+ 2'45 + 1.31 + 023 - 1.06 - 2.36 - 3.67 - 4.67 - 5.51 - 6.07	+ 4"10 3.56 3.77 2.95 2.63 2.43 2.78 2.16 2.60	+ 972"52 735.71 498.68 -61.51 + 2,30 - 212.87 -449.2 -606.79 - 923.36	224'.45 59 67 66 57 38 224:14 223.66	30,000 01 200.03 261.11 301,007 07 09 09 09 09 09 09 09 09 09 09 09 09 09	4) 03 05 17 29 41 58	10 17 17 17 19 19 10 15 18 10 25 17 18 10 25 2 2 17 27 11 10 50 10

Tableau des mouvemens apparens pour Berlin. Nº IV.

Distance i la conj. state	TEMPS MOTEN Berlin.	Af ou asc. dr milien du ciel.	n.	τ.	L'.	Mouvement horaite.	<i>c</i> .	Mouvement horaire,	4.
- 4° - 3 - 2	9 ^h 49' 48" 10 49 48 11 49 48	12° 38′ 48″ 27 41 16 43 43 44	+ 0'95 0 00 - 1 05	+ 4 79 4 37 4.00	+ 971″07 734.30 497.40	236″~7 90 97	175"40 218.48 261 74	43°08 26 30	10 18 43
- I 0 + I	0 49 48 1 49 48 2 49 48	57 46 13 -2 48 49 87 51 8	2.14 3.18 4.12	3.53 3.45	260 43 + 23 48 - 213.40	95 88 72	3 ₁ 8 ₁ 3 3 ₁ 2.00	43 57 67	10 25 19
+ 2 + 3 + 4	4 49 48	102 53 36 117 56 4 132 58 32	4.87 5.40 5.66	3.49 3.65 3.91	450.12 686.66 — 922.95	54 29	435.6 ₇ 479.47 523.38	80 91	10 30 12

ET DE PHY SIQUE. 447
Latitude vraie géocentrique, cal-
culée pour 1h 5' 38" 348"219
Correction des tables 6"o
Mouvement pour 2' 55"5 + 2"126
Latitude géocentrique corrigée,
en o 344"345
Latitude héliocentrique en con-
jonction
Longitude du nœud

L'observation ne donne véritablement que l'instant où la différence de longitude étoit nulle. Quant à la longitude absolue de Mercure, elle est affectée de l'erreur des tables solaires. Il en est de même de la longitude du nœud, parce que l'observation ne donne que la distance au nœud pour l'instant de la conjonction.

(Voyez les quatres tableaux ci-joints.)

Séries nouvelles, exactes et directes, pour les parallaxes de longitude, de latitude, d'ascension droite, de déclinaison et de hauteur.

Soient A la longitude d'un astre, Δ sa distance vraie au pôle de l'écliptique, N la longitude nonagésime, h sa hauteur, P la parallaxe horizontale, Π la parallaxe de longitude, π la parallaxe de latitude, et p celle de hauteur.

On sait que sin. $\Pi = \frac{\sin P. \sin h. \sin (A - N + \Pi)}{\sin \Delta}$;

donc $\sin \cdot \Pi = \frac{\sin \cdot P \cdot \sin \cdot h \cdot \sin \cdot (A-N) \cdot \cos \cdot \Pi + \sin \cdot P \cdot \sin \cdot h \cdot \cos \cdot (A-N) \cdot \sin \cdot \Pi}{\sin \cdot \Delta};$ donc $\sin \cdot \Delta \cdot \sin \cdot \Pi - \sin \cdot P \cdot \sin \cdot h \cdot \cos \cdot (A-N) \cdot \sin \cdot \Pi$ $= \sin \cdot P \cdot \sin \cdot h \cdot \sin \cdot (A-N) \cdot \cos \cdot \Pi;$ ou $\sin \cdot \Delta \cdot \tan g \cdot \Pi - \sin \cdot P \cdot \sin \cdot h \cdot \cos \cdot (A-N) \cdot \tan g \cdot \Pi$ $= \sin \cdot P \cdot \sin \cdot h \cdot \sin \cdot (A-N);$ ou $\tan g \cdot \Pi = \frac{\sin \cdot P \cdot \sin \cdot h \cdot \sin \cdot (A-N)}{\sin \cdot \Delta - \sin \cdot P \cdot \sin \cdot h \cdot \cos \cdot (A-N)};$ $= \frac{(\sin \cdot P \cdot \sin \cdot h)}{\sin \cdot \Delta - \sin \cdot P \cdot \sin \cdot h \cdot \cos \cdot (A-N)};$ $= \frac{(\sin \cdot P \cdot \sin \cdot h)}{\sin \cdot \Delta - \sin \cdot P \cdot \sin \cdot h \cdot \cos \cdot (A-N)};$ $= \frac{(\sin \cdot P \cdot \sin \cdot h)}{\sin \cdot \Delta - \sin \cdot A - N)};$ $= \frac{(\sin \cdot P \cdot \sin \cdot h)}{\sin \cdot \Delta - \sin \cdot A - N};$ $= \frac{(\sin \cdot P \cdot \sin \cdot h)}{\sin \cdot \Delta - \sin \cdot A - N};$ $= \frac{(\sin \cdot P \cdot \sin \cdot h)}{\sin \cdot \Delta - \sin \cdot A - N};$ $= \frac{(\sin \cdot P \cdot \sin \cdot h)}{\sin \cdot \Delta - \sin \cdot A - N};$ $= \frac{(\sin \cdot P \cdot \sin \cdot h)}{\sin \cdot \Delta - \sin \cdot A - N};$ $= \frac{(\sin \cdot P \cdot \sin \cdot h)}{\sin \cdot \Delta - \sin \cdot A - N};$ $= \frac{(\sin \cdot P \cdot \sin \cdot h)}{\sin \cdot \Delta - \sin \cdot A - N};$ $= \frac{(\sin \cdot P \cdot \sin \cdot h)}{\sin \cdot \Delta - \sin \cdot A - N};$ $= \frac{(\sin \cdot P \cdot \sin \cdot h)}{\sin \cdot \Delta - \sin \cdot A - N};$ $= \frac{(\sin \cdot P \cdot \sin \cdot h)}{\sin \cdot \Delta - \sin \cdot A - N};$ $= \frac{(\sin \cdot P \cdot \sin \cdot h)}{\sin \cdot \Delta - \sin \cdot A - N};$ $= \frac{(\sin \cdot P \cdot \sin \cdot h)}{\sin \cdot \Delta - \sin \cdot A - N};$ $= \frac{(\sin \cdot P \cdot \sin \cdot h)}{\sin \cdot \Delta - \sin \cdot A - N};$ $= \frac{(\sin \cdot P \cdot \sin \cdot h)}{\sin \cdot \Delta - \sin \cdot A - N};$ $= \frac{(\sin \cdot P \cdot \sin \cdot h)}{\sin \cdot \Delta - \sin \cdot A - N};$ $= \frac{(\sin \cdot P \cdot \sin \cdot h)}{\sin \cdot \Delta - \sin \cdot A - N};$

Cette équation est de la même forme que celle de la page 111 de mon Mémoire sur la détermination de la méridienne. On aura donc

$$\Pi = \frac{1}{\sin n'} \left(\frac{\sin P \cdot \sin h}{\sin \Delta} \right) \cdot \sin \cdot (A - N)$$

$$+ \frac{1}{2 \sin n'} \left(\frac{\sin P \cdot \sin h}{\sin \Delta} \right)^2 \cdot \sin \cdot 2 \cdot (A - N)$$

$$+ \text{ etc.} \qquad (53)$$

La loi de cette série est évidente. Les trois premiers termes suffiront toujours, et souvent même le troisième sera insensible. Il n'entre dans cette expression que des quantités vraies; ainsi elle est directe.

J'ai aussi démontré que pour la parallaxe de lati-

tude m, on a

$$sin. \ \pi = \frac{\left(sin. P. \cos. h. \sin. (A - N + \Pi)\right)}{sin. (A - N)}$$

$$-\frac{sin. \Pi. \cos. \Delta. \cos. (A - N + \frac{1}{2}\Pi)}{sin. (A - N)}. sin. (\Delta + \pi)$$

$$= q sin. (\Delta + \pi);$$

donc sin. $\pi = q$. sin. Δ . cos. $\pi + q$. cos. Δ . sin. π ; d'où tang. $\pi - q$. cos. Δ . tang. $\pi = q$. sin. Δ : donc tang. $\pi = \frac{q \cdot \sin \Delta}{1 - q \cdot \cos \Delta}$, équation de même forme que la valeur de tang. II. Donc

$$\pi = \frac{1}{\sin_{1} 1''} (q). \sin_{1} \Delta + \frac{1}{2 \sin_{1} 1''} (q)^{2}. \sin_{1} 2 \Delta$$

$$+ \frac{1}{3 \sin_{1} 1''} (q)^{5}. \sin_{1} 3 \Delta + \text{etc.} \dots (55)$$

Ainsi, en faisant

$$q = \frac{\sin P. \cos h. \sin (A - N + \Pi) - \sin \Pi. \cos \Delta. \cos (A - N + \frac{\pi}{2}\Pi)}{\sin (A - N)}$$

on aura m par une formule exacte et directe.

J'ai encore prouvé que le sinus de la parallaxe de latitude est exactement

sin.
$$\pi = \sin P$$
. cos. h. sin. $(\Delta + \pi)$

- sin. P. sin. h. cos. $(A - N + \frac{1}{2}\Pi)$

sec. $\frac{1}{2}\Pi$. cos. $(\Delta + \pi)$

= sin. P. cos. h. sin. Δ . cos. π

+ sin. P. cos. h. cos. Δ . sin. π

- sin. P. sin. h. cos. $(A - N + \frac{1}{2}\Pi)$

sec. $\frac{1}{2}\Pi$. cos. Δ . cos. π

+ sin. P. sin. h. cos. $(A - N + \frac{1}{2}\Pi)$

sec. $\frac{1}{2}\Pi$. sin. Δ . sin. π . (56)

d'où

tang.
$$\pi = \sin P$$
. $\cos h$. $\cos \Delta$. $\tan g$. π

$$+ \sin P$$
. $\sin h$. $\cos (A - N + \frac{1}{2}\Pi)$

$$\sec \frac{1}{2}\Pi$$
. $\sin \Delta$. $\tan g$. π

450 MÉMOIRES DE MATHÉMATIQUES

+ sin. P. cos. h. sin. Δ

- sin. P. sin. h. cos. (A — N + ½ Π)

sin. P. sin. h. cos. $(A - N + \frac{1}{2}\Pi)$ sec. $\frac{1}{2}\Pi$. cos. Δ ;

et t_{S} . $\pi = \frac{\sin P. \cos h. \sin \Delta - \sin P. \sin h. \cos (A - N + \frac{1}{2}\Pi). \sec \frac{1}{2}\Pi. \cos \Delta}{1 - \sin P. \cos h. \cos \Delta - \sin P. \sin h. \cos (A - N + \frac{1}{2}\Pi). \sec \frac{1}{2}\Pi. \sin \Delta}$

$$= \frac{m. \sin. \Delta - n. \cos. \Delta}{1 - m. \cos. \Delta - n. \sin. \Delta}$$

$$= \frac{m. (sin. \Delta - \frac{n}{m}. cos. \Delta)}{1 - m. (cos. \Delta + \frac{n}{m}. sin. \Delta)}$$

$$= \frac{m. (sin. \Delta - tang. x. cos. \Delta)}{1 - m. (cos. \Delta + tang. x. sin. \Delta)}$$

$$\frac{\frac{m}{\cos x} \cdot (\sin \Delta \cdot \cos x - \sin x \cdot \cos \Delta)}{1 - \frac{m}{\cos x} \cdot (\cos \Delta \cdot \cos x + \sin x \cdot \sin \Delta)}$$

$$\frac{\frac{m}{\cos x} \cdot \sin \cdot (\Delta - x)}{1 - \frac{m}{\cos x} \cdot \cos \cdot (\Delta - x)}$$

Soit donc

tang.
$$x = \frac{n}{m} = \frac{\sin P. \sin h. \cos (A - N + \frac{1}{4} \Pi). \sec \frac{1}{4} \Pi}{\sin P. \cos h}. \sec \frac{1}{4} \Pi$$

= tang. h. cos. $(A - N + \frac{1}{4} \Pi). \sec \frac{1}{4} \Pi$;

et vous aurez

$$\pi = \frac{1}{\sin_{1} 1''} \left(\frac{\sin_{1} P. \cos_{1} h}{\cos_{1} x} \right) \sin_{1} (\Delta - x)$$

$$+ \frac{1}{2 \sin_{1} 1''} \left(\frac{\sin_{1} P. \cos_{1} h}{\cos_{1} x} \right)^{2} \cdot \sin_{1} 2 \left(\Delta - x \right)$$

$$+ \frac{1}{3 \sin_{1} 1''} \left(\frac{\sin_{1} P. \cos_{1} h}{\cos_{1} x} \right)^{3} \cdot \sin_{1} 3 \left(\Delta - x \right) + \text{etc.}$$

expression qui, comme la précédente, est exacte et directe, et qui, comme elle, s'applique, suivant son signe, à la distance au pôle boréal.

Pour la parallaxe de hauteur, soient p cette parallaxe, D la distance vraie au zénith : on a

Si l'on fait h = hauteur de l'équateur, A = ascension droite de l'astre, N celle du milieu du ciel, Δ la distance au pôle de l'équateur, Π deviendra la parallaxe d'ascension droite, et π celle de distance au pôle boréal de l'équateur.

La formule (26) est le développement du premier terme de la série n° (53).

452 MÉMOIRES DE MATHÉMATIQUES

En effet,
$$\frac{P. \sin. h}{\sin. \Delta}$$
. $\sin. (A - N)$

$$= \frac{P}{\sin. \Delta} \cdot \frac{\cos. M. \cos. H.}{\cos. N} \cdot (\sin. A. \cos. N - \cos. A. \sin. N)$$

$$= \frac{P. \cos. H. \sin. A. \cos. M}{\sin. \Delta}$$

$$= \frac{P}{\sin. \Delta} \cdot (\cos. H. \cos. A. \cos. M) \cdot tang. N$$

$$= \frac{P. \cos. H. \sin. A. \cos. M}{\sin. \Delta} \cdot (\cos. \omega. tang. M + \frac{\sin. \omega. tang. H}{\cos. M})$$

$$= \frac{P. \cos. H. \sin. A. \cos. M}{\sin. \Delta} \cdot (\cos. \omega. \cos. H. \cos. A. \sin. M)$$

$$= \frac{P. \cos. H. \sin. A. \cos. M}{\sin. \Delta} \cdot \frac{P. \cos. \omega. \cos. H. \cos. A. \sin. M}{\sin. \Delta}$$

$$= \frac{P. \sin. \omega. \sin. H. \cos. A}{\sin. \Delta}$$

Mettez L au lieu de A, et vous aurez la formule (26). On voit qu'elle n'est juste que jusqu'aux quantités du second ordre près.

La formule (27) est la formule ordinaire de parallaxe en latitude, de laquelle on a éliminé le nonagésime et sa hauteur. On a donc

$$\pi = P. \cos. h. \sin. (\Delta + \pi) - P. \sin. h. \cos. (\Delta + \pi).$$

$$\cos. (A - N)$$

$$= (P. \cos. \omega. \sin. H - P. \sin. \omega. \cos. H. \sin. M).$$

$$\sin. (\Delta + \pi)$$

$$- P. \cos. (\Delta + \pi). \frac{\cos. H. \cos. M}{\cos. N}. (\cos. A. \cos. N)$$

$$+ \sin. A. \sin. N)$$

- $= (P. \cos. \omega. \sin. H)$
- P. sin. ω . cos. H. sin. M). sin. $(\Delta + \pi)$
- P. cos. $(\Delta + \pi)$. cos. H. cos. M. (cos. A + sin. A. tang. N)
- \equiv (P. cos. ω . sin. H
- P. sin. ω . cos. H. sin. M). sin. $(\Delta + \pi)$
- P. cos. ($\Delta + \pi$.) cos. H. cos. A. cos. M
- P. cos. $(\Delta + \pi)$. cos. H. sin. A. cos. M. (cos. ω .

tang.
$$M + \frac{\sin \omega \cdot \tan g \cdot H}{\cos M}$$

- $= P. \cos. \omega. \sin. (\Delta + \pi). \sin. H$
- P. sin. ω . sin. $(\Delta + \pi)$. cos. H. sin. M
- P. cos. $(\Delta + \pi)$. cos. H. cos. A. cos. M
- P. cos. ω . cos. $(\Delta + \pi)$. cos. H. sin. A. sin. M
- P. sin. ω . cos. $(\Delta + \pi)$. sin. H. sin. A.

Mettez cos. G et sin. G au lieu de sin. $(\Delta + \pi)$ et cos. $(\Delta + \pi)$, et vous aurez les cinq premiers termes de la formule (27). J'y ai ajouté la série

$$-\frac{1}{2}$$
 Π . tang. $\frac{1}{2}$. Π . sin. 2 G
 $\frac{1}{2}$ Π . $\frac{1}{2}$. tang³. $\frac{1}{2}$ Π . sin. 4 G — etc.

pour tenir lieu du troisième terme que Carouge a ajouté à cette formule. Cette série n'est d'aucun effet, ni pour Mercure, ni pour Vénus.

Les formules de cette dernière section serviront pour la lune : parmi les autres formules, quelques unes pourroient servir dans les éclipses, mais avec des attentions dont je parlerai dans une autre occasion.

MÉMOIRE

Sur une nouvelle table méthodique de la classe des oiseaux,

Par le citoyen LACÉPEDE.

Lu le 6 fructidor an 6:

Tour le monde connoît les travaux de Ray, de Klein, de Linné, de Brisson, de Buffon, de Daubenton, de Cuvier, et d'autres célèbres naturalistes, sur les rapports et la distribution méthodique des diverses espèces ou du moins des différens genres de la classe des oiseaux. En réunissant cependant les observations que j'ai faites pendant plusieurs années dans le Muséum national d'histoire naturelle, où j'ai dû, pour remplir les fonctions dont j'étois chargé, examiner, reconnoître et comparer le plus grand nombre d'oiseaux que l'on ait jamais rassemblés, et en rapprochant les réflexions qu'elles m'ont suggérées, de celles qui m'ont été inspirées dans mes cours par l'envie de rendre l'étude de l'histoire naturelle de plus en plus facile; j'ai vu que l'état actuel des connoissances relatives à l'ornithologie permettoit et exigeoit même que l'on s'occupât d'une nouvelle méthode de classer les oiseaux, qui, en répondant, par sa précision

et par sa simplicité, à la quantité déja très-augmentée des espèces connues, en fît distinguer aisément tous les caractères, et qui, d'un autre côté, pouvant être appliquée sans peine à celles qui ne sont pas encore découvertes, dispensât à l'avenir les naturalistes d'une sorte de refonte générale dans leurs idées, ainsi que dans une partie de leur langue, et ne leur demandât que des additions plus ou moins considérables.

Tel est le but du travail que je présente à la classe des sciences physique et mathématiques, et qui a servi de base à l'enseignement de l'ornithologie dans le cours de zoologie que je viens de terminer.

En composant le tableau que je mets sous les yeux de mes collégues, mon premier desir a été de donner un moyen prompt et facile de rapporter un oiseau à son genre et à son espèce; mais je n'en ai pas moins souhaité que les animaux désignés sur cette table y fussent inscrits de manière que leur rapprochement ou leur éloignement fussent déterminés par le nombre de leurs ressemblances ou de leurs différences, ou, ce qui est la même chose, que leurs places fussent en quelque sorte des indications de leurs rapports naturels. Cependant ces rapports, pris dans toute leur étendue, se composent des formes intérieures aussi bien que des formes extérieures; ils comprennent d'ailleurs les habitudes et les mœurs, qui ne sont que les résultats de l'ensemble de la conformation; et dans un tableau destiné à faire reconnoître l'espèce des individus que l'on peut vouloir examiner, non seulement lorsqu'après leur mort ils font

partie des collections d'histoire naturelle, mais encore lorsqu'ils jouissent de la vie et de toutes leurs facultés, on ne doit avoir recours qu'aux formes que l'on peut voir sans blesser l'animal; on ne doit employer que la comparaison des organes extérieurs.

En conséquence, j'ai dû rechercher les liaisons plus ou moins nécessaires qui existent entre tel organe externe et telle forme intérieure, ainsi que telle ou telle habitude. Suivant que chacun des organes extérieurs m'a paru, par sa nature, ou par sa coexistence constante avec un ou plusieurs des organes internes, influer plus ou moins puissamment sur la manière de vivre de l'animal, je l'ai regardé comme pouvant fournir une série de signes propres à établir une première, ou une seconde, ou une troisième, ou une quatrième échelle de caractères; mais pour être moins exposé à me tromper dans l'application de ces principes, j'ai de plus considéré séparément les diverses parties de ces organes extérieurs.

A mesure que chacune de ces portions s'est montrée comme exerçant plus ou moins d'empire sur les habitudes, j'ai cru devoir la placer au premier, au second, au troisième ou au quatrième degré de l'échelle due à l'organe auquel elle appartenoit; j'ai pensé devoir combiner ces échelles et ces degrés, de telle sorte qu'en séparant successivement les oiseaux en groupes de plus en plus petits, jusqu'à ce que je fusse arrivé à l'exposition des genres, des sous-genres et des espèces, le premier partage fût déterminé d'après le premier degré de la première échelle; le second, d'après le premier

degré de la seconde, ou le second de la première; le troisième, d'après le premier degré de la troisième échelle, ou le second de la seconde, ou le troisième de la première, et ainsi de suite, et que l'on ne vît jamais ensemble, pour désigner une séparation, ni deux degrés de différent nom d'une même échelle, ni deux degrés de même nom de deux échelles différentes. On sentira aisément la raison de ce plan.

J'ai donc jeté les yeux sur l'ensemble formé par toutes les espèces d'oiseaux déja décrites par les naturalistes. J'ai cru devoir commencer par examiner leurs pieds. A la vérité, ces organes de mouvement n'influent directement que très-peu sur un des attributs les plus remarquables des oiseaux, sur la faculté de voler; mais ils déterminent leurs habitudes dans des fonctions bien importantes, ainsi que pendant des temps bien plus longs que ceux qui sont employés par ces animaux à se transporter, au milieu des airs, d'un endroit à un autre : ils assignent, si je puis parler ainsi, le lieu du repos, du sommeil, du nid, de la ponte, de la couvée. Suivant la forme des pieds, cet asyle est, en effet, au sommet des arbres, ou dans des buissons peu élevés, ou sur la terre sèche, ou au milieu de marais fangeux, ou sur des rivages inondés, ou sur la surface même des lacs et des mers : et d'ailleurs on aperçoit facilement les grands rapports de la forme des pieds avec la manière d'attaquer ou de se défendre, et la nature de l'aliment préféré par l'oiseau. La reference par l'oiseau.

J'ai vu que la jambe proprement dite étoit garnie 1. т. 3. 58

de plumes dans plusieurs oiseaux, et dénuée en trèsgrande partie de plumes dans d'autres, et que de plus les doigts n'étoient réunis, d'un bout à l'autre, par une large membrane, que dans quelques-uns de ces animaux. Cette double modification, très-visible, très-constante, indépendante de l'âge, du sexe, du pays et de la saison, ne m'a paru rapprocher ou écarter, par sa présence ou son absence, que des oiseaux liés les uns avec les autres par un très-grand nombre de ressemblances, ou divisés par des différences très-nombreuses; je l'ai considérée comme appartenant au premier degré de la première échelle; je m'en suis servi pour faire le premier partage des oiseaux : j'ai formé deux sous-classes. J'ai placé dans la première ceux qui ont le bas de la jambe garni de plumes, et dont les doigts ne sont pas réunis d'un bout à l'autre par une large membrane; j'ai mis dans la seconde ceux qui ont le bas de la jambe sans plumes, ou dont une large membrane réunit les doigts dans toute leur longueur; et j'ai remarqué avec plaisir que ce premier pas dans un ensemble de signes de reconnoissance, ou, ce qui est la même chose, dans une méthode artificielle et indicatrice, contrarioit si peu l'ordre naturel, que déja j'avois exclusivement, d'un côté, tous les oiseaux appelés coureurs, les oiseaux de rivage, les oiseaux d'eau, et les oiseaux d'eau latirèmes : pendant que, dans l'autre sous-classe, je comptois exclusivement aussi les gallinacées, les platypodes ou oiseaux dont le dessous du pied est large, mais que l'on a mal à propos nommés marcheurs, les paresseux, les oiseaux de proie et les grimpeurs. Au reste, je n'ai pas besoin de faire observer que la première séparation de la classe entière des oiseaux n'étant fondée que sur l'absence ou la présence des plumes du bas de la jambe, ou d'une membrane trèslarge entre les doigts, elle est applicable à toutes les espèces qui sont encore inconnues, puisque toutes celles que l'on pourra découvrir devront avoir nécessairement les pieds palmés ou non palmés, et le bas de la jambe garni ou dénué de plumes.

J'ai ensuite examiné de plus près les pieds des oiseaux de la première sous-classe : j'ai observé la disposition de leurs doigts; j'ai vu ces doigts placés deux devant et deux derrière, ou trois devant sans quatrième doigt, ou encore trois devant, avec un pouce ou quatrième doigt situé derrière. Ayant composé ma seconde échelle de la disposition, du nombre et de la forme des doigts, j'ai cru devoir considérer la position de ces mêmes doigts comme appartenant au premier degré de cette seconde échelle; et c'est d'après leur arrangement que j'ai séparé en deux divisions la première sous-classe. Dans la première division, j'ai mis les oiseaux qui, ayant la jambe garnie de plumes, ont d'ailleurs deux doigts devant et deux doigts derrière ; j'y ai inscrit, par conséquent, les perroquets et tous les autres grimpeurs; et j'ai réservé pour la seconde ceux qui ont trois doigts attachés à la partie antérieure du tarse, soit qu'ils aient en même temps un quatrième doigt postérieur, ou qu'ils en soient dénués,

J'ai fait une distribution analogue dans la seconde

sous-classe; j'y ai établi deux divisions : j'ai renfermé dans l'une les oiseaux qui, ayant le bas de la jambe sans plumes ou les pieds palmés, ont trois doigts antérieurs sans pouce, ou avec un pouce situé en arrière. J'ai appelé cette division la première, afin de la rapprocher, sur le tableau, des oiseaux de la première sousclasse qui ont aussi trois doigts antérieurs; et comme dans la seconde sous - classe je n'ai pas trouvé des oiseaux à deux doigts devant et à deux doigts derrière, i'ai eu recours à des formes ainsi qu'à des nombres assez remarquables pour caractériser encore le premier degré de la seconde échelle. J'ai placé dans la seconde division ceux des oiseaux de la seconde sous-classe qui n'ont que trois doigts, ou qui n'en ont même que deux, ou qui en ont quatre, mais qui les ont très-gros et trèsforts; et cette seconde division s'est trouvée, d'après ce caractère très-prononcé, composée de l'autruche, du cazoar, et de tous les oiseaux que l'on a nommés coureurs par excellence.

J'ai continué d'observer les doigts; et selon que je les ai vus, ou gros, ou armés d'ongles forts et trèscrochus, ou garnis chacun d'un ongle peu recourbé, mais en même temps très-séparés l'un de l'autre, et n'étant tout au plus rapprochés et comme collés que le long de la première phalange, ou attachés de très-près dans presque toute leur longueur, ou garnis à leur base d'une bande étroite et membraneuse, ou réunis par une large membrane qui n'étoit cependant placée qu'entre les doigts antérieurs, ou liés par une mem-

brane plus étendue encore, et qui les comprenoit tous dans une sorte de rame, j'ai eu sous les yeux divers caractères du second degré de la seconde échelle, et j'ai pu établir les différentes sous-divisions que montre le tableau.

Il me restoit encore, avant de parvenir aux genres, à indiquer les signes distinctifs des ordres ou familles: et pour obtenir ces séparations plus nombreuses et moins élevées, relativement au premier partage des oiseaux, que celles que nous venons d'exposer, j'ai jeté les yeux sur les formes les plus sensibles du bec, et j'ai vu que je pouvois placer dix formes principales de cet instrument sur le premier degré d'une troisième échelle de signes caractéristiques. En effet, le bec peut être, ou crochu, ou dentelé, ou échancré près de sa pointe, ou droit et conique, ou droit et comprimé par les côtés, ou droit et aplati de haut en bas, ou droit et très-menu, ou très-court, ou arqué, ou renssé dans une ou plusieurs de ses parties. Chacune de ces conformations constitue sur mon tableau un ordre différent; et pour peu que l'on veuille rechercher leurs rapports avec les habitudes, on ne sera pas étonné qu'elles rassemblent dans la même famille les genres les plus voisins par leurs mœurs, aussi bien que par leur organisation extérieure:

En appliquant, d'après les mêmes principes, les résultats de mes observations sur les autres parties extérieures des oiseaux, j'ai trouvé que la tête arrondie ou aplatie par-dessus et par les côtés, entièrement emplu-

462 MÉMOIRES DE MATHÉMATIQUES

mée ou plus ou moins dénuée de plumes; la langue pointue ou arrondie à son extrémité, lisse ou dentelée, molle ou cartilagineuse, fourchue ou non fourchue, longue ou courte, extensible ou non extensible; les ailes courtes ou longues; le tarse revêtu de plumes ou couvert d'écailles, remarquable par sa briéveté ou par sa longueur; et la queue composée de pennes dures, roides et fortes, ou foibles et flexibles, plus ou moins nombreuses, et recouvertes ou non recouvertes les unes les autres, devoient être considérés comme au premier degré d'une quatrième échelle; que les doigts bordés d'une membrane très-étroite ou d'une bande membraneuse trèslarge, couverts ou non couverts de plumes, et armés d'ongles dentelés ou non dentelés, étoient nécessairement au troisième degré de la seconde échelle; qu'un bec fort ou foible, épais ou mince, pointu ou émoussé, relevé ou non relevé par des arêtes longitudinales ou par de grandes protubérances, lisse ou sillonné, éloigné ou rapproché des yeux, très-fendu ou peu ouvert, étendu ou non prolongé sur la partie supérieure de la tête, garni ou dénué à sa base de soies ramassées ou retournées en avant, ainsi que de cette peau que l'on a nommée cire, montrant des ouvertures de narines plus ou moins alongées, plus ou moins voisines, plus ou moins couvertes, et enfin que des caroncules colorées placées sur le cou étoient au second degré de la troisième échelle; et que ces caractères du second degré de la troisième échelle, du troisième degré de la seconde, et du premier de la quatrième, devoient

être préférés, dans chaque ordre ou famille, pour distinguer les divers genres l'un de l'autre.

Le défaut d'espace ne m'a pas permis d'inscrire sur mon tableau les signes des sous-genres ni ceux des espèces; mais pour suivre avec constance les règles que j'avois cru devoir m'imposer, je n'ai considéré comme caractères propres à des sous-genres que la forme festonnée ou non festonnée des membranes qui peuvent border les doigts, ce qui appartient au quatrième degré de la seconde échelle; ou la place de quelques élévations peu saillantes du bec, ce qui constitue le troisième degré de la troisième échelle; ou la présence de huppes et de caroncules sur la tête, ainsi que la forme alongée ou courte, pointue ou arrondie, ou rectiligne, ou fourchue de la queue: ce qui compose un second degré de la quatrième échelle.

Ce second degré de la quatrième échelle ne seroit donc employé qu'avec le troisième degré de la troisième et le quatrième de la seconde, de la même manière que le premier degré de cette quatrième échelle ne doit être combiné qu'avec le second de la troisième et le troisième de la seconde.

Descendant toujours de séparation en séparation, arrivant de groupes plus étendus à des groupes plus petits, et parvenant enfin aux espèces, on pourra se servir des couleurs pour les caractériser; mais il faudra que ces nuances soient constantes, c'est-à-dire, indépendantes de l'âge, du sexe, de la saison et du climat.

Au reste, on arrangera les espèces de chaque sous-

genre d'après les nuances du fond et d'après celles des taches, en suivant, autant que le nombre de ces espèces le permettra, l'ordre indiqué par les couleurs du prisme. En plaçant les premiers les oiseaux blancs sans tache, les seconds les oiseaux blancs avec des taches rouges, les troisièmes les oiseaux blancs avec des taches orangées, etc. on ira ainsi jusqu'aux taches noires; on reviendra aux oiseaux blancs avec des taches rouges et des taches orangées, aux oiseaux blancs avec des taches rouges et des taches jaunes; on épuisera, toujours d'après la même règle, toutes les combinaisons de taches de divers tons; on recommencera par les oiseaux rouges sans tache; on continuera par les oiseaux rouges avec des taches; et ensin on inscrira de la même manière les oiseaux à fond de toute autre nuance, en finissant par les oiseaux à fond noir.

Il est néanmoins bien peu de genres ou de sousgenres dans lesquels les espèces montrent assez de constance dans leurs couleurs pour que l'on puisse les distinguer avec sûreté, uniquement par leurs nuances. Aussi ai-je proposé, dans mes cours, d'employer, pour les différencier les unes d'avec les autres, les proportions de leurs principales dimensions. La longueur totale de l'animal, mesurée depuis le bout du bec jusqu'à l'extrémité des doigts, celle de la tête et du cou, celle du corps proprement dit, celle de la jambe, celle du tarse, et celle du plus grand doigt, ont entre elles des rapports assez constans dans chaque espèce, et indépendamment du sexe, de l'âge et du pays, pour qu'on puisse employer ces rapports comme signes véritablement distinctifs de ces mêmes espèces.

C'est ainsi que nous avons cru devoir distribuer en deux sous-classes, en quatre divisions, en neuf sousdivisions, en quarante ordres, et en cent trente genres, les deux mille cinq cent trente-six espèces d'oiseaux déja connues des naturalistes. Le tableau qui comprend les résultats de cette distribution, montrant les caractères des genres, des ordres, des sous-divisions, des divisions et des sous-classes, pourroit être pour l'étude des oiseaux, s'il m'avoit été permis d'atteindre mon but, ce que sont pour la connoissance des végétaux les genera plantarum de Linné et de Jussieu. Au reste, l'expérience m'a prouvé qu'en s'aidant du produit de mes tentatives, les naturalistes, et même des élèves peu exercés, parviennent promptement à reconnoître avec certitude le genre et l'espèce de l'oiseau qu'ils veulent examiner. Ils sont d'ailleurs forcés, en se dirigeant d'après ma table, à des comparaisons précises, puisque, pour des coupures de la même élévation, je me suis toujours servi de caractères de même degré, lorsque j'ai employé la même échelle, ou de degrés différens, lorsque j'ai eu recours à deux ou trois échelles différentes. Ils font nécessairement aussi des rapprochemens très-nombreux, puisqu'ils ne peuvent s'occuper du genre et de l'espèce qu'après avoir vu les signes de la sous-classe, de la division, de la sous-division, et de l'ordre : et voilà pourquoi la phrase caractéristique de chaque espèce peut être très-courte, et cependant la connoissance de cette même espèce assez

étendue. En effet, la réunion de tous les caractères que l'on est obligé de saisir pour arriver jusqu'à l'examen de l'individu, compose une description presque complète de toutes les formes extérieures. Que l'on veuille, par exemple, s'occuper de l'ara rouge, on saura, par les signes de la sous-classe, qu'il a le bas de la jambe garni de plumes, et que ses pieds ne sont pas palmés; par ceux de la division, qu'il a deux doigts devant et deux doigts derrière; par ceux de la sous-division, que ses doigts sont gros et forts; par ceux de l'ordre, que son bec est crochu; par ceux du genre, que ce bec est d'ailleurs gros et convexe ; que la mandibule supérieure est pointue, recourbée sur l'inférieure, et mobile; que la langue est épaisse, charnue, et arrondie à son extrémité; que chaque côté de la tête présente une place dénuée de plumes; par ceux du sous-genre, que la queue est longue et pointue, et qu'il n'y a pas de huppe sur la tête; et enfin, par ceux de l'espèce, qu'il est d'une couleur écarlate, et que les pennes de ses ailes sont bleues. Tous ces traits ne constituent-ils pas une image assez nette de l'ara rouge?

Nous avons déja vu que ce n'étoit qu'après des observations très-multipliées sur les rapports des formes extérieures avec l'organisation intérieure, ainsi qu'avec les habitudes, que nous nous sommes déterminés dans le choix des caractères. Il n'est donc pas surprenant que les séparations et les rapprochemens qui en sont résultés, aient mis ensemble, et plus ou moins éloigné des autres oiseaux, premièrement, tous les oiseaux grim-

peurs; secondement, tous les oiseaux de proie; troisièmement, tous les passereaux; quatrièmement, les platypodes; cinquièmement, les gallinacées; sixièmement, les oiseaux d'eau; septièmement, les oiseaux de rivage; et huitièmement, enfin, l'autruche et les autres oiseaux coureurs, qui ne s'aident en effet de leurs ailes que pour courir avec plus de vîtesse. On ne doit pas être étonné non plus que, d'après ces principes de distribution, aucun genre naturel, c'est-à-dire, aucun genre uniquement composé d'espèces évidemment liées les unes avec les autres par un nombre de ressemblances beaucoup plus grand qu'avec toutes les autres espèces, ne se trouve, dans notre tableau, ni morcelé, ni confondu avec des oiseaux en quelque sorte étrangers à cette famille. Notre essai pourroit donc être considéré non seulement comme une table distributive, commode pour arriver avec facilité et promptitude à la détermination de l'espèce d'un individu, mais encore comme un ensemble aisé à saisir d'un seul coup-d'œil, des principaux rapports naturels des diverses espèces d'oiseaux décrites jusqu'à présent. Et comme, d'un autre côté, le cadre général et les cadres particuliers que je propose peuvent, par une suite de leur nature, se prêter à l'introduction de toutes les espèces que l'on pourra découvrir, ainsi qu'il est aisé de s'en convaincre en les examinant en détail, et que d'ailleurs peu de zoologistes ont été jusqu'à ce jour à portée de voir une assez grande quantité des oiseaux connus, pour ne donner à chacun des différens groupes de ces animaux que des caractères constans, précis,

468 MÉMOIRES DE MATHÉMATIQUES

et qui contrastant rigoureusement avec les caractères des autres groupes, appartiennent réellement à tous les individus compris dans ces réunions, j'ai osé penser que les naturalistes verroient peut-être mon travail avec quelque indulgence, et que la classe me permettroit de le lui exposer.

S 1800 x 1) 1

MÉMOIRE

Sur une nouvelle table méthodique des animaux à mamelles,

Par le citoyen Lacépède.

Lu le 21 prairial an 7. 1 1 1 101 1014 170

Le 6 fructidor de l'an 6, j'ai présenté à la classe des sciences physique et mathématiques une nouvelle table méthodique des oiseaux, et j'ai exposé, dans un mémoire qui y étoit joint, les principes d'après lesquels j'avois cru devoir composer cette table. J'ai pensé qu'il ne seroit peut-être pas tout-à-fait inutile aux progrès des sciences naturelles d'appliquer ces mêmes principes à un tableau des animaux à mamelles; et tel est l'objet du travail dont je demande à la classe la permission de l'entretenir un moment.

D'après ces principes, une table méthodique de productions de la nature, et particulièrement d'animaux, doit offrir cinq qualités principales pour être un peu rapprochée du degré de perfection que l'on ne doit jamais cesser d'ayoir en vue!

Premièrement, elle doit être un indicateur fidèle de l'espèce de l'animal que l'on a sous les yeux, c'est-à-dire, il faut qu'on puisse s'en servir avec sûreté et fa-

cilité, pour arriver avec promptitude au nom générique et au nom spécifique de l'animal que l'on examine, s'il appartient à une espèce déja connue, ou pour déterminer le groupe dans lequel il convient de le placer, si les naturalistes ne s'en sont pas encore occupés.

Deuxièmement, le tableau méthodique doit montrer les objets qu'il renferme, distribués d'une telle manière que ceux qui se ressemblent le plus par leurs formes extérieures, leurs organes intérieurs, et les habitudes qui proviennent de cette double conformation, soient rapprochés autant que le permet l'état de la science au moment de la formation du tableau; que ceux qui diffèrent le plus par leurs mœurs et par leurs organes soient les plus éloignés; et que toutes les distances intermédiaires soient fixées par le nombre plus ou moins grand des ressemblances ou des différences. Cette seconde qualité peut être désignée par l'épithète de naturel'; et c'est celle qui caractérise, par exemple, la méthode de Jussieu, appelée Méthode naturelle des végétaux, ainsi que les principes de distribution botanique exposés dans un mémoire de notre confrère le citoyen Desfontaines, sur l'organisation des plantes.

Troisièmement, la table méthodique sera non seulement indicative et naturelle, mais encore analytique: on ne pourra s'en servir qu'en parcourant avec attention, quoique avec rapidité, les caractères principaux qui peuvent appartenir ou ne pas appartenir aux objets du tableau, en descendant successivement des attributs généraux aux attributs particuliers, des formes qui influent le plus sur la manière de vivre à celles qui la déterminent le moins, et en acquérant ainsi des idées trèsprécises des divers rapports et par conséquent de la nature du sujet de son examen. Nous avons depuis long-temps un exemple de cette troisième qualité dans la Méthode analytique des plantes, publiée par notre confrère le citoyen Lamarck.

Quatrièmement, le tableau doit être tel que l'on puisse y trouver aisément des places pour les espèces qui ne sont pas encore découvertes, sans déranger cependant la composition de ce tableau, sans en changer les distributions, sans en transposer les coupures, et par conséquent en se bornant à remplir des vides, et à introduire de nouvelles espèces dans les genres déja établis, ou de nouveaux genres dans les ordres adoptés, ou de nouveaux ordres dans l'ensemble. Pour rendre ainsi une table méthodique applicable aux découvertes qu'on a le droit d'espérer, il faut tendre à ne rapprocher ou ne séparer dans ce cadre que les objets qui se ressemblent ou diffèrent les uns des autres par la présence ou par l'absence d'un caractère, plutôt que par une modification de cette partie de la conformation. En effet, tout objet nouveau que l'on voudra rapporter à ces derniers sera nécessairement ou doué ou privé de ce caractère, tandis qu'il pourroit offrir des modifications différentes de celles que l'on auroit choisies comme moyens de comparaison. D'ailleurs, par une suite de cette attention, le tableau montrera, à un degré bien plus haut, la première qualité que nous desirons dans

une méthode; il conduira bien plus facilement au nom et à la nature du sujet que l'on examinera, puisqu'il est bien plus aisé de s'assurer de l'existence ou de la non existence de telle ou telle forme, que de reconnoître, au milieu de plusieurs nuances, celle qu'on a voulu indiquer. Mais la précaution à laquelle sur-tout il faut avoir recours pour qu'une méthode ne soit pas remplacée par une autre, à mesure que l'on découvre de nouveaux sujets d'étude, consiste dans le soin avec lequel on détermine les traits d'après lesquels sont formés les groupes auxquels on donne le nom de genre. On ne doit pas, d'après l'exemple de plusieurs naturalistes même très-justement célèbres, adopter ou rejeter ces traits, uniquement d'après ce tact qui, né d'une longue habitude d'observer, et très-précieux dans beaucoup de circonstances, peut cependant entraîner de nombreuses erreurs. Il faut, en variant seulement les applications d'une règle invariable, ne choisir ces traits caractéristiques, ni trop haut, ni trop bas, dans l'échelle que l'on aura adoptée, de peur que si ces traits étoient trop élevés, ils ne fissent comprendre dans le même groupe un trop grand nombre d'espèces, ou des espèces trop peu analogues, qu'on seroit bientôt forcé de séparer pour donner naissance à de nouveaux genres, en disloquant la méthode dans plusieurs de ces points; ou que si ces mêmes traits étoient placés trop bas, ils ne fissent écarter des espèces trop voisines par leur nature pour être éloignées sur le tableau, et qu'on ne rapprocheroit pour les renfermer dans le même assemblage, qu'en

détruisant également sur plusieurs points le plan général de la table méthodique.

On ne peut se procurer cette règle toujours fixe, et dont les applications seules doivent varier, qu'en donnant à son tableau méthodique la cinquième et dernière qualité que nous avons annoncée, qu'en le rendant régulier dans tous ses points, et dépendant, dans toutes ses parties homologues, du même principe de distribution. Mais comment amener une méthode à cette régularité si nécessaire? Voici le moyen que nous proposons, que nous avons employé dans la table des animaux à mamelles, ainsi que dans celle des oiseaux, qui nous paroît pouvoir seul réussir, et qui ne contribue pas peu d'ailleurs à rendre une méthode indicative, naturelle, analytique, et applicable aux découvertes qui ne sont pas encore faites.

Lorsque, vers des temps assez récens, la passion des voyages dans des contrées lointaines, et les premiers développemens de l'esprit philosophique, ont fait faire de grands progrès à l'histoire naturelle, on a bientôt senti le besoin de la soumettre à cet ordre méthodique qui, dans toutes les sciences, est en même temps l'effet et la cause des nouveaux degrés d'accroissement qu'elles obtiennent; on a bientôt desiré d'arranger et de distribuer en masses plus ou moins considérables des objets qui, par leur grand nombre, commençoient d'échapper à l'examen et à la mémoire. Mais parmi les plus habiles des naturalistes qui se sont occupés de les classer, plusieurs se sont contentés d'énumérer les caractères des

sujets de leurs observations; ils ont compté plutôt qu'évalué les ressemblances ou les différences; ou, s'ils ont cherché à connoître avec plus de précision ces rapports, ils ne les ont pas mesurés avec des instrumens comparables. D'autres ont vu qu'il falloit peser avec soin ces divers caractères, et tenir un compte exact de leur importance dans l'organisation, ainsi que de leur influence sur les habitudes; et en parlant des grands pas qu'ils ont fait faire à l'art des distributions méthodiques, je dois particulièrement citer des principes dictés par une très-bonne métaphysique, et que notre confrère le citoyen Cuvier a exposés dans des mémoires présentés à l'Institut, ainsi que dans son Tableau élémentaire de l'histoire naturelle des animaux.

J'ai cru cependant qu'il étoit avantageux d'ajouter à ces principes. On n'avoit desiré qu'une seule échelle pour évaluer les caractères : il m'a paru qu'il étoit nécessaire d'avoir recours à plusieurs. J'ai tâché de faire voir dans le travail sur les oiseaux, dont j'ai entretenu la classe, qu'il falloit employer pour la composition d'une table méthodique d'animaux plusieurs séries de traits distinctifs. On se persuadera très-aisément que, sans cette adoption de plusieurs échelles, il seroit impossible d'avoir à sa disposition un nombre de signes suffisant pour toutes les coupures que doit présenter un très-grand assemblage d'animaux, et d'établir en même temps entre ces signes les comparaisons exactes que l'on est forcé maintenant de considérer comme indispensables.

Chacune de ces séries doit être divisée en plusieurs degrés, sur lesquels on place les traits caractéristiques à une hauteur plus ou moins grande, suivant le plus ou le moins d'influence qu'il faut attribuer à chacun de ces traits particuliers.

Tous les traits d'une même série doivent appartenir à un même organe.

Selon que cet organe, considéré dans son ensemble, doit être regardé comme exerçant un empire plus ou moins grand sur les mœurs de l'animal, l'échelle qu'il sert à former, et à laquelle il donne son nom, est plus ou moins élevée, et devient la première, ou la seconde, ou la troisième, etc.

Par une conséquence de cette composition, tous les degrés de chaque série non seulement sont comparables entre eux, mais encore avec les degrés des autres séries, puisqu'on connoît les rapports qui lient les échelles les unes avec les autres, au moins autant que le permet l'état actuel de la science, encore bien éloignée de la précision à laquelle elle parviendra.

Et enfin, lorsqu'on est forcé de réunir plusieurs traits pour distinguer des espèces, des genres ou des ordres, etc., on s'attache à ne mettre ensemble que des traits appartenant au même degré de la même échelle, ou placés sur des degrés inégaux en hauteur, si ces degrés ne sont pas de la même série; de telle sorte que, par exemple, on emploie en même temps le premier degré de la troisième série, et le second de la seconde, ou le troisième de la première, et qu'il y ait

476 MÉMOIRES DE MATHÉMATIQUES toujours une compensation de la plus petite hauteur de l'échelle par la plus grande élévation du degré.

A mesure que ces idées seront mieux entendues, on sentira plus facilement qu'il est utile de s'y conformer. Elles vont être éclaircies de nouveau par l'exposition très-rapide de la seconde application que nous en avons faite, en nous occupant d'un tableau méthodique des animaux à mamelles.

Au reste, nous n'avons pas besoin de dire combien nous avons été aidés dans notre projet par les travaux antérieurs de plusieurs naturalistes, et notamment de Ray, de Linné, de Pallas, d'Exleben, de Blumenbach, de Gmelin, de Brisson, de Buffon, de Daubenton, et de Guvier.

En examinant l'ensemble des animaux à mamelles, j'ai d'abord été frappé de la conformation remarquable de deux groupes peu nombreux, mais qui ayant reçu chacun un attribut très-digne d'attention, l'un pour s'élever dans les airs, et l'autre pour se mouvoir au milieu des eaux, s'éloignent par leurs habitudes, encore plus que par leurs formes, de tous les autres mammifères, et se rapprochent par quelques points; le premier, des oiseaux; le second, des poissons. Les animaux de l'un de ces deux groupes présentent des ailes qui sont formées de membranes, au lieu d'être composées de pennes, comme celles des oiseaux, mais avec lesquelles ils peuvent voler avec vîtesse, et pendant un temps assez long; ceux de l'autre groupe montrent des nageoires très-peu différentes dans leur

extérieur, et encore moins par leurs effets de celles des poissons. Nous avons cru devoir saisir avec empressement un moyen très-facile de former, dans la classe des animaux à mamelles, trois grandes coupures, qui, en retraçant l'ordre naturel, offriroient des caractères très-saillans dans la conformation aussi bien que dans les mœurs, et dans lesquelles on pourroit faire entrer très-aisément les espèces de mammifères que l'on n'a pas encore découvertes, puisque ces espèces doivent nécessairement avoir ou ne pas avoir des nageoires ou des ailes membraneuses. Nous avons considéré la présence ou l'absence de ces nageoires ou de ces ailes comme propre à donner le premier degré d'une première échelle de signes distinctifs; et en employant ce caractère du premier degré, nous avons formé dans la classe des mammifères trois divisions, dont la première a compris tous les quadrupèdes vivipares proprement dits ; la seconde, les mammifères ailés ; et la troisième, les mammifères marins. Au reste, nous observons que nous n'entendons pas par mammifères ailés quelquesuns de ceux auxquels on a donné le nom de volans, et qui, tels que le taguan et le polatoucle, au lieu d'avoir de véritables ailes membraneuses soutenues par des doigts ou d'autres parties solides, comme les chauvesouris, n'ont de chaque côté du corps qu'une prolongation de la peau plus ou moins étendue, qu'ils ne peuvent pas agiter avec la force que les chauve-souris impriment à leurs ailes, et qui ne leur sert qu'à s'élancer 478 MÉMOIRES DE MATHÉMATIQUES à des distances un peu plus considérables que celles qu'ils auroient franchies sans ce foible secours.

J'ai ensuite observé avec plus d'attention les mammifères de la première division, c'est-à-dire, les quadrupèdes proprement dits, séparés dans ma pensée de ceux que la nature en a réellement écartés par les formes, et encore plus par les habitudes, pour les rapprocher des oiseaux et des poissons. J'ai continué de jeter les yeux sur les organes extérieurs de leurs mouvemens; j'ai considéré leurs pieds, et j'ai vu que lorsque j'arrangeois ces animaux suivant le plus grand nombre de traits de leur conformation ou de leurs mœurs, ils se trouvoient réunis en différentes masses, de telle sorte que chacune de ces associations naturelles présentoit une forme de pied particulière et très-distincte. J'ai donc cru devoir employer la forme des pieds pour composer une seconde échelle de caractères; et j'ai mis au premier rang de cette seconde série la ressemblance de ces pieds à une main, par l'écartement du pouce, la conformation d'après laquelle la plante porte à terre pendant la marche, la présence ou l'absence d'une sorte de gant de peau dure et calleuse, ou d'un, de deux ou de plusieurs sabots. L'application de cette règle m'a donné sept sousdivisions pour la première division, c'est-à-dire, pour celle des quadrupèdes proprement dits. Dans la première de ces sous-divisions, j'ai mis les quadrumanes; dans la seconde, les pédimanes, ou les mammifères qui n'ont que les pieds de derrière semblables à des mains;

dans la troisième, les plantigrades, ou ceux qui marchent sur la plante des pieds; dans la quatrième, ceux que j'ai nommés digitigrades, parce qu'ils marchent sur leurs doigts; dans la cinquième, ceux qui ont leurs doigts renfermés dans une peau épaisse ou dans plusieurs sabots; dans la sixième, les animaux à mamelles qui n'ont que deux sabots; et enfin, dans la septième, les solipèdes, ou les mammifères qui n'ont qu'un seul sabot à chaque pied.

Lorsqu'après ces premières opérations j'ai voulu m'occuper de la seconde et de la troisième divisions, c'est-àdire, des mammifères ailés et des mammifères marins ou à nageoires, j'ai trouvé, ainsi que je m'y attendois, d'après le petit nombre d'espèces que j'avois dû y renfermer, qu'elles n'étoient susceptibles d'admettre que très-peu de coupures. Je n'ai vu parmi les mammifères véritablement ailés que des quadrupèdes dont les doigts des pieds de devant soutenoient et étendoient de larges membranes en forme d'ailes; et dès-lors je n'ai établi qu'une seule sous-division dans cette division.

Quant aux mammifères marins, les uns ayant leurs pieds de derrière conformés en nageoires, je les ai placés dans une première sous-division qui a compris tous les animaux à mamelles, auxquels le citoyen Daubenton a donné le nom d'empêtrés; et j'ai renfermé dans une seconde sous-division les cétacées, c'est-à-dire, les mammifères qui n'ont pas de pieds de derrière, et qui ont leurs extrémités antérieures faites en forme de nageoires ou de rames.

Tous les empêtrés composant exclusivement la première de ces deux dernières sous-divisions, et tous les cétacées étant aussi exclusivement compris dans la seconde, il est aisé de voir que les dix sous-divisions placées au-dessous des trois grandes divisions de notre tableau méthodique, ne réunissent et ne séparent les animaux à mamelles que d'après le plus grand et le plus petit nombre de leurs rapports connus, ou, ce qui est la même chose, dans l'arrangement que l'état actuel de la science nous fait concevoir comme le plus naturel.

Avant de parvenir aux genres des mammifères, il falloit encore faire des coupures supérieures à ces genres, mais inférieures à celles que j'avois déja essayé de tracer. Je devois établir des ordres plus ou moins nombreux dans chaque sous-division. J'avois donc besoin d'une troisième échelle, d'une troisième série de signes distinctifs. J'ai cherché ces signes dans la nature et dans l'absence des dents. Les mammifères peuvent en effet avoir des dents incisives, des dents laniaires, et des dents molaires, ou être dénués d'une ou de deux de ces trois sortes de dents, ou n'en avoir reçu aucune. Il est évident que ces trois sortes d'instrumens peuvent, par leur absence et leurs combinaisons, donner huit manières d'être différentes. Un mammifère peut montrer des incisives, des laniaires et des molaires, des incisives et des laniaires, des incisives et des molaires, des laniaires et des molaires, des incisives seules, des laniaires seules, des molaires seules; et, enfin, il peut n'avoir aucune sorte de dent. Chacune de ces huit manières d'être peut avoir lieu, indépendamment de l'existence ou de la non existence d'ailes membraneuses et de nageoires, ainsi que de la forme des pieds et des enveloppes des doigts. Chacune des dix sous - divisions que j'ai établies peut donc renfermer huit ordres différens, et qui, caractérisés par l'absence ou par la présence d'objets faciles à reconnoître, sont propres à admettre les espèces que l'on pourra découvrir, et indiquent aux yeux les moins exercés la place du sujet que l'on examine. Chaque sousdivision de notre tableau ne comprend pas cependant ces huit ordres. Celle des pédimanes ne renferme que le premier et le troisième; celle des digitigrades, que le premier, le troisième, le quatrième, le septième et le huitième. La sous-division des pachydermes ne contient que le premier, le troisième et le septième; celle des ruminans, le premier et le troisième, etc. En effet, si les huit combinaisons que donnent, par leur présence ou leur absence, les trois sortes de dents départies aux mammifères sont possibles, et ont dû entrer dans les principes d'une distribution régulière, il se peut qu'elles n'aient pas été réalisées dans tous les groupes d'animaux à mamelles, que nous avons appelés sous-divisions, et que nous avons distingués par les noms de quadrumanes, de plantigrades, de solipèdes, de cétacées, etc. De nouveaux voyages et des observations très-multipliées dans des contrées encore peu connues, feront peut-être découvrir des mammifères dont les dents offriront les combinaisons dont nous n'avons pas pu faire

т. 3. 1.

usage dans la sous-division à laquelle on devra les rapporter. Mais quelque espérance que nous puissions avoir à cet égard, parmi les huit manières d'être que nous venons d'exposer, il en est deux, la seconde et la cinquième, dont on ne trouve aucun exemple dans aucune des sous-divisions de notre tableau méthodique, parce qu'elles n'existent dans aucun des mammifères déja connus des naturalistes. On n'a jusqu'à présent observé, en effet, aucun animal à mamelles qui eût des incisives et des laniaires sans molaires, ce qui constitue la seconde combinaison; ou des dents incisives seules, ce qui appartient à la cinquième manière d'être. Les autres six combinaisons ne sont pas employées autant de fois l'une que l'autre sur notre table méthodique, puisque chaque sous-division n'est pas composée d'un aussi grand nombre d'ordres que les autres; et l'on sera peut-être curieux de savoir quelles sont dans ces huit manières d'être celles qui se retrouvent sur notre tableau dans un plus grand nombre d'endroits, c'est-à-dire, qui, dans la nature, se montrent réunies avec une plus grande quantité d'autres caractères très-saillans. La première combinaison est employée neuf fois, ou, ce qui est la même chose, est le signe distinctif d'un ordre dans neuf sous-divisions; la troisième paroît quatre fois; la quatrième et la septième se montrent trois fois; et enfin l'on ne rencontre la huitième que deux fois, et la sixième qu'une fois. La première combinaison a donc lieu neuf fois sur vingt-deux, ou, ce qui revient au même, elle est le signe de neuf ordres sur les vingtdeux qui forment l'ensemble de notre tableau. Lorsqu'on ne considère que les grandes familles d'animaux à mamelles, on voit donc que les neuf vingt-deuxièmes de ces animaux ont, comme l'homme, des dents de trois sortes, des incisives, des laniaires et des molaires; que les quatre vingt-deuxièmes de ces mêmes mammifères n'ont que des incisives et des molaires; que trois vingt-deuxièmes ne présentent que des laniaires et des molaires; que trois autres vingt-deuxièmes n'ont reçu que des molaires; que deux vingt-deuxièmes sont entièrement dénués de dents; et qu'un seul vingt-deuxième se montre avec des laniaires sans molaires ni incisives.

Si, au lieu de compter les grandes familles, nous faisons porter nos calculs sur des familles moins nombreuses en espèces, et séparées les unes des autres par des différences moins grandes, c'est-à-dire, si nous comparons les genres entre eux, nous aurons d'autres résultats que je crois utile d'énoncer rapidement.

Sur les quatre - vingt - quatre genres inscrits dans notre cadre, nous trouverons que quarante - quatre offrent la première combinaison, c'est-à-dire, les trois sortes de dents que l'on voit dans l'homme : vingtsix ont des incisives et des molaires, sans laniaires; quatre n'ont que des molaires; quatre autres sont sans dents; trois n'ont reçu que des laniaires et des molaires; et trois autres n'ont leurs machoires garnies que de laniaires.

En rapprochant ces résultats de ceux que l'on obtient lorsqu'on compare les ordres entre eux, on voit qu'ils ne sont pas entièrement analogues. On a en effet, d'un côté, la série $\frac{q}{22}$, $\frac{A}{22}$, $\frac{3}{22}$, $\frac{3}{22}$, $\frac{a}{22}$, $\frac{1}{22}$; et de l'autre, cette seconde série, $\frac{AA}{84}$, $\frac{26}{84}$, $\frac{A}{84}$, $\frac{A}{84}$, $\frac{3}{84}$, $\frac{3}{84}$. Mais, dans les deux séries, c'est-à-dire, lorsqu'il s'agit des genres, aussi bien que lorsqu'il est question d'ordres, le plus grand nombre a des incisives, des laniaires et des molaires, et le plus grand nombre ensuite a des incisives et des molaires, sans dents laniaires.

Si nous voulions étendre les mêmes considérations aux espèces, nous obtiendrions des résultats et des rapprochemens nouveaux et intéressans; mais nous sortirions de notre sujet.

Terminons donc ce Mémoire en indiquant de quelle manière nous avons dû, en nous conformant toujours à nos principes de distribution régulière, choisir les signes distinctifs des genres, après avoir déterminé les caractères des ordres.

Un nouveau motif nous a portés à rechercher les véritables signes de ces genres avec un très-grand soin, la réunion ou la séparation des genres déja adoptés influant beaucoup sur la langue zoologique, à cause de la nécessité de composer exclusivement la dénomination d'un animal, de son nom générique et de son nom spécifique.

Nous n'avons donc négligé aucun des caractères que nous avions placés, après un mûr examen, et à raison de leur importance, sur le second degré de la troisième échelle, c'est-à-dire, de la série composée de toutes les manières d'être remarquables que les dents peuvent pré-

senter. Nous avons eu recours également aux signes distinctifs que nous avions mis, d'après des motifs analogues, et avec des précautions semblables, sur le troisième degré de la seconde série, ou, ce qui est la même chose, de celle que nous avons formée des diverses manières d'être que peuvent présenter les extrémités antérieures et postérieures, et leurs différentes parties. Mais nous n'avons pas dû nous contenter de ces deux ressources. Nous avons établi une quatrième échelle destinée à présenter sur ses divers degrés les caractères plus ou moins prépondérans que peuvent offrir la tête et ses principales parties, comme le museau, les évents, les yeux, les cornes, les oreilles, les abajoues, la langue, et ceux que l'on peut remarquer dans la queue et dans les tégumens les plus extérieurs, tels que le poil, les piquans, les écailles et le têt. Nous avons regardé exclusivement comme signes distinctifs des genres les caractères placés sur le premier degré de cette quatrième échelle, sur le second de la troisième, et sur le troisième de la seconde. Et cependant nous avons eu à notre disposition un nombre assez grand de différences, puisque nous avons pu employer toutes les combinaisons que peuvent produire, par leur présence et par leur absence, la réunion des pieds sous une peau commune; les dimensions relatives du bras, de l'avant-bras et du tarse; les dimensions relatives et la réunion des doigts; la rétractibilité des ongles; les formes des ongles et des sabots; les clavicules; le nombre, la position, l'inclinaison, la forme, la contexture remarquable et

les dimensions relatives des incisives, des laniaires et des molaires de l'une ou de l'autre des deux mâchoires; les fanons; la forme générale de la tête; l'angle facial; la figure générale, la prolongation et la mobilité du museau; la position des yeux et des évents; le nombre, la forme générale, et la contexture des cornes; les abajoues; la forme, les aspérités et les dimensions relatives de la langue; le poil, les piquans, les écailles ou le têt; les fesses velues ou calleuses; et enfin, la queue velue ou écailleuse et prenante, comprimée ou déprimée, ou absolument nulle.

On pourra voir sur ma table méthodique la manière dont j'ai fait usage de tous ces moyens pour caractériser les quatre-vingt-quatre groupes que j'ai regardés comme devant former exclusivement les genres des mammifères déja découverts. Après avoir, pour obéir à mes principes de distribution, réuni, divisé, ou conservé dans leur intégrité les genres d'animaux à mamelles adoptés par les différens naturalistes qui se sont occupés de ces animaux, j'ai reconnu avec beaucoup de satisfaction que les résultats de ce travail particulier avoient beaucoup de ressemblance avec ceux d'un travail analogue qui fait partie du Tableau élémentaire de l'histoire naturelle, publié par le citoyen Cuvier. Presque tous les genres que j'ai inscrits sur ma table se rapportent aux genres ou du moins aux sous-genres inscrits sur son Tableau élémentaire par ce zoologiste, que l'on ne doit pas être étonné de trouver cité plusieurs fois dans un Mémoire de la nature de celui-ci : et comme ce savant

a fondé les coupures ou les rapprochemens qu'il a admis sur des observations très-précieuses et très-propres à donner l'arrangement le plus naturel, l'accord de mes résultats avec les siens paroîtra aux yeux des naturalistes, comme aux miens, une très-forte preuve de la bonté des principes que j'ai cru devoir suivre.

Le défaut de place m'a empêché de comprendre sur ma table les caractères des sous-genres et ceux des espèces. Pour obtenir ces signes d'une manière conforme à la règle que je me suis imposée, j'ai composé une cinquième et une sixième échelles. J'ai mis sur les degrés de la cinquième les signes distinctifs que peuvent fournir les bosses et les extensions remarquables de la peau, ainsi que la position et le nombre des mamelles. J'ai placé sur les degrés de la sixième les signes caractéristiques que l'on peut trouver dans des poches ou bourses particulières, et dans les nuances ainsi que dans les distributions constantes des couleurs.

J'ai réservé, pour la détermination des sous-genres, le premier degré de la cinquième échelle, le second de la quatrième, et le quatrième de la seconde, c'est-àdire, les caractères tirés du nombre des doigts, des membranes attachées à ces mêmes doigts, des dimensions relatives des ongles, de l'absence des oreilles extérieures, des directions secondaires des cornes, des dimensions relatives de la queue, de l'extension de la peau des flancs, des bosses placées sur le dos, de la position des mamelles; et en assignant à la distinction des espèces les signes tirés du premier degré de la

sixième échelle, du second de la cinquième, et du troisième de la quatrième, j'ai eu à ma disposition tout ce que l'on peut remarquer de caractéristique dans les dimensions relatives de quelques parties de la tête et du corps, la nudité des oreilles, les formes secondaires et les directions tertiaires des cornes, la nature, les touffes et les pinceaux du poil, la barbe et la crinière, le nombre des bandes écailleuses, les bosses situées sur la poitrine, le nombre des mamelles, les poches ou bourses, et les couleurs.

Au reste, la figure que nous joignons à ce Mémoire expliquera nos idées au sujet de ces six échelles, des relations de ces séries entre elles, des rapports des degrés de l'une avec les degrés de l'autre, et de la prépondérance plus ou moins grande qu'annoncent, dans les caractères, les degrés sur lesquels ces signes sont placés, suivant l'élévation de ces mêmes degrés et la hauteur de l'échelle.

Cette figure montrera les principes dont il est temps que nous cessions d'entretenir la classe, pendant que l'on pourra voir l'application de ces mêmes principes sur le tableau méthodique dans lequel nous avons rangé les quatre cent vingt espèces de mammifères déja connues, sous trois divisions, dix sous-divisions, vingt-deux ordres, et quatre-vingt-quatre genres.

DJX A MAMELLES.

CARACTÈRES I		
Caractères d		
	quel- Rosses sur la poitrine. te et Nombre des mamelles.	Poches ou bourses. Couleurs.
	lirec-	- %
	poil.	

ÉCHELLES

DE CARACTÈRES DISTINCTIFS DES ANIMAUX A MAMELLES.

	Размійна вспеле.		The same and the s			
Canactines on Divistants	Premuer degré.				P	
	Présence ou absence d'ades membraneuses ou de pa-					
		Decaring foneste.				
CARACTERES DE SOUS-DIVISIONS	Deuxteme degré.	Premier degré.				
	Rossemblanco des pieds avec	Resemblance de deux ou des				
	uno ode. Ressemblance des pieds avec	quatre pleds à une main				
	the nageoire.	pieda. Enveloppe des doigts. Nombre ou absence de sabets. Presince ou absence de pieda de derrare.	Trace his genetic.			
CARACTÈRES D'ORDRES	Troisseme degré.	Doursome degré.	Premier degré.			
		 -	Présence on absence d'inci- aves, de laniaires ou de molaires.			
				CENTERNE PUBLICE		
CANACTÈRES DE CENTES	Quatrième degré.	Troisiemo degró.	Deuxième degré.	Premier degre.		
		peu commune. Dimensions relatives du bras, de l'avant - bras et du torse. Dimensions relatives et réu- nion des doigts. Be actibilité des ongles. Formes des ongles et des sabets. Absence de clavicules.	sions relatives des inci- sives, lanaires ou mo- laires, à l'une ou à l'autre des deux machoires. l'orme ou absence de fanons.	Anglo facial. Forme généralo, prolonga- tion et mobilité du mu- scau. Position des yeux et des évents. Nombre, forme généralo et contexture des cornes. Présence ou absence d'abs- joues. Forme, sopérités et dunen- sions relatives de la langue. Poil, piquans, écailles ou tét. Queu velue, ou écailleuse, Queu velue, ou comprinée, ou deprimee, ou mulle.	Cirquidue Écrette.	
Canactings on sous-departs	Cinquième degré.	Quatrième deg	Troisume degré.	Deuxième degré.	Premier degré.	
	Nageoires sur le dos.	Nombre des d'igts. Membranes attachées aus doigts. Dimensions relatives des on-gles.		Absence d'oreilles extérieu- res. Directions secondaires des cornes. Dunensions relatives de la queue.	Peur des flancs étendue ou non étendue. Bosses sur le dos. Position des mamelles.	Sixibur denetre.
CARACTEDES D'ESPÈCES	Sizilma degre.	Conquième deget.	Quatrième degré.	Troisième degré.	Deuxièmo degré.	Premier degré.
		,		Dimensions relatives de quel- ques parties de la tote et du corps. Nutité des oreilles. Formes secondaires et direc- tions tertaires des cornes. Nature du poil. Partie de la correction de la torier de la correction de la correc- tion de la correction de la corr	Nombre des manelles.	Poches ou bourses. Couleurs.

Stor T -Arr Book to E & A U

Des divisions, sous-divisions, ordres et genres des mammifères.

3. SAPAJOU. Sapajou.

concentones.

Quatre dents incisives à chaque mâchoire; anglé facial de 60 degrés; point d'abajoues; queue prenante; sesses

SAPAJOU. - Sapajou paniscus:

т. 3.

These Jableany were first published as 4 to Para (Plass an) I'an VII, 1799, 38 pp.

They afterward appeared in this volume in 1801. hey afterward appeared in this volume in 1801. I such dandin advid 1 sp. locach genus of brids in out foreith. Senera as he treated of in his Fraite benitto.

1800. He then incorporated the Jableaux in vol. XIV, Gudds., of Didot's edition of Pouffon, adding numerous off of mammals ty Brids.

This vol. XIV is dated 1799 but there is no doubt it appeared in 1802. In hewton year bridge has the only known copy of a separate of the brids, this is dated 1802 to 11 on get originally to 9. Dis cher de Wald heim

white T -Air BroLivEas A U

Des divisions, sous-divisions, ordres et genres des mammifères:

PREMIÈRE DIVISION.

Point d'ailes membraneuses ni de nageoires.

QUADRUPEDES PROPREMENT DITS.

PREMIERE SOUS-DIVISION.

Les quatre pieds en forme de mains.

QUADRUMANES:

PREMIER ORDRE.

Dents incisives, laniaires et molaires.

- 1. SINGE.
 Simia.
- Quatre dents incisives à chaque mâchoire; angle facial de 65 degrés; point d'abajoues ni de queue.

SINGE SATYRE. - Simia satyrus.

- 2. GUENON. Cercopithecus.
- Quatre dents incisives à chaque mâchoire; angle facial de 60 degrés; abajoues; queue; fesses calleuses.

GUENON NASIQUE. - Cercopithecus nasica.

3:ni Sarraisio.v.

Quatre dents incisives à chaque mâchoire; angle facial de 60 degrés; point d'abajoues; queue prenante; fesses velues.

SAPAJOU. - Sapajou paniscus.

1. т. 3.

4. SAGOUIN.

(Quatre dents incisives à chaque mâchoire; angle facial de 60 degrés; point d'abajones; queue non prenante; fesses velues.

SAGOUIN OUISTITI! - Sagouin jacchus.

- 5. ALOUATTE. Quatre dents incisives à chaque mâchoire; tête pyramidale ; point d'abajoues ; queue prenante ; fesses velues. ALOUATTE HURLEUR. - Alouatta beelzebut.

6. MACAQUE. {Quatre dents incisives à chaque mâchoire; angle facial de 45 degrés; abajoues; fesses calleuses.

MACAQUE MAGOT. — Macaca inuus.

(Quatre dents incisives à chaque mâchoire; angle facial leuses. de 30 degrés, abajoues; point de queue; fesses cal-

Pongo Bornéo. - Pongo borneo.

8. BABOUIN. Cynocephalus. (Quatre dents incisives à chaque mâchoire; angle facial de 30 degrés; queue; abajoues; fesses calleuses.

BABOUIN MANDRILL. - Cynocephalus maimon.

9. MAKI. Lemur.

Quatre incisives supérieures; six incisives inférieures inclinées en avant.

MAKI MOCOCO. - Lemur catta.

INDRI. Indri.

(Quatre incisives supérieures; quatre incisives inférieures inclinées en avant; museau pointu.

INDRI NOIR. - Indri niger.

11. Lorg. Lori.

Quatre incisives supérieures ; quatre incisives inférieures inclinées en avant; tête ronde; museau relevé.

LORI LENT. - Lori tardigradus.

12. TARSIER. Macrotarsus. (Quatre incisives supérieures; deux incisives inférieures; tarse très-long.

TARSIER INDIEN. - Macrotarsus indicus.

13. GALAGO.

(Deux incisives supérieures ; six incisives inférieures ; tarse très-long.

GALAGO SÉNÉGALIEN. - Galago senegalensis.

DEUXIÈME SOUS-DIVISION.

Les pieds de derrière en forme de mains.

PEDIMANES.

DEUXIÈME ORDRE.

Dents incisives; laniaires et molaires.

- 14. DIDELPHE. Dix incisives supérieures; huit incisives inférieures.

 DIDELPHE OPOSSUM. Didelphis opossum.
- 15. DASYURE. Huit incisives supérieures; six incisives inférieures.

 DASYURE TACHETÉ. Dasyurus maculatus.
- 16. Coescoes.

 Six incisives supérieures; deux incisives inférieures; deux ou trois doigts des pieds de derrière, réunis jusqu'à l'ongle; queue écailleuse et prenante.

 Coescoes d'Amboine. Cæscoes amboinensis.
- Ou trois doigts des pieds de derrière, réunis jusqu'à l'ongle; queue touffue et non prenante.

 PHALANGER VOLANT. Phalanger volans.

TROISIEME ORDRE.

Dents incisives et molaires.

18. KANGUROO GÉANT. — Kanguroo gigas.

Aye-aye,

AYE AYE Deux incisives supérieures; deux incisives inférieures

très, comprimées.

AYE AYE MAPÉGASSE, — Aye-Aye madagascariensis.

TROISIÈME SOUS-DIVISION

La plante des pieds articulée de manière à s'appuyer sur la terre quand l'animal marche.

PLANTIGRADES.

QUATRIÈME ORDRE.

Dents incisives, laniaires et molaires.

20. OURS.
Ursus.

Six incisives à chaque mâchoire; la seconde des incisives inférieures de chaque côté, placée un peu plus en arrière que les autres.

Ours vulgaire. - Ursus arctos.

21. COATI.

Six incisives à chaque mâchoire; la seconde des incisives inférieures de chaque côté, placée un peu plus en arrière que les autres; nez long et mobile.

COATI NOIRATRE. - Coati nasua.

22. KINKAJOU.
Kinkajou.

Six incisives à chaque mâchoire; la première ou seconde des incisives inférieures de chaque côté, placée
un peu plus en arrière que les autres; queue prenante.

Kinkajou poto. — Kinkajou caudivolvula.

23. MANGOUSTE.

Ichneumon.

Six incisives à chaque mâchoire; la seconde des incisives inférieures de chaque côté, placée un peu plus en arrière que les autres; langue hérissée de papilles dures.

Mangouste Pharaon. — Ichneumon pharaon.

24. Hérisson. Erinaceus. Six incisives inégales à chaque mâchoire; laniaires eres. courtes; corps couvert de piquans.

HÉRISSON VULGAIRE. - Erinaceus europœus.

25. TENREC. Tenrec.

Six incisives égales à chaque mâchoire ; laniaires trèslongues ; corps couvert de piquans. Tennec némissé.— Tenrec ecaudatus. 26. MUSARAIGNE.

Six ou huit incisives inégales à chaque mâchoire; la première incisive inférieure de chaque côté très-longue et couchée en avant; laniaires très-courtes; corps couvert de poils.

Musaraigne Musette. - Sorex musaraneus.

27. DESMAN. Desman.

(Six ou huit incisives inégales à chaque mâchoire; la seconde incisive de chaque côté très-longue; laniaires très-courtes; corps couvert de poils.

Desman musqué. - Desman moschatus.

(Six ou huit incisives inégales à chaque mâchoire; la se-28. Chrysochloris. conde incisive de chaque côté très-longue; laniaires Chrysochloris. \ très-courtes; point de queue; corps couvert de poils. CHRYSOCHLORIS DU CAP. - Chrysochloris capensis.

(Six incisives supérieures et huit inférieures égales ; laniaires Très-longues.

TAUPE A CRÊTE. - Talpa cristata.

QUATRIÈME SOUS - DIVISION.

Les doigts sans sabots.

DIGITIGRADES.

CINQUIÈME ORDRE.

Dents incisives, laniaires et molaires.

CARNASSIERS.

30. CHIEN.

Plusieurs incisives échancrées ; molaires nombreuses ; langue sans aspérités; ongles non rétractiles.

CHIEN FAMILIER. — Canis familiaris.

(Incisives petites et égales ; molaires peu nombreuses et à pointe aiguë; langue hérissée de papilles dures; ongles

FÉLIS LION. - Felis leo.

32. CIVETTE. Viverra.

Quatre ou cinq molaires de chaque côté; langue hérissée de papilles; ongles à demi rétractiles.

· CIVETTE VULGAIRE. - Viverra civetta.

33. MARTE.
Mustela.

La seconde incisive de chaque côté de la machoire inférieure, placée plus en arrière que les autres; jambes courtes

MARTE ZIBELINE. - Mustela zilelina.

SIXIEME ORDRE.

Dents incisives et molaires:

RONGEURS.

34. Lièvre.

Lepus.

Deux incisives supérieures et doubles; molaires composées de lames verticales; jambes de derrière plus longues que celles de devant; queue.

LIÈVRE TIMIDE. - Lepus timidus.

35. Pika.
Pika.

Deux incisives supérieures et doubles; molaires composées de lames verticales; jambes de derrière à peu près égales à celles de devant; point de queue.

PIKA ALFIN. - Pika alpinus.

36. DAMAN.

Hyrax.

Deux incisives supérieures courbes et pointues; quatre incisives inférieures plates et dentelées; point de clavicules ni de queue.

DAMAN DU CAP. - Hyrax capensis.

37. CABIAI.

Deux incisives supérieures; deux incisives inférieures; dents molaires sillonnées; point de clavicules ni de queue.

CABIAI COBAYA. — Cavia cobaya.

38. A G O U T I.

Agouti.

Deux incisives supérieures; deux incisives inférieures; point de clavicules; queue.

AGOUTI PACA. - Agouti paca.

39. CASTOR.

Castor.

Castor Brevne. — Castor fiber.

40. ONDATRA.

Ondatra.

Deux incisives supérieures non comprimées; deux incisives inférieures tranchantes; molaires sillonnées; queue comprimée et écailleuse.

ONDATRA ZIBÉTHIN. - Ondatra zibethicus.

41. MARMOTTE.

Arctomys.

Deux incisives supérieures non comprimées; deux incisives inférieures tranchantes; dix molaires supérieures; queue velue.

MARMOTTE ALPINE. - Arctomys alpina.

42. HAMSTER.

Hamster.

Deux incisives supérieures non comprimées; deux incisives inférieures pointues; six molaires supérieures; abajoues; queue velue.

HAMSTER NOIRATRE. - Hamster nigricans.

43. R A T. Mus.

Deux incisives supérieures non comprimées; deux incisives inférieures pointues; six molaires supérieures; point d'abajoues; queue écailleuse.

RAT SURMULOT. - Mus decumanus.

44. CAMPAGNOL. Arvicola.

Deux incisives supérieures non comprimées ; deux incisives inférieures tranchantes ; molaires sillonnées ; point d'abajoues ; queue velue.

CAMPAGNOL AQUATIQUE. - Arvicola amphibius.

45. Loir.
Myoxus.

Deux incisives supérieures non comprimées; deux incisives inférieures pointues; six molaires supérieures; point d'abajoues; queue velue.

Loir Vulgaire. - Myoxus glis.

46. TALPOÏDE.

Talpoïdes.

Deux incisives supérieures non comprimées ; deux incisives inférieures longues et fortes ; six molaires supérieures ; point d'abajoues ni de queue.

TALPOIDE TYPHLE. - Talpoides typhlis.

47. GERBOISE. Dipus.

Deux incisives supérieures non comprimées; deux incisives inférieures pointues; six molaires supérieures; point d'abajoues; pieds de derrière beaucoup plus longs que ceux de devant; queue velue.

GERBOISE JERBOA. - Dipus jerboa.

48. É c u r e u i l.

Sciurus.

Deux incisives supérieures; deux incisives inférieures et comprimées; queue garnie de poils épais et rangés des deux côtés comme des barbes de plumes.

ÉCUREUIL VULGAIRE. — Sciurus vulgaris.

- 49. Por c-éric. Corps couvert de longs piquans.

 Hystrix. Porc-éric a crête. Hystrix cristata.
- 50. Coendou. Corps couvert de piquans; la queue prenante.

 Coendou. AMÉRICAIN. Coendou prehensilis.

SEPTIÈME ORD.RE.

Dents laniaires et molaires.

51. PARESSEUX. Les pieds de devant plus longs que coux de derrière; les doigts réunis jusqu'aux ongles.

PARESSEUX UNAU. — Bradypus didactylus.

HUITIÈME ORDRE.

Dents molaires.

- 52. TATOU. CACHICAME. Dasypus novemcinctus.

 TATOU CACHICAME. Dasypus novemcinctus.
- 53. Orycteropus. Museau très-long; langue très-longue et déliée; ongles plats.
 Orycteropus capensis.

NEUVIÈME ORDRE.

Point de dents.

- 54. Fourmillier. Langue très-longue, déliée et extensible; corps couvert de poils.

 Fourmillier tamanoir. Myrmecophaga jubata.
- 55. ÉCHIDNE DE LA NOUVELLE HOLLANDE. Echidna novæ

 Hollandiæ.

56. Pangolin Brachiure. — Manis brachiura.

CINQUIÈME SOUS-DIVISION.

Les doigts renfermés dans une peau très-épaisse, ou plus de deux sabots.

PACHYDERMES.

DIXIÈME ORDRE.

Dents incisives ; laniaires et molaires.

Incisives inférieures couchées en avant ; museau en forme 57. Соснон.

Sus.

de boutoir; doigts intermédiaires de chaque pied touchant seuls la terre.

Соснон SANGLIER. — Sus scrofa.

58. TAPIR. (Museau prolongé en trompe courte, mais mobile. Tapirus. TAPIR AMÉRICAIN, - Tapirus americanus.

59. HIPPOPOTAME. Quatre incisives supérieures recourbées en dessous ; quatre incisives inférieures inclinées en avant. HIPPOPOTAME AFRICAIN. — Hippopotamus africanus.

ONZIEMEORDRE.

Dents incisives et molaires.

60. ÉLÉPHANT. Deux défenses très - longues à la mâchoire supérieure; Elephas. ÉLÉPHANT ASIATIQUE. — Elephas asiaticus.

DOUZIEME ORDRE.

Dents molaires.

61. RHINOCEROS. Une ou deux grosses cornes sur le nez; de grands sabots à chaque pied.

RHINOCEROS ASIATIQUE. — Rhinoceros asiaticus. т. 3. ı.

498 MÉMOIRES DE MATHÉMATIQUES SIXIÈME SOUS-DIVISION.

Deux sabots.

BISULQUES ou RUMINANS.

TREIZIÈME, ORDRE.

Dents incisives, laniaires et molaires.

- 62. CHAMEAU. {Quatre ou six incisives à la mâchoire inférieure. Camelus. CHAMEAU DE LA BACTRIANE. Camelus bactrianus.
- 63. CHEVROTAIN. Huit incisives à la mâchoire inférieure; de longues laMoschus. Chevrotain porte-musc. Moschus moschiferus.

QUATORZIÈME ORDIRE.

Dents incisives et molaires.

- 64. Cerus.

 Huit incisives à la mâchoire inférieure; des cornes crétacées, annuelles et rameuses sur la tête des mâles; des larmiers.
 - CERF COMMUN. Cervus elaphus.
- 65. GIRAFE. Deux proéminences du crâne, coniques, permanentes et revêtues de poils touffus.
 - GIRAFE AFRICAINE. Camelopardalis africana.
- 66. Antilope. Cornes permanentes, cylindriques et dirigées vers le haut dans la partie voisine de leur base.
 - Antilope Gazelle. Antilope dorcas.
- 67. CHEVRE. Cornes permanentes, comprimées et ridées transversalement; point de larmier.
 - CHÈVRE BOUC. Capra ægagrus.
- 68. Bress.

 Ovis.

 Cornes permanentes, anguleuses, ridées, dirigées près de leur base en arrière et en bas, et se contournant ensuite en spirale.

 Bress commune.— Ovis aries.

BOEUF.

Cornes permanentes, dirigées latéralement et en arrière, et se relevant ensuite en demi-cercle.

Boeuf ordinaire.—Bos taurus.

SEPTIÈME SOUS - DIVÍSION.

Un seul sabot.

SOLIPÈDES.

QUINZIÈME ORDRE.

Dents incisives, laniaires et molaires.

70. CHEVAL. Six incisives à chaque mâchoire.

Equus. CHEVAL ARABE. — Equus caballus.

SECONDE DIVISION.

Des ailes membraneuses.

MAMMIFÈRES AILÉS.

PREMIÈRE SOUS-DIVISION.

Les pieds de devant garnis de membranes en forme d'ailes.

CHEIROPTÈRES.

SEIZIÈME ORDRE.

Dents incisives, laniaires et molaires.

Avant-bras, bras, et quatre doigts de devant, trèsalongés; deux ou quatre incisives supérieures; six ou huit incisives inférieures. Chauve-souris oreillard. — Vespertilio auritus.

72. SPECTRE. Spectrum.

(Avant-bras, bras, et quatre des doigts de devant, très alongés; deux ou quatre incisives supérieures; quatre incisives inférieures.

Spectre vampire. - Spectrum vampirus.

73. RHINOLOPHE. Rhinolophus. (Avant-bras, bras, et quatre des doigts de devant, trèsalongés; deux ou quatre incisives supérieures; quatre incisives inférieures; une sorte de crête sur le nez. RHINOLOPHE FER - A - CHEVAL. = Rhinolophus ferrum equinum.

74. PHYLLOSTOME. Phyllostomus. Avant-bras, bras, et quatre des doigts de devant trèsalongés; deux ou quatre incisives supérieures; deux ou quatre incisives inférieures; lanières très-rapprochées du bout du museau; une membrane en forme de feuille sur le nez.

PHYLLOSTOME FER DE LANCE. = Phyllostomus hastatus.

Galeopithecus.

Doigts des pieds de devant à peu près aussi courts que 75. Galéopithèque. ceux des pieds de derrière, et garnis d'ongles crochus et tranchans.

GALÉOPITHÈQUE ROUX. - Galeopithecus rufus.

DIX - SEPTIEME ORDRE.

Dents laniaires et molaires.

76. Noctilion. (Quatre doigts des pieds de devant très-alongés. Noctilion Américaine. - Noctilio noveboracensis.

TROISIÈME DIVISION.

Des nageoires.

MAMMIFÈRES MARINS.

PREMIÈRE SOUS-DIVISION.

Les pieds de derrière en forme de nageoires.

EMPÉTRÉS.

DIX - HUITIÈME ORDRE.

Dents incisives, laniaires et molaires.

- 77. PHOQUE. (Six incisives supérieures; quatre incisives inférieures. Phoca. Phoque A CRINIÈRE. - Phoca jubata.
- Deux incisives inférieures ; point d'incisives supérieures ; 78. Morse, de grandes laniaires supérieures; point de laniaires in-Trichecus. férieures. Morse Rosmarus. - Trichecus rosmarus.

DIX - NEUVIEME ORDRE.

Dents laniaires et molaires.

Deux laniaires supérieures, droites et courtes; point de 79. Dugon. laniaires inférieures. Dugong. Dugon Indien. - Dugong indicus.

VINGTIEME ORDRE.

Dents molaires.

80. LAMANTIN. Pieds de derrière et queue entièrement réunis sous la LAMANTIN ÉQUATORIAL. - Manatus æquatorialis,

DEUXIÈME SOUS-DIVISION.

Point de pieds de derrière.

CÉTACÉES.

VINGT-UNIÈME ORDRE.

Dents laniaires.

St. DAUPHIN. Delphinus.

Les deux mâchoires garnies d'une rangée de dents trèsfortes; deux évents réunis; l'œil situé près de l'angle de la bouche.

DAUPHIN VULGAIRE. - Delphinus delphis.

Physeter.

Longueur de la tête égale au tiers ou à la moitié de la longueur de l'animal; mâchoire supérieure large, haute, 82. CACHALOT. sans dents, ou garnie de dents petites et cachées sous la gencive; mâchoire inférieure étroite et armée de dents grosses et coniques.

CACHALOT MICROPS. - Physeter microps.

83. NARWAL. Monodon.

(Une ou deux longues défenses droites, ou sillonnées en spirale.

NARWAL MONOCÉROS. - Monodon monoceros.

VINGT - DEUXIÈME ORDRE.

Points de dents.

Mâchoire supérieure garnie de fanons, ou lames de corne; deux évents placés sur le sommét de la tête.

Baleine franche. — Balæna mysticetus.

TABLEAU

Des sous-classes, divisions, sous-divisions, ordres et genres des oiseaux.

PREMIÈRE SOUS-CLASSE.

Le bas de la jambe garni de plumes; point de doigts entièrement réunis par une large membrane.

PREMIÈRE DIVISION.

Deux doigts devant; deux doigts derrière.

PREMIÈRE SOUS-DIVISION.

Doigts gros et forts.

GRIMPEURS.

PREMIER ORDRE.

Bec crochu.

1. ARA. Ara. Le bec gros et convexe; la mandibule supérieure pointue, recourbée sur l'inférieure, et mobile; la langue épaisse, charnue et arrondie à son extrémité; une place dénuée de plumes sur chaque joue.

2. PERROQUET.

Le bec gros et convexe ; la mandibule supérieure pointue ; recourbée sur l'inférieure , et mobile ; la langue épaisse , charnue et arrondie ; point de place dénuée de plumes sur les joues.

DEUXIÉME ORDRE.

Bec dentelé.

- 3. Toucan.

 Ramphastos.

 Le bec convexe, très-léger, très-mince, et plus long que la tête.
- 4. Couroucou. Le bec court, plus large que haut, entouré à sa base de soies plus ou moins nombreuses; le tarse court, et recouvert en partie de plumes.
- 5. Touraco. {Le bec plus court que la tête, et dénué de soies à sa Touraco. { base.
- 6. Musophaga. Une plaque placée sur le sommet de la tête, et formant Musophaga.

TROISIÈME ORDRE.

Bec échancré.

7. BARBU.

Bucco.

Le bec gros, pointu, comprimé, fendu jusqu'au-dessous des yeux, et garni à sa base de soies grosses et roides.

QUATRIÈME ORDRE.

Bec droit et comprimé.

- 8. JACAMAR. Calbula. La langue courte.
- 9. Pic.

 Picus.

 La langue très-longue, extensible, ronde, et garnie
 à son extrémité de petites pointes recourbées en
 arrière.

CINQUIÈ ME ORDRE.

Rec très - court.

10. Toncol. La langue très-longue, ronde, mince, et garnie de Yunx. La langue très pointes à son extrémité.

SIXIÈME ORDRE.

Bec arqué.

- 11. Covcov. {La langue longue et pointue ; les ouvertures des narines , entourées d'un rebord saillant.
- 12. An 1. La mandibule supérieure très-comprimée, et relevée en carène.

DEUXIÈME DIVISION.

Trois doigts devant; un doigt, ou point de doigt derrière.

PREMIÈRE SOUS-DIVISION.

Ongles forts et très-crochus.

OISEAUX DE PROIE.

SEPTIÈME ORDRE.

Bec crochu.

- 13. VAUTOUR.

 Vultur.

 Le bec crochu uniquement à l'extrémité; la tête ou le cou dénués de plumes, en tout ou en partie, et pouvant se retirer dans un collier de longues plumes.
- Le bec long et renslé vers son extrémité; la tête revêtue de plumes; les ouvertures des narines, couvertes de soies très roides; le tarse très court et garni de plumes; un pinceau de soies sous le bec ou le cou.
- Le bec crochu à l'extrémité; la tête plate en dessus, et garnie de plumes; la base du bec recouverte d'une peau molle ou cire; les ailes très-longues; la première penne de l'aile, très-courte; le tarse court, gros, et garni de plumes en tout ou en partie.
 - 1. т. 3.

- (Le bec crochu à l'extrémité; la tête plate en dessus, et garnie de plumes; la base du bec recouverte d'une cire; les ailes courtes; la première penne de l'aile, trèscourte; le tarse long.
- (Le bec courbé dès la base ; la tête plate en dessus et garnie de plumes; la base du bec recouverte d'une cire; les ailes courtes; la première penne de l'aile, trèscourte; le tarse long.
- 18. Buss.

 Buteo.

 Le bec courbe des la base; la tete plate d'une garnie de plumes; la base du bec recouverte d'une cire; les ailes très-longues; la première penne de l'aile, très-courte; le tarse gros et court. (Le bec courbé dès la base ; la tête plate en dessus , et
- Le bec courbe des la base; la tete parte d'une garnie de plumes; la base du bec recouverte d'une cire; les ailes très-longues; la première penne de l'aile, très-courte; le tarse long et grêle. Le bec courbé dès la base; la tête plate en dessus, et
- Le bec courbé dès la base; la tête plate en dessus, et garnie de plumes; la base du bec recouverte d'une cire; les ailes très-longues; la première penne de l'aile, très-courte; le tarse court et foible.
- Le bec courbé des la hase; la tête plate en dessus, et garnie de plumes; la base du bec recouverte d'une cire; les ailes très-longues; la première penne de l'aile, très-longue; le tarse court et fort.
- Le bec courbé dès la base, et denué de cire; la tête 22. CHOUETTE. aplatie de devant en arrière; les yeux entourés de plumes fines et roides; les tarses, et quelquesois les doigts, couverts de plumes.

DEUXIEME SOUS-DIVISION.

Ongles peu crochus; doigts extérieurs libres, ou unis seulement le long de la première phalange.

PASSEREAUX.

HUITIÈME ORDRE.

Bec dentelé.

23. Phytotoma. Le bec droit et conique; la langue courte et non pointue.

NEUVIÈME ORDRE.

Bec échancré.

- 24. Pie-Grièche L'échancrure du bec, très-sensible; le bec un peu comprimé; la mandibule supérieure un peu crochue vers le bout.
- 25. TYRAN.

 Tyrannus.

 Le bec long, droit, et garni de soies à sa base.
- 26. Gobe-mouche.

 Muscicapa.

 Le bec court, droit, et garni de soies à sa base.
- 27. Moucherolle. Le bec court, déprimé, droit, et garni de soies à sa Muscivora. Le base.
- 28. MERLE.

 Turdus.

 Le bec comprimé au moins près de la base.
- 29. Fourmillier. Le bec long, et comprimé au moins près de la base; le Myrmecophaga. La tarse alongé; les ailes et la queue courtes.
- 30. LORIOT.

 Oriolus.

 Le bec conique vers la pointe; le tarse fort.
- 31 COTINGA. Le bec déprimé à sa base.

32. TANGARA. {Le bec conique, pointu, presque triangulaire à sa base, tun peu incliné vers le bas à sa pointe.

DIXIÈME ORDRE.

Bec droit et conique.

- 33. CACIQUE.

 Cacicus.

 Cacicus.

 Le bec à pointe acérée, à base arrondie, très-gros, trèslong, et formant une échancrure arrondie dans les
 plumes du front.
- 34. Trouplale. {Le bec à pointe acérée, à base arrondie; et formant une échancrure pointue dans les plumes du front.
- 35. CAROUGE.

 Xanthornus.

 Le bec grêle à pointe acérée, et à base arrondie.
- 36. ÉTOURNEAU. Le bec alongé, à pointe acérée, à base anguleuse et un peu déprimée; les ouvertures des narines, un peu recouvertes.
- 37. GROS-BEC. Loxia. Le bec court, très-gros à sa base, et peu convexe.
- 38. Bouvre uil. Le bec court, très-gros à sa base, et convexe par-dessus Pyrrhula. et par-dessous.
- 39. MOINEAU. Le bec court et peu gros à sa base,
- 40. BRUANT.

 Emberyza.

 Le bec pointu; la mandibule supérieure plus ou moins étroite que l'inférieure; la ligne de réunion des deux mandibules, courbe; une petite éminence osseuse au palais.

ONZIÈME ORDRE.

Bec droit et comprimé.

- 41. Gracula. { La base du bec dénuée de plumes; une ou plusieurs places dénuées de plumes sur la tête.
- 42. Corbeau.

 Corvus.

 Le bec gros et fort; les ouvertures des narines, recouvertures.

 vertes par des soies roides; la langue divisée et cartillagineuse.

- Le bec fort ; l'extrémité de la mandibule supérieure 43. ROLLIER.

 Coracias.

 se recourbant un peu sur l'inférieure; les ouvertures des narines, dénuées de soies roides et tournées en avant; la langue fourchue et cartilagineuse; le tarse
- {Le tour de la base du bec et le front garnis de plumes courtes, serrées, et très-soyeuses. 44. PARADIS.

 Paradisea.
- 45. SITTELLE. Le bec alongé; la langue dentelée, courte, et cornée à l'extrémité; la queue composée de pennes trèsroides.
- 46. PIC-BOEUF. (Le bec presque quadrangulaire; les mandibules un peu Buphaga. | bombées.
- 47. Picoïdes.

 La langue très-longue, extensible, ronde, et garnie, à son extrémité, de petites pointes recourbées en arrière; chaque pied ne présentant que trois doigts.

DOUZIÈME ORDRE.

Bec droit et menu.

- e bec étroit, pointu, dur, fort, et recouvert de petites 48. Mésange.

 Parus.

 Parus.

 plumes à sa base; la langue terminée par une ligne droite et par des filamens; le doigt de derrière grand et fort.
- 49. ALOUETTE. La langue fourchue; l'ongle du doigt de derrière, presque Alauda. droit et très-long.
- 50. BECFIN. Sylvia. Le bec en forme d'alène; les tarses et la queue courts.
- 51. MOTACILLE. (Le bec en forme d'alène; les tarses et la queue longs; Motacilla. les dernières pennes de l'aile très-prolongées.

TREIZIÈME ORDRE.

Bec très - court.

52. HIRONDELLE. (Le bec déprimé et très-large à la base; la langue courte, Hirundo. \ large et fendue; les ailes très-longues.

53. Encoulevent. Le bec très-déprimé à sa base, qui est garnie de plumes petites et roides; les yeux très-grands; l'ongle du doigt du milieu, dentelé d'un côté.

QUATORZIÈME ORDRE.

Bec arqué.

54. GLAUCOPE. Une caroncule à la base de la mandibule inférieure, qui est plus courte que la supérieure; les ouvertures des narines, couvertes à demi par une membrane un peu cartilagineuse, et ciliée à son extrémité.

55. HUPPE. {Le bec long, grêle, un peu comprimé, et obtus; la langue obtuse et très-courte.

56. Grimpereau. Le bec long et menu ; la langue longue et aiguë.

57. COLIBRI.

Trochilus.

Le bec très-grêle; la langue tubulée et extensible.

QUINZIÈME ORDRE.

Bec renflé.

58. Mouche.
Orthorhyncus.

Le bec droit et renslé vers le bout.

TROISIÈME SOUS-DIVISION.

Doigts extérieurs unis dans presque toute leur longueur.

PLATYPODES.

SEIZIÈME ORDRE.

Bec dentelé.

59. CALAO.

Buceros.

Le bec très-grand, de substance mince et légère, surmonté d'une grande protubérance, et, pour ainsi dire, d'une fausse mandibule.

60. Momor.

Momot.

Point de proéminence cornée sur le bec.

DIX-SEPTIÈME ORDRE.

Bec droit et comprimé.

61. Alcron.

Alcedo.

Le bec très-long; la langue courte; le tarse très-court.

62. Cévx.

Le bec très-long; la langue courte; le tarse très-court;

chaque pied ne présentant que trois doigts.

DIX-HUITIÈME ORDRE.

Bec droit et déprimé.

63. Todies.

Le bec long, et entouré à sa base de plumes un peu roides.

DIX-NEUVIÈME ORDRE.

Bec droit et menu.

64. MANAKIN. Pipra. Le bec court et dur ; la queue courte.

VINGTIÈME ORDRE.

Bec arqué.

65. GUÉPIER. Le bec pointu, la langue déliée.

QUATRIÈME SOUS-DIVISION.

Doigts de devant réunis à leur base par une membrane.

GALLINACÉES.

VINGT-UNIÈME ORDRE.

Bec renflé.

66. Pigeon.

Columba.

Col

- 67. Tétras.

 Tetrao.

 Le bec court; les ouvertures des narines, cachées sous des plumes; une place auprès des yeux, dénuée de plumes; le tarse garni de plumes.
- 68. Perdix.

 Le bec court; les ouvertures des narines couvertes d'une callosité; une place auprès des yeux, dénuée de plumes; le tarse dénué de plumes.
- 69. Tinamou.

 Le bec long; les ouvertures des narines, éloignées de la base du bec; une place auprès des yeux, garnie de plumes clair-semées.
- 70. TRIDACTYLE. Le bec court; les ouvertures des narines, couvertes d'une callosité; une place auprès des yeux, dénuée de plumes; chaque pied ne présentant que trois doigts.
- 71. PAON. {Le sommet de la tête orné de plumes très-relevées, élargies à leur extrémité, et en forme d'aigrette.
- 72. FAISAN.

 Phasianus.

 Une place dénuée de plumes sur chaque joue; les pennes intermédiaires de la queue, recouvrant les latérales.
- 73. Pintade. {Une proéminence osseuse et recourbée en arrière sur le sommet de la tête.
- 74. Dindon.

 Meleagris.

 Ila tête couverte de papilles charnues; le cou garni de barbillons charnus.
- 75. Hocco.

 Crax.

 Une cire sur la base du bec; les plumes du dessus de la tête retournées vers le bec, ou relevées en huppe.
- 76. PÉNÉLOFE. Point de cire; les plumes du dessus de la tête retournées Penelope. vers le bec, ou relevées en huppe.
- 77. Gouan.

 Point de cire; une caroncule sous la gorge; les plumes du dessus de la tête, três-roides, ou retournées vers le bec, ou relevées en huppe.

DEUXIÈME SOUS-CLASSE.

Le bas de la jambe dénué de plumes, ou plusieurs doigts réunis par une large membrane.

PREMIÈRE DIVISION.

Trois doigts devant; un doigt, ou point de doigt derrière.

PREMIÈRE SOUS-DIVISION.

Doigts de devant entièrement réunis par une membrane.

OISEAUX D'EAU.

VINGT-DEUXIÈME ORDRE.

Bec crochu.

- 78. FLAMAND.

 Phænicopterus.

 Le bec grand, large, fléchi vers son milieu.
- 79. Albatrosse. Le bec grand, fort, tranchant, et terminé par un gros crochet; les ouvertures des narines, placées à l'extrémité d'un pour rouleau longitudinal; chaque pied ne présentant que trois doigts.
- 80. PÉLÉCANOIDE. (Une poche sous la gorge; chaque pied ne présentant que Pelecanoïdes. 1 trois doigts.
- Les deux mandibules égales ; les ouvertures des narines , placées à l'extrémité d'un cylindre longitudinal ; un ongle tenant lieu du pouce de chaque pied. 81. PÉTREL. Procellaria.

VINGT-TROISIÈME ORDRE.

Bec dentelé.

82. CANARD. ¡Le bec large, arrondi à son extrémité, et garni, tout Anas. autour des mandibules, de petites lames verticales. 1. T. 3. 65

- 83. HARLE. Le bec étroit et alongé; les deux mandibules garnies de dents pointues, petites et dirigées en arrière.
- 84. Prion.

 Prion.

 Un ongle tenant lieu du pouce de chaque pied.

VINGT-QUATRIÈME ORDRE.

Bec droit et comprimé.

- 55. Bec en ciseaux. La mandibule supérieure plus courte que l'inférieure, dont l'extrémité est rectiligne, et n'a qu'un seul tranchant.
- 86. PLONGEON. Le bec fort et pointu; quatre doigts à chaque pied.
- 87. GRÈBE. {Le bec fort et pointu; quatre doigts à chaque pied; les Colymbus. membranes des pieds échancrées.
- 88. Guillemot. Le bec un peu haut et pointu; chaque pied ne présentant Uria. que trois doigts; les ailes très-courtes.
- Eg. Arque. {Le bec très-haut et sillonné; chaque pied ne présentant que trois doigts; les ailes très-courtes.
- 90. PINGOUIN. Le bec'arrondi dans le bout, et sillonné; chaque pied Pingouin. le présentant que trois doigts; les ailes très-courtes.
- 91. MANCHOT. Le bec droit et pointu; un ongle à la place du pouce;

 Aptenodytes. point de pennes aux ailes.

VINGT-CINQUIÈME ORDRE.

Bec droit et menu.

92. Stern. Eterne. {Le bec effilé et pointu; les ouvertures des narines, longues et étroites; les ailes très-longues; les tarses courts.

VINGT-SIXIÈME ORDRE:

Bec arqué.

93. Avocette. Recurvirostra. Le bec très-long, et recourbé vers le haut.

VINGT-SEPTIÈME ORDRE

Bec renflé.

94. MAUVE. 5Le bec sort et renssé par-dessus et par-dessous ; les ailes très-longues. Larus.

DEUXIÈME SOUS-DIVISION.

Quatre doigts réunis par une large membrane.

OISEAUX D'EAU LATIREMES.

VINGT-HUITTÈME ORDRE.

Bec crochu.

95. FRÉGATTE. Le bec long et très-crochu vers son extrémité.

96. Cormoran. Le bec un peu comprimé; la queue très-roide.

VINGT-NEUVIÈME ORDRE.

Bec dentelé.

97. Fov. Sula. Le bec droit.

98. Phaéton. {Le bec grêle, pointu, un peu comprimé; les ailes très-

99. Anhing A,

Plotus.

Le beclong, pointu, et sans aucune sorte de crochet;

des places dénuées de plumes sur la tête ou sur le cou;

le tarse court.

TRENTIÈME ORDRE.

Bec droit et déprimé.

100. PÉLICAN. Le bec long; une sorte de sac sous la gorge. Pelecanus.

516 MÉMOIRES DE MATHÉMATIQUES TROISIÈ ME SOUS-DIVISION.

Doigts réunis à leur base par une membrane.

OISEAUX DE RIVAGE.

TRENTE-UNIÈME ORDRE.

Bec crochu.

- 101. MESSAGER.

 Serpentarius.

 Le bec très-fort; une cire à sa base.

 102. KAMICHI.

 Palamedea.

 Le bec un peu conique auprès de sa base.
- 103. GLARÉOLE. (Le bec court et droit dans une grande partie de sa Glareola. \ longueur.

TRENTE-DEUXIÈME ORDRE.

Bec droit et conique.

- 104. A G A M I.

 Psophia.

 La mandibule supérieure plus longue que l'inférieure.
- VACINAL.

 Vaginalis.

 La mandibule supérieure renfermée en partie dans une gaine de matière cornée; chaque pied ne présentant que trois doigts.

TRENTE-TROISIÈME ORDRE.

Bec droit et comprimé.

- Le bec court, fort, et un peu pointu; les ouvertures des narines, étroites et alongées; un sillon longitudinal de chaque côté de la mandibule supérieure; la
 langue pointue; plusieurs parties de la tête dénuées
 de plumes.
- (Le bec long, fort, et un peu pointu; les ouvertures des narines, étroites et alongées; un sillon longitudinal de de chaque côté de la mandibule supérieure; la langue pointue; les yeux entourés d'une peau nue.

Le bec long, fort, et un peu pointu; les ouvertures des narines, étroites et alongées; un sillon longitudinal de chaque côté de la mandibule supérieure ; la langue pointue ; les yeux entourés d'une peau nue et situés très-pròs de la base du bec ; l'ongle du doigt du milieu, dentelé.

- 109. Bec-ouvert. (Les deux mandibules toujours séparées l'une de l'autre, Hians. dans une partie de leur longueur.
- (Le bec pointu; la tête petite; le corps comprimé; la queue 110. RALLE. courte; les doigts antérieurs très-longs. Rallus.
- 111. OMBRETTE. (Le bec long; les mandibules épaisses; le tarse long; les Scopus. ongles petits.
- 112. HUITRIER. L'extrémité du bec en forme de coin; chaque pied ne Hæmatopus. \ présentant que trois doigts.

TRENTE - QUATRIÈ ME- ORDRE.

Bec droit et déprimé.

- Cancroma. Le bec très-large; les mandibules fortes et tranchantes.
- 114. SPATULE. (Le bec long, et élargien forme de disque à son extré-Platalea. mité.

TRENTE-CINQUIÈME-ORDRE.

Bec droit et menu.

115. Bécasse.

Scolopax.

Le becgrêle, émoussé, et plus long que la tête; le doigt de derrière un peu long, et placé à peu près au niveau des doigts de devant.

TRENTE-SIXIEME ORDRE.

Bec arqué.

Mycteria. Le bec recourbé vers le haut.

- Ibis. Le bec long, fort, tranchant, et émoussé à son extrélis. Le bec long, fort, tranchant, et émoussé à son extré-
- 118. Courrs. Le bec long, fort, tranchant, et émoussé à son extré-Tantalus. mité; point de places dénuées de plumes sur la tête.
- 119. Éснаsse. {Le tarse long et gièle; chaque pied ne présentant que Macrotarsus. { trois doigts.

TRENTE SEPTIÈME ORDRE.

Bec renflé.

- La mandibule inférieure renssée vers son extrémité; un?

 Hydrogallina. Plaque dénuée de plumes sur le front; les doigts non bordés, ou bordés d'une membrane très-étroite.
- 121. Foul Que. La mandibule inférieure renssée vers son extrémité; une plaque dénuée de plumes sur le front; les doigts bordés d'une membrane très-large.
- Jacana. Des barbillons charnus auprès de la base du bec; un aiguillon auprès du métacarpe.
- Le bec grêle; le doigt de derrière très-court, et ne portant pas à terre quand l'oiseau marche; les doigts de devant non bordés, ou bordés d'une très-petite membrane.
- 124. PHALAROPE. Le bec grêle; le doigt de derrière très-court, et ne portant pas à terre quand l'oiseau marche; les doigts de devant bordés d'une large membrane.
- 125. Pruvier.

 Charadrias.

 Bec grêle; chaque pied ne présentant que trois doigts.
- Otis.

 Le bec fort; les deux ouvertures des narines communiquant de très-près l'une avec l'autre; le tarse long et fort; chaque pied ne présentant que trois doigts.

DEUXIÈME DIVISION.

Deux, trois ou quatre doigts très-forts.

PREMIÈRE SOUS-DIVISION.

Doigts non réunis à leur base par une membrane.

OISEAUX COUREURS.

TRENTE-HUITIEME ORDRE.

Bec droit et déprimé.

- 127. AUTRUCHE. {Le tarse long et fort; chaque pied ne présentant que deux Struthio. { doigts.
- 128. Tourou. Chaque pied ne présentant que trois doigts; une tubérosité tenant lieu de pouce.

TRENTE-NEUVIÈME ORDRE,

Bec arqué.

129. CASOAR.

Rhea.

Le bec comprimé; une protubérance osseuse sur le sommet de la tête; chaque pied ne présentant que trois doigts.

QUARANTIÈME ORDRE.

Bec renflé.

130. DRONTE. Le bec long et fendu jusques au-delà des yeux; quatre Didus. Ou seulement trois doigts à chaque pied.

FIN DU TOME TROISIÈME.



